

QUADERNET D'EXERCICIS: PROBABILITAT

Preparació PBAU / PAU — Illes Balears (2n de Batxillerat)

Assignatura: Matemàtiques II / Aplicades a les CCSS

Alumne/a: _____

Bloc: Tema 1 — Probabilitat i Estadística

Data: _____ **Grup:** _____

Instruccions per als alumnes:

- Aquest quadernet conté **52 exercicis tipus PBAU** ordenats per blocs temàtics i nivell de complexitat.
- Justifiqueu sempre tots els passos i comproveu que els resultats de les probabilitats estiguin compresos entre 0 i 1.
- Podeu expressar els resultats en forma de fracció original, decimal o percentatge.

BLOC 1: Propietats de la Probabilitat i Àlgebra d'Esdeveniments

Exercici 1

Donats dos esdeveniments A i B d'un mateix espai mostral, se sap que $P(A) = 0,65$, $P(B) = 0,40$ i $P(A \cup B) = 0,79$.

- a) Troba $P(A \cap B)$.
- b) Són A i B esdeveniments independents? Justifica la resposta.
- c) Calcula $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.

Exercici 2

Siguin A i B dos esdeveniments tals que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ i $P(A \cap B) = 0,15$.

- a) Calcula $P(A \cup B)$.
- b) Determina si A i B són independents.
- c) Calcula $P(A | \bar{B})$.

Exercici 3

Un experiment té dos esdeveniments A i B tals que $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,3$ i $P(A \cup B) = 0,7$.

- a) Calcula $P(A)$.
- b) Calcula $P(A \cap B)$.
- c) Són A i B incompatibles? Justifica la teva resposta.

Exercici 4

Siguin A i B dos esdeveniments independents tals que $P(A) = 0,4$ i $P(B) = 0,6$.

- a) Calcula $P(A \cap B)$.
- b) Calcula $P(A \cup B)$.
- c) Troba $P(A \setminus B)$.

Exercici 5

Donats dos esdeveniments A i B tals que $P(A) = 0,5$, $P(B | A) = 0,4$ i $P(A \cup B) = 0,7$.

- a) Troba $P(A \cap B)$.
- b) Calcula $P(B)$.
- c) Calcula $P(A | B)$.

Exercici 6

Se sap que $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,5$ i $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,1$.

- a) Demuestra que $P(A \cup B) = 0,9$.
- b) Troba $P(A \cap B)$.
- c) Són A i B independents?

Exercici 7

Sigui $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,3$ i $P(A \cap B) = 0,1$.

- a) Calcula $P(A | B)$ i $P(B | A)$.
- b) Calcula $P(\bar{A} \cup \bar{B})$.
- c) Determina $P(A \cap \bar{B})$.

Exercici 8

Dos esdeveniments A i B compleixen que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ i $P(A \cup B) = 0,8$. Són incompatibles? Són independents?

Exercici 9

Siguin A i B dos esdeveniments tals que $P(A) = 0,8$ i $P(B | A) = 0,3$.

- a) Calcula $P(A \cap B)$.
- b) Si a més $P(A \cup B) = 0,9$, calcula $P(B)$ i $P(B | \bar{A})$.

Exercici 10

Sabent que $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/4$ i $P(A \cup B) = 1/2$:

- a) Troba $P(A \cap B)$.
- b) Troba $P(\bar{A} | B)$.

Exercici 11

Els esdeveniments A i B són tals que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ i $P(A \cap B) = 0,1$. Troba la probabilitat que s'esdevingui almenys un dels dos, que no s'esdevingui cap dels dos i que s'esdevingui exactament un dels dos.

Exercici 12

Se sap que $P(A \cup B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,2$ i $P(A) = 2 \cdot P(B)$. Troba $P(A)$ i $P(B)$.

