



Prova de batxillerat per a l'accés a la Universitat (PBAU)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Versió en català

Instruccions generals:

- No podeu llegir l'enunciat fins que el professor no us autoritzi.
- No us podeu moure del lloc per demanar dubtes sobre l'examen, sinó que heu de fer-ho des del vostre lloc.
- Durant l'examen no està permès emprar telèfon mòbil (l'haureu de tenir apagat dins la bossa), rellotge ni qualsevol altre dispositiu electrònic.
- Recordau aferrar l'etiqueta identificadora al full de respostes als llocs indicats.
- Recordau que durant l'examen no està permès passar cap tipus de material a una altra persona.
- Si acabau la prova abans que expiri el temps assignat, heu d'aixecar el braç per esperar instruccions.



Model 3

Contestau de manera clara i raonada quatre qüestions qualssevol, escollides d'entre les vuit proposades. Disposau de 90 minuts. Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total de punts obtinguts entre 4. Només es tindran en compte les respostes clarament justificades i raonades usant llenguatge matemàtic o no matemàtic, segons correspongui. Es valoraran negativament els errors de càlcul. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica. No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius amb accés a Internet o aparells que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

1 Fa un any una societat de capital de risc va invertir 100000 euros en accions de tres empreses, que anomenarem A, B i C. Ara, les accions de l'empresa A han augmentat de valor en un 50 %, les de l'empresa B han augmentat en un 10 % i, en canvi, les de l'empresa C han perdut un 15 % del seu valor. Si la societat ara vengués totes les accions obtindria 102000 euros. Sabem que va invertir en les accions de l'empresa C el mateix que en les altres dues juntes.

- a) Identificau les variables i interpretau l'enunciat com un conjunt d'equacions lineals. (5 punts)
- b) Calculau la quantitat de doblers que la societat va invertir en accions de cada empresa. (5 punts)

2 En un taller es fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten $0.9 m^2$ de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model es necessiten $1.2 m^2$ de cuir i 4 hores de feina. Per fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de $60 m^2$ de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina. El taller cobra 30 euros per una bossa del primer model i 25 per una del segon.

- a) Plantejau la maximització del benefici de la companyia com un problema de programació lineal. (4 punts)
- b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten. (4 punts)
- c) Calculau el nombre de bosses de cada tipus que s'han de fabricar per tal d'obtenir un benefici màxim. Determinau també aquest benefici màxim. (2 punts)

3 Donat el següent sistema d'equacions

$$\begin{array}{rrcr} x & -ay & +2z & = 0 \\ ax & -4y & -4z & = 0 \\ 4x & +3y & -2z & = 0 \end{array}$$

depenent del paràmetre a .

- a) Discutiu per a quins valors de a el sistema té solució i quantes en té en cada cas. (6 punts)
- b) Trobau la solució en el cas que $a = -2$. (4 punts)

4 Considerau la funció a trossos següent

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^3 + ax + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- a) Calculau els valors de a perquè $f(x)$ sigui contínua i derivable. (5 punts)
- b) Per a $a = 4$ calculau l'àrea compresa entre la gràfica de $f(x)$ i les rectes $x = 0$, $x = 1$ i $y = 0$. (5 punts)

5 La despesa mensual en euros en loteria d'un treballador ve determinada pel seu salari mitjançant la funció

$$f(x) = \frac{100x}{b + x^2},$$

en què $x \geq 0$ representa el salari en milers d'euros i $b > 0$ és un paràmetre.

- a) Trobau el valor de b per al qual el màxim de la despesa s'obté amb un salari de 2 mil euros. (3 punts)
- b) Per a $b = 9$, determinau el salari per al qual la despesa és màxima. A quant ascendeix aquesta despesa? (4 punts)
- c) Per a $b = 9$, per a quins salaris la despesa mensual és superior a 10 euros? (3 punts)

6 Si el preu de l'entrada d'un cinema és de 8 euros, hi van 500 persones. El propietari sap per experiència que per cada augment d'1.5 euros en el preu de l'entrada hi van 30 espectadors menys. Trobau:

- a) La funció que determina el nombre d'espectadors en funció del preu de l'entrada. (3 punts)
- b) La funció que determina els ingressos del cinema en funció del preu de l'entrada. (2 punts)
- c) El preu de l'entrada perquè els ingressos del propietari siguin màxims. (3 punts)
- d) El nombre d'espectadors que aniran al cinema quan el preu sigui el que correspon als ingressos màxims i aquests ingressos màxims. (2 punts)

7 La producció en quilograms de taronges per taronger a Sóller segueix una distribució normal de desviació típica 2 i mitjana desconeguda.

- a) Calculau la mida mínima de la mostra que s'ha de prendre perquè, en estimar la mitjana poblacional amb un nivell de confiança del 94 %, l'error comès sigui inferior a 1.5 kg. (5 punts)
- b) Si s'agafa una mostra aleatòria de 10 tarongers, amb produccions en quilograms:

30 25 4 70 45 60 21 32 9 47

Calculau un interval de confiança del 97 % per estimar la producció mitjana de taronges per arbre. (5 punts)

8 En una certa empresa d'exportació, el 62.5% dels empleats parla anglès. D'altra banda, entre els empleats que parlen anglès, el 80% parla també alemany. Entre els empleats que no parlen anglès, només la tercera part sí que parla alemany.

- a) Quin percentatge d'empleats parla les dues llengües? (4 punts)
- b) Quin percentatge d'empleats parla alemany? (3 punts)
- c) Si un empleat no parla alemany, quina és la probabilitat que parli anglès? (3 punts)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.