

SOLUCIONARI COMPLET: PROBABILITAT PBAU

Resolució detallada de tots els 52 exercicis — Balears

BLOC 1: Propietats de la Probabilitat i Àlgebra d'Esdeveniments

Exercici 1

- a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,65 + 0,40 - 0,79 = \mathbf{0,26}$
- b) $P(A) \cdot P(B) = 0,65 \cdot 0,40 = 0,26$. Com $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, **SÍ que són independents**.
- c) $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,79 = \mathbf{0,21}$

Exercici 2

- a) $P(A \cup B) = 0,3 + 0,5 - 0,15 = \mathbf{0,65}$
- b) $P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 = P(A \cap B)$. **SÍ són independents**.
- c) $P(A | \overline{B}) = P(A \cap \overline{B}) / P(\overline{B}) = (0,3 - 0,15) / 0,5 = 0,15 / 0,5 = \mathbf{0,3}$

Exercici 3

- a) $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,4 = \mathbf{0,6}$
- b) $P(A \cap B) = 0,6 + 0,3 - 0,7 = \mathbf{0,2}$
- c) Com $P(A \cap B) = 0,2 \neq 0$, **NO són incompatibles** (poden passar alhora).

Exercici 4

- a) Per independència: $P(A \cap B) = 0,4 \cdot 0,6 = \mathbf{0,24}$
- b) $P(A \cup B) = 0,4 + 0,6 - 0,24 = \mathbf{0,76}$
- c) $P(A \setminus B) = P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,4 - 0,24 = \mathbf{0,16}$

Exercici 5

- a) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,5 \cdot 0,4 = \mathbf{0,2}$
- b) $0,7 = 0,5 + P(B) - 0,2 \Rightarrow P(B) = \mathbf{0,4}$
- c) $P(A | B) = P(A \cap B) / P(B) = 0,2 / 0,4 = \mathbf{0,5}$

Exercici 6

- a) $P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0,1 \Rightarrow P(A \cup B) = \mathbf{0,9}$
- b) $P(A \cap B) = 0,7 + 0,5 - 0,9 = \mathbf{0,3}$
- c) $P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,5 = 0,35 \neq 0,3$. **NO són independents**.

Exercici 7

- a) $P(A | B) = 0,1 / 0,3 = \mathbf{1/3 (\approx 0,333)}$; $P(B | A) = 0,1 / 0,6 = \mathbf{1/6 (\approx 0,167)}$
- b) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0,1 = \mathbf{0,9}$
- c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,6 - 0,1 = \mathbf{0,5}$

Exercici 8

$$P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,8 = 0,1.$$

- **NO són incompatibles** perquè $P(A \cap B) = 0,1 \neq 0$.
- **NO són independents** perquè $P(A) \cdot P(B) = 0,20 \neq 0,1$.

Exercici 9

- a) $P(A \cap B) = 0,8 \cdot 0,3 = \mathbf{0,24}$
- b) $0,9 = 0,8 + P(B) - 0,24 \Rightarrow P(B) = \mathbf{0,34}$.
 $P(B | \overline{A}) = P(\overline{A} \cap B) / P(\overline{A}) = (0,34 - 0,24) / 0,2 = 0,10 / 0,20 = \mathbf{0,5}$

Exercici 10

- a) $P(A \cap B) = 1/3 + 1/4 - 1/2 = 4/12 + 3/12 - 6/12 = \mathbf{1/12 (\approx 0,0833)}$
- b) $P(\overline{A} | B) = P(\overline{A} \cap B) / P(B) = (1/4 - 1/12) / (1/4) = (2/12) / (3/12) = \mathbf{2/3 (\approx 0,667)}$

Exercici 11

- Almenys un: $P(A \cup B) = 0,5 + 0,3 - 0,1 = \mathbf{0,7}$
- Cap dels dos: $P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,7 = \mathbf{0,3}$
- Exactament un: $P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,1 = \mathbf{0,6}$

Exercici 12

$$0,8 = 2 \cdot P(B) + P(B) - 0,2 \Rightarrow 1,0 = 3 \cdot P(B) \Rightarrow \mathbf{P(B) = 1/3 (\approx 0,333)} \text{ i } \mathbf{P(A) = 2/3 (\approx 0,667)}.$$