BLOC 2: Taules de Contingència i Espais Mostrals Finites**Exercici 13**

A un institut de Mallorca s'ha realitzat un estudi sobre l'elecció de llengües optatives. El 60% dels estudiants són noies. El 40% de les noies i el 25% dels nois estudien alemany.

- a) Elabora una taula de contingència amb les probabilitats.
- b) Si es tria un alumne a l'atzar, quina és la probabilitat que estudiï alemany?
- c) Si s'elegeix un estudiant que no cursa alemany, quina és la probabilitat que sigui un noi?

Exercici 14

En una mostra de 200 turistes a Menorca, 120 són britànics i la resta alemanys. 80 dels britànics i 50 dels alemanys han llogat un vehicle durant la seva estada.

- a) Construeix la taula de contingència en freqüències absolutes i en probabilitats.
- b) Si es tria un turista a l'atzar, quina és la probabilitat que hagi llogat un vehicle?
- c) Sabent que un turista ha llogat un vehicle, quina és la probabilitat que sigui britànic?

Exercici 15

A una empresa d'Eivissa amb 100 empleats, 60 treballs són d'oficina i 40 de camp. El 70% dels empleats d'oficina parla anglès, mentre que en el personal de camp ho fa el 30%.

- a) Fes la taula de doble entrada corresponent.
- b) Troba la probabilitat que un empleat triat a l'atzar parli anglès.
- c) Quina és la probabilitat que un empleat que parla anglès treballi a camp?

Exercici 16

En un poliesportiu de Palma, el 55% dels socis són homes i el 45% dones. El 20% dels homes i el 40% de les dones fan natació.

- a) Representa les dades en una taula de contingència.
- b) Calcula la probabilitat que un soci triat a l'atzar faci natació.
- c) Si un soci no fa natació, quina és la probabilitat que sigui dona?

Exercici 17

Es fa un control de salut a un grup de 500 persones a Formentera. El 30% són fumadores. Entre les persones fumadores, el 40% té la pressió arterial alta, mentre que entre les no fumadores aquest percentatge és del 15%.

- a) Elabora la taula de contingència completa.
- b) Quina és la probabilitat que una persona triada a l'atzar tingui la pressió arterial alta?
- c) Si una persona té la pressió arterial normal, quina és la probabilitat que sigui fumadora?

Exercici 18

A les proves PBAU de les Illes Balears, el 85% dels alumnes presentats aproven. Entre els que aproven, el 70% ha anat a un centre públic. Entre els que suspenen, el 60% ha anat a un centre privat o concertat.

- a) Organitza la informació en una taula de contingència.
- b) Troba el percentatge global d'alumnes que provenen de centres públics.
- c) Quin és el percentatge d'aprovats entre els estudiants de centres públics?

Exercici 19

A un aparcament del centre de Palma, el 65% dels vehicles són cotxes i la resta motocicletes. El 80% dels cotxes i el 30% de les motocicletes paguen amb targeta.

- a) Fes la taula de contingència.
- b) Calcula la probabilitat que un vehicle triat a l'atzar pagui en efectiu.
- c) Sabent que un vehicle ha pagat amb targeta, quina és la probabilitat que sigui una motocicleta?

Exercici 20

En un grup de 150 estudiants de la UIB, 90 estudien Grau en Dret i 60 Grau en Economia. El 60% dels estudiants de Dret són dones i el 50% dels d'Economia són homes.

- a) Construeix la taula de doble entrada.
- b) Troba la probabilitat que un estudiant sigui home.
- c) Si es tria una dona a l'atzar, quina és la probabilitat que estudiï Economia?

Exercici 21

En una fira d'artesanía a Sineu, el 40% dels llocs de venda són de productes alimentaris i el 60% d'artesanía de fusta. El 80% dels d'alimentació i el 50% dels de fusta accepten pagament per Bizum.

- a) Fes la taula de contingència.
- b) Quina és la probabilitat que un lloc no accepti Bizum?
- c) Si un lloc accepta Bizum, quina és la probabilitat que sigui d'artesanía de fusta?

