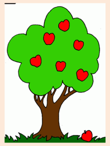
EL ERROR DE NO USAR UNIDADES

La mejor manera de resolver problemas es utilizar los números con sus unidades correspondientes. Facilita la identificación de una respuesta errónea (aunque a cambio haya que escribir un poco más).
Casi todos hemos hecho en nuestros primeros años el siguiente problema tal y como está en la parte de la izquierda, sin unidades. Sin embargo la manera correcta es hacerlo como está a la derecha, con unidades:

➔ *Problema 1-Tenemos 4 árboles y en cada árbol hay 3 manzanas ¿Cuántas manzanas hay en total?*

Operaciones erróneas por incoherencia en las unidades	***Operación correcta con uso correcto de las unidades***
La última es coherente pero también es errónea 4 x 3 =12 manzanas 4 árboles x 3 manzanas = 12 manzanas 4 árboles x 3 manzanas = 12 árboles. manzanas	*Los números se multiplican y se dividen. Las unidades también se multiplican y se dividen*  $4\ \cancel{árboles}\cdot\dfrac{3\,manzanas}{1\,\cancel{árbol}}=12\,manzanas$

Se puede cambiar el orden para resolver el problema inverso $\boxed{\dfrac{3\,manzanas}{1\,árbol}}$ → $\boxed{\dfrac{1\,árbol}{3\,manzanas}}$ Por ejemplo:

➔ *Problema 2-Tenemos 12 manzanas y sabemos que en cada árbol hay 3 manzanas ¿Cuántos árboles tengo?*

$$12\ \cancel{manzanas}\cdot\frac{1\,árbol}{3\ \cancel{manzanas}}=4\,árboles$$

PROPORCIONALIDAD DIRECTA $\boxed{\frac{a}{b}=k}$

A continuación se resuelve un mismo problema de proporcionalidad directa con los diferentes métodos para que se puedan comparar:

Problema 4: 10 Kg de harina cuestan 20 €. Determina cuánto cuestan 7 Kg de harina

REDUCCIÓN A LA UNIDAD (método simplificado, sin unidades)

$$\begin{array}{r|l} 20 & 10 \\ \hline 00 & 2 \end{array}$$

20:10 = 2 euros cuesta cada kg de harina

2 x 7 = 14 € cuestan 7 Kg de harina

REDUCCIÓN A LA UNIDAD (con unidades)	**FACTORES DE CONVERSIÓN**
$\frac{20\ €}{10\ Kg} = 2\frac{€}{Kg} \rightarrow \frac{2\ €}{1\ \cancel{Kg}} \cdot 7\ \cancel{Kg} = 14\ €$	$\frac{20\ €}{10\ \cancel{Kg}} \cdot 7\ \cancel{Kg} = 14\ €$ **ES LA FORMA MÁS SENCILLA**

REGLA DE TRES DIRECTA

Este problema tan sencillo, de una sola operación, se puede resolver de cuatro formas diferentes con reglas de tres. Todo se complica más, mucho más, cuando se dan mayor cantidad de datos y hay preguntas diferentes.

Primera forma	Segunda forma	Tercera forma	Cuarta forma
Se resuelve en cruz, sin necesidad de plantear ecuación <u>Kilos</u> <u>Precio</u> 10 → 20 7 → x $x = \frac{7 \cdot 20}{10} = 14\ €$	*Plantear las relaciones de los Kg con su precio* $\frac{10}{20} = \frac{7}{x} \rightarrow 10x = 20 \cdot 7$ $x = \frac{20 \cdot 7}{10} = 14\ €$	*Plantear las relaciones de los Kg con su precio pero la incógnita queda arriba y es más fácil de despejar* $\frac{20}{10} = \frac{x}{7} \rightarrow 10x = 20 \cdot 7$ $x = \frac{20 \cdot 7}{10} = 14\ €$	*Plantear las relaciones de los Kg por una parte y de los precios por otra parte* $\frac{10}{7} = \frac{20}{x} \rightarrow 10x = 20 \cdot 7$ $x = \frac{20 \cdot 7}{10} = 14\ €$

PROPORCIONALIDAD INVERSA $\boxed{a.b=k}$

Problema 5- Un grupo de 15 personas hacen un trabajo en 7 días ¿Cuánto tardarán 5 personas?

Si aumenta el número de personas realizando un trabajo disminuye el número de días. Y si disminuye el número de personas aumenta el número de días. Es una proporcionalidad inversa.