BLOC 2: Taules de Contingència i Espais Mostals Finites**Exercici 13**

- a) Probabilitats: $P(N \cap A) = 0,24$; $P(N \cap \overline{A}) = 0,36$; $P(H \cap A) = 0,10$; $P(H \cap \overline{A}) = 0,30$.
- b) $P(A) = 0,24 + 0,10 = \mathbf{0,34 (34\%)}$
- c) $P(H | \overline{A}) = 0,30 / (1 - 0,34) = 0,30 / 0,66 = \mathbf{5/11 (\approx 45,45\%)}$

Exercici 14

- a) Freqüències: Britànics(80 vehicle, 40 no); Alemanys(50 vehicle, 30 no). Total: 130 vehicle, 70 no.
- b) $P(\text{Lloguer}) = 130 / 200 = \mathbf{0,65 (65\%)}$
- c) $P(\text{Britànic} | \text{Lloguer}) = 80 / 130 = \mathbf{8/13 (\approx 61,54\%)}$

Exercici 15

- a) Oficina(42 anglès, 18 no); Camp(12 anglès, 28 no). Total: 54 anglès, 46 no.
- b) $P(\text{Anglès}) = 54 / 100 = \mathbf{0,54 (54\%)}$
- c) $P(\text{Camp} \mid \text{Anglès}) = 12 / 54 = \mathbf{2/9 (\approx 22,22\%)}$

Exercici 16

- a) Homes(0,11 natació, 0,44 no); Dones(0,18 natació, 0,27 no). Total: 0,29 natació, 0,71 no.
- b) $P(\text{Natació}) = \mathbf{0,29 (29\%)}$
- c) $P(\text{Dona} \mid \text{No natació}) = 0,27 / 0,71 = \mathbf{27/71 (\approx 38,03\%)}$

Exercici 17

- a) Fumadors 150 (60 alta, 90 normal); No fumadors 350 (52,5 alta, 297,5 normal). Total: 112,5 alta, 387,5 normal.
- b) $P(\text{Alta}) = 112,5 / 500 = \mathbf{0,225 (22,5\%)}$
- c) $P(\text{Fumador} \mid \text{Normal}) = 90 / 387,5 = \mathbf{36/155 (\approx 23,23\%)}$

Exercici 18

- a) Aproven 0,85 (0,595 públic, 0,255 privat); Suspenen 0,15 (0,060 públic, 0,090 privat).
- b) $P(\text{Públic}) = 0,595 + 0,060 = \mathbf{0,655 (65,5\%)}$
- c) $P(\text{Aprovar} \mid \text{Públic}) = 0,595 / 0,655 = \mathbf{119/131 (\approx 90,84\%)}$

Exercici 19

- a) Cotxes(0,52 targeta, 0,13 efectiu); Motos(0,105 targeta, 0,245 efectiu). Total: 0,625 targeta, 0,375 efectiu.
- b) $P(\text{Efectiu}) = \mathbf{0,375 (37,5\%)}$
- c) $P(\text{Moto} \mid \text{Targeta}) = 0,105 / 0,625 = \mathbf{21/125 (16,8\%)}$

Exercici 20

- a) Dret 90 (36 homes, 54 dones); Economia 60 (30 homes, 30 dones). Total: 66 homes, 84 dones.
- b) $P(\text{Home}) = 66 / 150 = \mathbf{0,44 (44\%)}$
- c) $P(\text{Economia} \mid \text{Dona}) = 30 / 84 = \mathbf{5/14 (\approx 35,71\%)}$

Exercici 21

- a) Alimentació(0,32 Bizum, 0,08 no); Fusta(0,30 Bizum, 0,30 no). Total: 0,62 Bizum, 0,38 no.
- b) $P(\text{No Bizum}) = \mathbf{0,38 (38\%)}$
- c) $P(\text{Fusta} \mid \text{Bizum}) = 0,30 / 0,62 = \mathbf{15/31 (\approx 48,39\%)}$

Exercici 22

- a) Resident(0,63 feina, 0,07 no); No resident(0,06 feina, 0,24 no). Total: 0,69 feina, 0,31 no.
- b) $P(\text{Feina}) = \mathbf{0,69 (69\%)}$
- c) $P(\text{No resident} \mid \text{Feina}) = 0,06 / 0,69 = \mathbf{2/23 (\approx 8,70\%)}$