Exercici 22

A un vol entre Palma i Maó, el 70% dels passatgers són residents a les Illes Balears i el 30% no residents. El 90% dels residents viatja per feina o estudis, mentre que només el 20% dels no residents viatja per aquests motius.

- a) Elabora la taula de contingència.
- b) Quina és la probabilitat que un passatger viatgi per motius de feina o estudis?
- c) Si un passatger viatja per feina o estudis, quina és la probabilitat que no sigui resident?

Exercici 23

Una companyia telefònica té clients amb contracte (75%) i de prepagament (25%). El 40% dels de contracte i el 80% dels de prepagament són joves menors de 25 anys.

- a) Organitza les dades en una taula.
- b) Troba la probabilitat que un client triat a l'atzar sigui menor de 25 anys.
- c) Si un client és major de 25 anys, quina és la probabilitat que tingui contracte?

Exercici 24

A un supermercat de Ciutadella, el 60% dels clients utilitza el seu propi cabàs o bossa de roba. D'aquests, el 80% fa una compra superior a 30 euros. Entre els clients que no porten bossa pròpia, només el 40% fa una compra superior a 30 euros.

- a) Construeix la taula de contingència.
- b) Calcula la probabilitat que un client faci una compra superior a 30 euros.
- c) Si un client fa una compra de 20 euros, quina és la probabilitat que porti bossa pròpia?

Exercici 25

En una mostra de 800 usuaris de Xarxes Socials a Balears, 500 fan servir Instagram i 300 TikTok. El 70% dels usuaris d'Instagram i el 90% dels de TikTok en fan un ús diari.

- a) Construeix la taula de contingència.
- b) Quina és la probabilitat que un usuari en faci un ús diari?
- c) Sabent que un usuari no en fa un ús diari, quina és la probabilitat que utilitzi Instagram?

BLOC 3: Diagrames d'Arbre, Probabilitat Total i Teorema de Bayes**Exercici 26**

Una urna A conté 4 boles vermelles i 6 de negres. Una urna B conté 7 boles vermelles i 3 de negres. Es llença un dau equilibrat: si surt 1 o 2 es treu una bola de l'urna A; si surt un altre nombre, es treu de l'urna B.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre detallat.
- b) Calcula la probabilitat que la bola extreta sigui vermella.
- c) Sabent que la bola ha estat vermella, quina és la probabilitat que hagi vingut de l'urna A?

Exercici 27

Una fàbrica de formatges a Menorca produeix el 50% dels seus formatges a la Línia 1, el 30% a la Línia 2 i el 20% a la Línia 3. El percentatge de formatges defectuosos és de l'1% a la Línia 1, del 2% a la Línia 2 i del 5% a la Línia 3.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre.
- b) Troba la probabilitat que un formatge triat a l'atzar sigui defectuós.
- c) Si es detecta un formatge defectuós, de quina línia és més probable que vingui? Justifica-ho calculant les probabilitats a posteriori.

Exercici 28

Un test serològic per detectar una malaltia té una sensibilitat del 95% (probabilitat de donar positiu si està malalt) i una especificitat del 90% (probabilitat de donar negatiu si està sa). A una determinada població, la prevalença de la malaltia és del 5%.

- a) Representa el problema mitjançant un diagrama d'arbre.
- b) Calcula la probabilitat que una persona triada a l'atzar doni positiu al test.
- c) Si una persona dona positiu al test, quina és la probabilitat real que estigui malalta?

Exercici 29

Dos proveïdors A i B subministren components electrònics a una empresa de Mallorca. El proveïdor A subministra el 65% del material i té un 3% de peces defectuoses. El proveïdor B subministra el 35% restant i té un 6% de peces defectuoses.

- a) Calcula la probabilitat de triar una peça no defectuosa.
- b) Si agafem una peça i resulta ser defectuosa, quina és la probabilitat que vingui del proveïdor A?