<table>
<tr><th colspan="2">Regla de tres inversa</th><th>Ecuación de proporcionalidad inversa</th></tr>
<tr>
<td rowspan="3">Primera forma:
no se resuelve en cruz como la directa, sino horizontalmente
Personas días
15 → 7
5 → x

15.7 = 5x

$x=\frac{15.7}{5}=21\,días$</td>
<td rowspan="3">Segunda forma:
cambiando el orden y transformándola en regla de tres directa
Personas días
15 → 7
5 → x

Personas días
5 → 7
15 → x

$x=\frac{15.7}{5}=21\,días$</td>
<td>$\boxed{a.b=c.d}$
$15\,personas\cdot 7\,días=5\,personas\cdot x\,días$
$\frac{15\,\cancel{personas}.7\,días}{5\,\cancel{personas}}=21\,días$

ES LA FORMA MÁS SENCILLA</td>
</tr>
<tr><th>Constante de proporcionalidad inversa</th></tr>
<tr><td>$\boxed{a.b=k}$
$15\,personas\cdot 7\,días=105\,personas\cdot día$
$\frac{105\,\cancel{personas}.día}{5\,\cancel{personas}}=21\,días$</td></tr>
<tr>
<td>DETECCIÓN DE ERRORES GRACIAS AL USO DE LAS UNIDADES
$x=\frac{15\,personas.5\,\cancel{días}}{7\,\cancel{días}}=10,7\,personas$
(salen personas en vez de días)</td>
<td colspan="2">DETECCIÓN DE ERRORES POR NO CUMPLIR LAS PROPORCIONALIDAD INDIRECTA
Se detecta el error debido a la incoherencia con la proporcionalidad indirecta: son menos personas y tardan menos en hacer el trabajo.
$x=\frac{5\,\cancel{personas}\;.\,7\,días}{15\,\cancel{personas}}=2,33\,días$</td>
</tr>
</table>

Como se puede ver, es mucho más lógica la manera de resolver el problema usando la ecuación de proporcionalidad inversa que usando la regla de tres inversa.

REGLA DE TRES COMPUESTA

Problema 10- Si 12 excavadoras trabajando 10 días han removido 360 m^3 de tierra, cuántos días tardarán 8 excavadoras en remover 620 m^3 de tierra?

-Excavadoras y días mantienen una relación de proporcionalidad inversa: más excavadoras→menos días (se multiplican: $a.b=k$)

-Excavadoras y m^3 tienen una relación de proporcionalidad directa: más excavadoras → más m^3 (se dividen: $\frac{a}{b}=k$)

-Días y m^3 mantienen una relación de proporcionalidad directa: más m^3 → más días (se dividen: $\frac{a}{b}=k$)

<table>
<tr>
<th>Regla de tres compuesta</th>
<th>Constante de proporcionalidad inversa y reducción a la unidad</th>
<th>Constante de proporcionalidad inversa y factores de conversión</th>
</tr>
<tr>
<td>

Excavadoras	m^3	días
12	360	10
8	620	x

(nº de excavadoras: se cambia el orden para transformarla en relación directa)

$\frac{8}{12}\cdot\frac{360}{620}=\frac{10}{x}$

$\frac{8.360}{12.620}=\frac{10}{x}\rightarrow\frac{2880}{7440}=\frac{10}{x}$

$x=\frac{7440.10}{2880}=25,83\,días$

Es un método muy mecánico, nada analítico

</td>
<td>

$\boxed{a.b=k}$

$12\,excavadoras.10\,días=120\,excavadoras.día$

$\frac{360\,m^3}{120\,excavadoras.día}=3\frac{m^3}{excavadora.día}$

$\boxed{\frac{a}{b}=k}$

$\frac{1\,\cancel{excavadora}.día}{3\,\cancel{m^3}}\cdot\frac{620\,\cancel{m^3}}{8\,excavadoras}=25,83\,días$

-El dato más relevante del problema es:

$3\frac{m^3}{excavadora.día}$ Con ello podemos calcular después de manera muy simple cuántos días, cuántas excavadoras o cuántos m^3 necesitamos.

</td>
<td>

$\boxed{a.b=k}$

$12\,excavadoras.10\,días=120\,excavadoras.día$

$\boxed{\frac{a}{b}=k}$

$\frac{120\,\cancel{excavadoras}.día}{360\,\cancel{m^3}}\cdot\frac{620\,\cancel{m^3}}{8\,\cancel{excavadoras}}=25,83\,días$

-La sencillez de resolución habla por sí misma.
Pero en cambio no hemos hallado el dato principal.