Exercici 23

- a) Contracte(0,30 jove, 0,45 no); Prepagament(0,20 jove, 0,05 no). Total: 0,50 joves, 0,50 no joves.
- b) $P(\text{Jove}) = \mathbf{0,50 (50\%)}$
- c) $P(\text{Contracte} \mid \text{Major 25}) = 0,45 / 0,50 = \mathbf{0,90 (90\%)}$

Exercici 24

- a) Bossa pròpia(0,48 >30€, 0,12 ≤30€); Sense bossa(0,16 >30€, 0,24 ≤30€).
- b) $P(>30\text{€}) = 0,48 + 0,16 = \mathbf{0,64 (64\%)}$
- c) $P(\text{Bossa} \mid \leq 30\text{€}) = 0,12 / 0,36 = \mathbf{1/3 (\approx 33,33\%)}$

Exercici 25

- a) Instagram 500 (350 diari, 150 no); TikTok 300 (270 diari, 30 no). Total: 620 diari, 180 no.
- b) $P(\text{Diari}) = 620 / 800 = \mathbf{0,775 (77,5\%)}$
- c) $P(\text{Instagram} \mid \text{No diari}) = 150 / 180 = \mathbf{5/6 (\approx 83,33\%)}$

BLOC 3: Diagrames d'Arbre, Probabilitat Total i Teorema de Bayes**Exercici 26**

- a) Urna A: $p=2/6=1/3$. Urna B: $p=4/6=2/3$.
- b) $P(V) = (1/3) \cdot (4/10) + (2/3) \cdot (7/10) = 4/30 + 14/30 = 18/30 = \mathbf{3/5 = 0,6}$
- c) $P(A \mid V) = (4/30) / (18/30) = 4/18 = \mathbf{2/9 (\approx 22,22\%)}$

Exercici 27

- a) Branques L1(0,50), L2(0,30), L3(0,20).
- b) $P(\text{Defectuós}) = 0,50 \cdot 0,01 + 0,30 \cdot 0,02 + 0,20 \cdot 0,05 = \mathbf{0,021 (2,1\%)}$
- c) $P(L1 \mid D) = 0,005 / 0,021 = 23,81\%$; $P(L2 \mid D) = 0,006 / 0,021 = 28,57\%$; $P(L3 \mid D) = 0,010 / 0,021 = 47,62\%$.
Éss més probable la **Línia 3**.

Exercici 28

- a) Malalt M(0,05), Sa S(0,95). Positiu +: $P(+ \mid M) = 0,95$, $P(+ \mid S) = 0,10$.
- b) $P(+) = 0,05 \cdot 0,95 + 0,95 \cdot 0,10 = \mathbf{0,1425 (14,25\%)}$
- c) $P(M \mid +) = 0,0475 / 0,1425 = \mathbf{1/3 (\approx 33,33\%)}$

Exercici 29

- a) $P(\text{Defectuosa}) = 0,65 \cdot 0,03 + 0,35 \cdot 0,06 = 0,0405$. $P(\text{No defectuosa}) = 1 - 0,0405 = \mathbf{0,9595 (95,95\%)}$
- b) $P(A \mid \text{Defectuosa}) = 0,0195 / 0,0405 = \mathbf{13/27 (\approx 48,15\%)}$

Exercici 30

- a) Tren T(0,70), Cotxe C(0,30). Retard R: $P(R \mid T) = 0,05$, $P(R \mid C) = 0,20$.
- b) $P(\text{Retard}) = 0,035 + 0,060 = 0,095 \Rightarrow P(\text{Puntual}) = 1 - 0,095 = \mathbf{0,905 (90,5\%)}$
- c) $P(\text{Cotxe} \mid \text{Retard}) = 0,060 / 0,095 = \mathbf{12/19 (\approx 63,16\%)}$

Exercici 31

- a) $P(\text{Blanca}) = (1/3) \cdot (3/5) + (1/3) \cdot (2/6) + (1/3) \cdot (5/6) = (1/3) \cdot (53/30) = \mathbf{53/90 (\approx 58,89\%)}$
- b) $P(\text{Negra}) = 37/90$. $P(C2 \mid \text{Negra}) = [(1/3) \cdot (4/6)] / (37/90) = (2/9) / (37/90) = \mathbf{20/37 (\approx 54,05\%)}$

Exercici 32

- a) $P(\text{Encert}) = 0,75 \cdot 1 + 0,25 \cdot 0,25 = \mathbf{0,8125 (81,25\%)}$
- b) $P(\text{Sabia} \mid \text{Encert}) = 0,75 / 0,8125 = \mathbf{12/13 (\approx 92,31\%)}$