Exercici 30

Per anar de Palma a Inca, en Joan pot utilitzar el tren el 70% de les vegades o el seu cotxe privat el 30% restant. Quan va en tren arriba tard el 5% dels dies, mentre que en cotxe arriba tard el 20% dels dies per mor de les retencions.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre.
- b) Calcula la probabilitat que un dia qualsevol en Joan arribi puntual.
- c) Si un dia en Joan ha arribat tard, quina és la probabilitat que hagi viatjat en cotxe?

Exercici 31

Tenim tres caixes C_1 , C_2 i C_3 . C_1 conté 3 boles blanques i 2 de negres; C_2 conté 2 blanques i 4 de negres; C_3 conté 5 blanques i 1 negra. Triem una caixa a l'atzar i n'extraiem una bola.

- a) Calcula la probabilitat que la bola sigui blanca.
- b) Si la bola extreta és negra, quina és la probabilitat que s'hagi extret de la caixa C_2 ?

Exercici 32

Un estudiant respon un exàmen de tipus test. Per a cada pregunta té dues opcions: o sap la resposta o la respon a l'atzar. La probabilitat que sàpiga la resposta és de 0,75. Si la respon a l'atzar, com que hi ha 4 opcions, la probabilitat d'encertar és de 0,25.

- a) Quina és la probabilitat que encerti una pregunta determinada?
- b) Si l'estudiant ha encertat una pregunta, quina és la probabilitat que realment sabés la resposta i no l'hagi encertada per atzar?

Exercici 33

A un aeroport, el 60% dels vols són nacionals, el 30% europeus i el 10% intercontinentals. El 10% dels vols nacionals, el 20% dels europeus i el 40% dels intercontinentals pateixen algun retard.

- a) Troba la probabilitat global que un vol pateixi retard.
- b) Si un vol ha sortit puntual, quina és la probabilitat que sigui un vol europeu?

Exercici 34

En una comarca agrícola de Mallorca, el 40% de la producció d'ametlles procedeix d'arbres tractats amb un nou fertilitzant i el 60% d'arbres tractats de forma tradicional. El 90% de les ametlles dels arbres tractats amb el nou fertilitzant són de mida superior, mentre que en el tractament tradicional ho són el 60%.

- a) Calcula la probabilitat que una ametlla triada a l'atzar sigui de mida superior.
- b) Si una ametlla és de mida superior, quina és la probabilitat que provingui d'un arbre tractat amb el mètode tradicional?

Exercici 35

Una alarma antirobatori instal·lada en un comerç té una eficàcia del 98% (sona si hi ha un robatori). No obstant això, té una taxa de falses alarmes de l'1% (sona quan no hi ha cap robatori). La probabilitat que hi hagi un robatori una nit qualsevol és de 0,002.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre.
- b) Quina és la probabilitat que l'alarma soni una nit qualsevol?
- c) Si l'alarma ha sonat, quina és la probabilitat que realment s'estigui produint un robatori?

Exercici 36

Es disposa de dues urnes: l'urna U_1 conté 5 boles vermelles i 3 de blaves; l'urna U_2 conté 3 vermelles i 5 de blaves. Es treu una bola de U_1 i es passa a U_2 sense mirar-ne el color. A continuació, es treu una bola de U_2 .

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre corresponent a aquest procés en dues etapes.
- b) Calcula la probabilitat que la bola extreta finalment de U_2 sigui vermella.
- c) Si la bola extreta de U_2 és blava, quina és la probabilitat que la bola passada de U_1 a U_2 fos vermella?

Exercici 37

En una universitat, el 50% dels alumnes cursa 1r curs, el 30% 2n curs i el 20% 3r curs. Suspèn almenys una assignatura el 20% dels de 1r, el 15% dels de 2n i el 5% dels de 3r.