</td>
</tr>
</table>

Reducción a la unidad únicamente	**Reducción a la unidad únicamente. Otra forma**	**Ecuación de proporcionalidad inversa**
$\frac{360\,m^3}{120\,\text{excavadoras}} = 30\frac{m^3}{\text{excavadora}}$ $\frac{30\frac{m^3}{\text{excavadora}}}{10\,\text{días}} = 3\frac{m^3}{\text{excavadora.día}}$ $3\frac{m^3}{\text{excavadora.día}} \cdot 8\text{excavadoras} = \frac{24\,m^3}{\text{día}}$ $\frac{1\,\text{día}}{24\,m^3} \cdot 620m^3 = 25,83\,\text{días}$ -El dato más relevante del problema es: $3\frac{m^3}{\text{excavadora.día}}$ Con ello podemos calcular después de manera muy simple cuántos días, cuántas excavadoras o cuántos m^3 necesitamos.	$\frac{360\,m^3}{10\,\text{días}} = 36\frac{m^3}{\text{día}}$ $\frac{36\frac{m^3}{\text{día}}}{12\,\text{excavadoras}} = 3\frac{m^3}{\text{excavadora.día}}$ $\frac{1\text{excavadora.día}}{3m^3} \cdot 620m^3 = 206,66\text{excavadoras.día}$ $\frac{206,66\,\text{excavadoras.día}}{8\,\text{excavadoras}} = 25,83\,\text{días}$	$12\,\text{excavadoras} \cdot 10\,\text{días} = 8\,\text{excavadoras} \cdot x\,\text{días}$ $x = \frac{12\,\text{excavadoras} \cdot 10\,\text{días}}{8\,\text{excavadoras}} = 15\,\text{días}$ $\frac{15\,\text{días}}{360\,m^3} \cdot 620\,m^3 = 25,83\,\text{días}$ **ES LA FORMA MÁS SENCILLA**

FÓRMULAS

En enseñanza primaria se resuelven algunos problemas de física por el método de reducción a la unidad. Por ejemplo, para calcular el tiempo que tarda un coche en hacer un recorrido sabiendo la velocidad y la distancia o los litros que manan de una fuente según el tiempo y el caudal (aunque no se le llama caudal). Al comenzar la secundaria un mismo tipo de problemas se resuelven o bien con reglas de tres (en matemáticas) o con fórmulas (en física y química). La gran diversidad de métodos provocan desconcierto e inseguridad a la hora de abordar problemas.

Las fórmulas ya nos indican qué relación, directa $\boxed{k=\frac{a}{b}}$ o inversa $\boxed{a.b=k}$ mantienen las magnitudes entre sí.

Nota: hay que tomar K como constante de proporcionalidad, no como constante física. En las fórmulas que siguen, las únicas constantes físicas son G (constante gravitatoria universal), g (constante gravitatoria de la tierra) y C (velocidad de la luz). El valor del resto de magnitudes puede variar según el problema, pero las relaciones de proporcionalidad se mantienen.

$v=\frac{e}{t}$	velocidad=espacio/tiempo Espacio y tiempo son directamente proporcionales. Para una misma velocidad: si aumenta el espacio recorrido→aumenta el tiempo, y viceversa
$q=\frac{V}{t}$	Caudal=Volumen/tiempo El volumen es directamente proporcional al tiempo. Para un mismo caudal: si aumenta el volumen→aumenta el tiempo, y viceversa
$P=\frac{W}{t}$	Potencia = Trabajo/tiempo Trabajo y tiempo son directamente proporcionales. Para una misma potencia: si aumenta el tiempo→aumenta el trabajo, y viceversa
$F=m.a$	Fuerza=masa. aceleración Masa y aceleración son inversamente proporcionales entre sí. Para una misma fuerza: si aumenta la masa→disminuye la aceleración y viceversa
$E=mgh$	Energía potencial=masa. Aceleración de la gravedad. altura Masa y altura son inversamente proporcionales entre sí. Para una misma Energía: si aumenta la altura→disminuye la masa y viceversa (La aceleración de la gravedad es una constante física)
$V=S.l$	Volumen=Superficie. longitud Superficie y longitud son inversamente proporcionales entre sí. Para un mismo volumen: si aumenta la superficie→disminuye la longitud y viceversa