Exercici 33

- a) $P(\text{Retard}) = 0,60 \cdot 0,10 + 0,30 \cdot 0,20 + 0,10 \cdot 0,40 = \mathbf{0,16 (16\%)}$
- b) $P(\text{Puntual}) = 0,84$. $P(\text{Europeu} \mid \text{Puntual}) = (0,30 \cdot 0,80) / 0,84 = 0,24 / 0,84 = \mathbf{2/7 (\approx 28,57\%)}$

Exercici 34

- a) $P(\text{Mida superior}) = 0,40 \cdot 0,90 + 0,60 \cdot 0,60 = \mathbf{0,72 (72\%)}$
- b) $P(\text{Tradicional} \mid \text{Mida superior}) = (0,60 \cdot 0,60) / 0,72 = 0,36 / 0,72 = \mathbf{0,50 (50\%)}$

Exercici 35

- a) Robatori R(0,002), No robatori $\bar{R}$ (0,998).
- b) $P(\text{Soni}) = 0,002 \cdot 0,98 + 0,998 \cdot 0,01 = \mathbf{0,01194 (1,194\%)}$
- c) $P(\text{Robatori} \mid \text{Soni}) = 0,00196 / 0,01194 = \mathbf{98/597 (\approx 16,42\%)}$

Exercici 36

- a) Passar de U1 a U2: Vermella(5/8) o Blava(3/8). U2 té després 9 boles.
- b) $P(V2) = (5/8) \cdot (4/9) + (3/8) \cdot (3/9) = 20/72 + 9/72 = \mathbf{29/72 (\approx 40,28\%)}$
- c) $P(B2) = 43/72$. $P(V1 \text{ passada} \mid B2) = [(5/8) \cdot (5/9)] / (43/72) = \mathbf{25/43 (\approx 58,14\%)}$

Exercici 37

- a) $P(\text{Suspèn}) = 0,50 \cdot 0,20 + 0,30 \cdot 0,15 + 0,20 \cdot 0,05 = 0,155 \Rightarrow P(\text{No suspèn}) = 1 - 0,155 = \mathbf{0,845 (84,5\%)}$
- b) $P(1r \mid \text{Suspèn}) = 0,10 / 0,155 = \mathbf{20/31 (\approx 64,52\%)}$

Exercici 38

- a) $P(\text{Defectuós}) = 0,40 \cdot 0,02 + 0,35 \cdot 0,03 + 0,25 \cdot 0,04 = \mathbf{0,0285 (2,85\%)}$
- b) $P(B \mid \text{No defectuós}) = (0,35 \cdot 0,97) / (1 - 0,0285) = 0,3395 / 0,9715 = \mathbf{679/1943 (\approx 34,95\%)}$

Exercici 39

- a) $P(\text{Satisfet}) = 0,50 \cdot 0,90 + 0,30 \cdot 0,80 + 0,20 \cdot 0,70 = \mathbf{0,83 (83\%)}$
- b) $P(A \mid \text{Insatisfet}) = (0,50 \cdot 0,10) / (1 - 0,83) = 0,05 / 0,17 = \mathbf{5/17 (\approx 29,41\%)}$

Exercici 40

- a) $\text{Cara}(0,5), \text{Creu}(0,5)$.
- b) $P(\text{Blanca}) = 0,5 \cdot (6/10) + 0,5 \cdot (2/10) = \mathbf{0,4 (40\%)}$
- c) $P(\text{Cara} \mid \text{Negra}) = [0,5 \cdot (4/10)] / 0,6 = 0,2 / 0,6 = \mathbf{1/3 (\approx 33,33\%)}$

BLOC 4: Problemes de Model d'Exàmens PBAU / PAU Illes Balears**Exercici 41**

- a) $P(\text{Avaria}) = 0,60 \cdot 0,04 + 0,40 \cdot 0,08 = 0,056 \Rightarrow P(\text{Sense avaria}) = \mathbf{0,944 (94,4\%)}$
- b) $P(C1 \mid \text{Avaria}) = 0,024 / 0,056 = \mathbf{3/7 (\approx 42,86\%)}$

Exercici 42

- a) $P(\text{Exportació}) = 0,70 \cdot 0,85 + 0,30 \cdot 0,90 = 0,865 \Rightarrow P(\text{Local}) = \mathbf{0,135 (13,5\%)}$
- b) $P(\text{Blanc} \mid \text{Exportació}) = 0,270 / 0,865 = \mathbf{54/173 (\approx 31,21\%)}$