- a) Troba la probabilitat que un alumne no suspengui cap assignatura.
- b) Si un alumne suspèn almenys una assignatura, quina és la probabilitat que sigui de 1r curs?

Exercici 38

Tres màquines A, B i C fabriquen cargols. La màquina A en fa el 40%, la B el 35% i la C el 25%. El 2% dels cargols de A, el 3% de B i el 4% de C són defectuosos.

- a) Si s'escull un cargol a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui defectuós?
- b) Si un cargol no és defectuós, quina és la probabilitat que hagi estat fabricat per la màquina B?

Exercici 39

Una agència de viatges d'Eivissa ven tres paquets de vacances: A (50%), B (30%) i C (20%). El percentatge de clients satisfets és del 90% per al paquet A, del 80% per al B i del 70% per al C.

- a) Calcula el percentatge total de clients satisfets.
- b) Si un client es mostra insatisfet, quina és la probabilitat que hagi comprat el paquet A?

Exercici 40

En un joc d'atzar es tira una moneda equilibrada. Si surt cara, s'extreu una bola d'una bossa que conté 6 boles blanques i 4 de negres. Si surt creu, s'extreu una bola d'una altra bossa amb 2 boles blanques i 8 de negres.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre.
- b) Quina és la probabilitat d'obtenir una bola blanca?
- c) Sabent que s'ha obtingut una bola negra, quina és la probabilitat que hagués sortit cara al llançament de la moneda?

BLOC 4: Problemes de Model d'Exàmens PBAU / PAU Illes Balears**Exercici 41 PBAU BALEARS**

Una empresa de distribució de gasoil a Mallorca utilitza dos camions cisterna C_1 i C_2 per servir les comandes. El camió C_1 fa el 60% dels repartiments i el C_2 el 40%. La probabilitat que el camió C_1 tingui una avaria durant el trajecte és de 0,04, mentre que per al C_2 és de 0,08.

- a) Determina la probabilitat que una comanda sigui lliurada sense que el camió pateixi cap avaria.
- b) Si una comanda ha patit un retard per una avaria del camió, quina és la probabilitat que el repartiment s'hagués assignat al camió C_1 ?

Exercici 42 PBAU BALEARS

En un celler de la DO Binissalem, el 70% del vi produït és negre i el 30% és blanc. El 85% del vi negre i el 90% del vi blanc es destinen a l'exportació.

- a) Si es tria una ampolla de vi a l'atzar de la producció total, quina és la probabilitat que estigui destinada al mercat local (no exportació)?
- b) Si s'escull una ampolla destinada a l'exportació, quina és la probabilitat que sigui de vi blanc?

Exercici 43 PBAU BALEARS

Es fa un estudi sobre l'hàbit de reciclatge entre la població balear. El 60% de la població viu en zones urbanes i el 40% en zones rurals. El 80% dels habitants de zones urbanes separa el paper i el cartró, mentre que en zones rurals ho fa el 65%.

- a) Quin és el percentatge global de la població que recicla paper i cartró?
- b) Si es selecciona una persona que no separa el paper i el cartró, quina és la probabilitat que visqui en una zona urbana?

Exercici 44 PBAU BALEARS

A una platja de les Illes Balears, el 40% dels visitants són residents, el 40% turistes espanyols i el 20% turistes internacionals. Utilitzen crema solar d'alta protecció el 50% dels residents, el 75% dels turistes espanyols i el 90% dels turistes internacionals.

- a) Calcula la probabilitat que un visitant triat a l'atzar utilitzi crema solar d'alta protecció.
- b) Si un visitant no utilitza crema solar d'alta protecció, quina és la probabilitat que sigui resident?

Exercici 45 PBAU BALEARS

Un restaurant de Formentera disposa de dues terrasses: la Terrassa Mar (60% de les taules) i la Terrassa Jardí (40% de les taules). El 30% dels clients de la Terrassa Mar demanen peix fresc, mentre que a la Terrassa Jardí ho fa el 15%.

- a) Dibuixa l'arbre de probabilitats.
- b) Quina és la probabilitat que un client qualsevol del restaurant demani peix fresc?
- c) Sabent que un client ha demanat peix fresc, quina és la probabilitat que estigui assegut a la Terrassa Jardí?

Exercici 46 PBAU BALEARS

En un magatzem agrícola hi ha tres contenidors de patates de Sa Pobla: A (40%), B (35%) i C (25%). Les patates no aptes per a la venda són el 2% del contenidor A, el 4% del B i el 5% del C.

- a) Es tria una patata a l'atzar. Quina és la probabilitat que sigui apta per a la venda?
- b) Si la patata triada no és apta per a la venda, calcula la probabilitat que provengui del contenidor A.

Exercici 47 PBAU BALEARS

En un club nàutic de Maó, el 70% de les embarcacions són de motor i el 30% de vela. Tenen l'assegurança a tot risc el 80% de les de motor i el 60% de les de vela.

- a) Calcula la probabilitat que una embarcació triada a l'atzar tingui assegurança a tot risc.
- b) Si una embarcació té assegurança a tot risc, quina és la probabilitat que sigui de vela?

Exercici 48 PBAU BALEARS

Per a la selecció d'un lloc de feina a l'administració pública balear, els candidats han de superar dues fases eliminatòries F_1 i F_2 . La probabilitat de superar la fase F_1 és de 0,6. La probabilitat de superar la fase F_2 havent superat la F_1 és de 0,7.

- a) Quina és la probabilitat que un candidat superi totes dues fases?
- b) Si es presenten 500 candidats, quants s'espera que superin el procés de selecció complet?
- c) Quina és la probabilitat que un candidat sigui eliminat a la primera fase o a la segona?

Exercici 49 PBAU BALEARS

Un concessionari de cotxes de Ciutadella ven cotxes elèctrics (30%), híbrids (50%) i de gasolina (20%). Dins del període de garantia, presenten qualsevol tipus d'avaria el 5% dels elèctrics, el 4% dels híbrids i l'8% dels de gasolina.

- a) Troba la probabilitat que un cotxe venut no tingui cap avaria durant el període de garantia.
- b) Si un cotxe presenta una avaria durant la garantia, quina és la probabilitat que sigui de gasolina?

Exercici 50 PBAU BALEARS

S'ha fet un estudi sobre l'ús de la bicicleta urbana a Palma. El 20% dels ciutadans utilitza la bicicleta diàriament, el 30% ocasionalment i el 50% mai. Entre els que la fan servir diàriament, el 80% coneix la xarxa de carrils bici; entre els que la fan servir ocasionalment, el 60%; i entre els que no la fan servir mai, el 20%.

- a) Calcula la probabilitat que un ciutadà triat a l'atzar conegui la xarxa de carrils bici.
- b) Si un ciutadà coneix la xarxa de carrils bici, quina és la probabilitat que utilitzi la bicicleta diàriament?

Exercici 51 PBAU BALEARS

Siguin A i B dos esdeveniments d'un experiment aleatori tals que $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$ i $P(A \cup B) = 0,6$.

- a) Troba $P(A \cap B)$ i $P(A | B)$.
- b) Són A i B independents? Són incompatibles? Justifica la teva resposta.

Exercici 52 PBAU BALEARS

Un grup d'estudiants de la UIB està format per un 60% d'alumnes de Mallorca, un 25% de Menorca i un 15% d'Eivissa i Formentera. El 80% dels mallorquins, el 90% dels menorquins i el 85% dels eivissencs i formenterers tornen a casa el cap de setmana.

- a) Dibuixa el diagrama d'arbre complet.
- b) Troba la probabilitat que un estudiant triat a l'atzar es quedi a Palma el cap de setmana.
- c) Si un estudiant es queda a Palma el cap de setmana, quina és la probabilitat que sigui de Menorca?