Exercici 43

- a) $P(\text{Recicla}) = 0,60 \cdot 0,80 + 0,40 \cdot 0,65 = \mathbf{0,74 (74\%)}$
- b) $P(\text{Urbana} \mid \text{No recicla}) = (0,60 \cdot 0,20) / 0,26 = 0,12 / 0,26 = \mathbf{6/13 (\approx 46,15\%)}$

Exercici 44

- a) $P(\text{Crema}) = 0,40 \cdot 0,50 + 0,40 \cdot 0,75 + 0,20 \cdot 0,90 = \mathbf{0,68 (68\%)}$
- b) $P(\text{Resident} \mid \text{No crema}) = (0,40 \cdot 0,50) / (1 - 0,68) = 0,20 / 0,32 = \mathbf{5/8 = 0,625 (62,5\%)}$

Exercici 45

- a) Terrassa Mar(0,60), Terrassa Jardí(0,40).
- b) $P(\text{Peix}) = 0,60 \cdot 0,30 + 0,40 \cdot 0,15 = \mathbf{0,24 (24\%)}$
- c) $P(\text{Jardí} \mid \text{Peix}) = 0,06 / 0,24 = \mathbf{1/4 = 0,25 (25\%)}$

Exercici 46

- a) $P(\text{No apta}) = 0,40 \cdot 0,02 + 0,35 \cdot 0,04 + 0,25 \cdot 0,05 = 0,0345 \Rightarrow P(\text{Apta}) = \mathbf{0,9655 (96,55\%)}$
- b) $P(A \mid \text{No apta}) = 0,008 / 0,0345 = \mathbf{16/69 (\approx 23,19\%)}$

Exercici 47

- a) $P(\text{Assegurança}) = 0,70 \cdot 0,80 + 0,30 \cdot 0,60 = \mathbf{0,74 (74\%)}$
- b) $P(\text{Vela} \mid \text{Assegurança}) = 0,18 / 0,74 = \mathbf{9/37 (\approx 24,32\%)}$

Exercici 48

- a) $P(\text{Superar totes dues}) = 0,6 \cdot 0,7 = \mathbf{0,42 (42\%)}$
- b) Candidats esperats = $500 \cdot 0,42 = \mathbf{210 \text{ candidats}}$
- c) $P(\text{Eliminat}) = 1 - 0,42 = \mathbf{0,58 (58\%)}$

Exercici 49

- a) $P(\text{Avaria}) = 0,30 \cdot 0,05 + 0,50 \cdot 0,04 + 0,20 \cdot 0,08 = 0,051 \Rightarrow P(\text{Sense avaria}) = \mathbf{0,949 (94,9\%)}$
- b) $P(\text{Gasolina} \mid \text{Avaria}) = 0,016 / 0,051 = \mathbf{16/51 (\approx 31,37\%)}$

Exercici 50

- a) $P(\text{Coneix}) = 0,20 \cdot 0,80 + 0,30 \cdot 0,60 + 0,50 \cdot 0,20 = \mathbf{0,44 (44\%)}$
- b) $P(\text{Diari} \mid \text{Coneix}) = 0,16 / 0,44 = \mathbf{4/11 (\approx 36,36\%)}$

Exercici 51

- a) $P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,6 = \mathbf{0,1}$; $P(A \mid B) = 0,1 / 0,3 = \mathbf{1/3 (\approx 0,333)}$
- b) $P(A) \cdot P(B) = 0,12 \neq 0,1 \Rightarrow \mathbf{NO \text{ independents.}}$ $P(A \cap B) = 0,1 \neq 0 \Rightarrow \mathbf{NO \text{ incompatibles.}}$

Exercici 52

- a) Mallorca(0,60), Menorca(0,25), Eiv/Formentera(0,15).
- b) $P(\text{Tornen}) = 0,60 \cdot 0,80 + 0,25 \cdot 0,90 + 0,15 \cdot 0,85 = 0,8325 \Rightarrow P(\text{Quedar-se}) = \mathbf{0,1675 (16,75\%)}$
- c) $P(\text{Menorca} \mid \text{Quedar-se}) = (0,25 \cdot 0,10) / 0,1675 = 0,025 / 0,1675 = \mathbf{10/67 (\approx 14,93\%)}$