

Prova de batxillerat per a l'accés a la Universitat (PBAU)

Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials II

Versió en català

Instruccions generals

1. Emplenau la caràtula amb el número del document d'identitat, nom i cognoms.
2. **ÉS IMPORTANT** que marqueu correctament totes les caselles corresponents al document d'identitat, codi de matèria i opció. La marca ha de quedar com aquesta: 

Fixau-vos bé que marcau correctament la fila i la columna corresponents al número que heu de marcar. Un error freqüent és marcar l'1 a la fila 0. Després d'emplenar les caselles del document d'identitat i el codi d'examen, revisau que les heu marcades correctament.

Instruccions per marcar el document d'identitat al full de respostes

	Document	Instrucció								
1	DNI / NIE	Heu de marcar la part numèrica del document. Si el document té menys de 8 dígits numèrics, mirau el punt 3 d'aquesta taula.								
2	Identificadors de més de 8 dígits numèrics	Heu de marcar els primers 8 dígits numèrics del document començant per l'esquerra. Exemple d'identificador: 800A12B7457 <table><tr><td>8</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	8	0	0	1	2	7	4	5
8	0	0	1	2	7	4	5			
3	Identificadors de menys de 8 dígits numèrics	Per exemple, si el document té 6 dígits numèrics, heu de marcar 2 zeros començant per l'esquerra i després marcar-ne la part numèrica. Exemple d'identificador: 81A2B745 <table><tr><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	0	0	8	1	2	7	4	5
0	0	8	1	2	7	4	5			

3. Indica a la pàgina 1 el nom de la matèria i marcau-ne el codi, tal com s'indica a la figura:

Codi de la matèria:

220

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
0	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

4. Independentment de les preguntes que contesteu, heu de marcar obligatòriament l'opció A, tal com s'indica a la imatge:
Opció / Opción: A
• ☒ • ☐
5. Començau a respondre l'examen per la pàgina 2, seguint la numeració i no heu d'escriure fora dels marges superior (per damunt del codi de barres) i inferior (després del peu de pàgina).
6. Si acabau la prova abans que expiri el temps assignat, heu d'aixecar el braç per esperar instruccions.
7. No heu de llevar la grapa del full de respostes.



Model 1

Contestau de manera clara i raonada quatre qüestions qualssevol, escollides d'entre les vuit proposades. Disposau de 90 minuts. Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total de punts obtinguts entre 4. Només es tindran en compte les respostes clarament justificades i raonades usant llenguatge matemàtic o no matemàtic, segons correspongui. Es valoraran negativament els errors de càlcul. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica. No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius amb accés a Internet o aparells que puguin transmetre o emmagatzemar informació.

1 Donat el sistema d'equacions següent

$$3x + 2y + z = 1$$

$$-mx + 2y + z = 2$$

dependent del paràmetre m .

- a) Discutiu per a quins valors de m el sistema té solució i quantes en té en cada cas. (5 punts)
- b) Trobau la solució del sistema per a $m = 2$. (5 punts)

2 Donades les matrius

$$X = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & k \end{pmatrix}$$

- a) Trobau els valors de k per als quals Y és invertible. (3 punts)
- b) Trobau la inversa de Y per a $k = 1$. (3 punts)
- c) Determinau els valors de m i n per als quals la matriu X compleix

$$X^2 - 4X + nId = 0,$$

on Id denota la matriu identitat $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i 0 la matriu nul·la $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. (4 punts)

3 L'amo d'una botiga de llepolies disposa de 10 paquets de pipes, 30 xiclets i 18 bombons. Decideix que per vendre'ls millor confeccionarà dos tipus de paquets: el tipus A estarà format per un paquet de pipes, dos xiclets i dos bombons i es vendrà a 1'5 euros. El tipus B estarà format per un paquet de pipes, quatre xiclets i un bombó i es vendrà a 2 euros.

- a) Plantejau la maximització del benefici de la botiga com un problema de programació lineal. (4 punts)
- b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vèrtexs que la delimiten. (4 punts)
- c) Calculau el nombre de paquets de tipus A i B que s'han de confeccionar i vendre per tal d'obtenir un benefici màxim. Determinau també aquest benefici màxim. (2 punts)

4 Donada la funció $f(x) = -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+3}$

- a) Trobau-ne el domini, intervals de creixement i decreixement. (5 punts)
- b) Calculau una primitiva de $f(x)$. (3 punts)
- c) Calculau l'àrea limitada per la gràfica de $f(x)$ i les rectes $x = 4$, $x = 7$ i $y = 0$. (2 punts)

5 Una acadèmia d'anglès cobra una quota de 50 euros mensuals i té 200 estudiants. Un estudi de mercat afirma que per cada 2 euros que s'apuja (o s'abaixa) la quota es perden (o es guanyen) 10 estudiants.

- a) Escriviu el nombre d'estudiants de l'acadèmia en funció del preu de la quota. (3 punts)
- b) Per a quin valor de la quota l'acadèmia es quedaria sense estudiants? (2 punts)
- c) Determinau en quin preu cal fixar la quota per obtenir un ingrés mensual màxim. Quin seria aquest ingrés i quants estudiants tindria l'acadèmia? (5 punts)

6 L'evolució de la població d'un Estat, en milions d'habitants, es pot aproximar mitjançant la funció

$$P(t) = \frac{20t}{4+t^2} + 40, \quad t \geq 0$$

on t és el temps en anys.

- a) Calculau la població actual (per a $t = 0$). (2 punts)
- b) Determinau el límit de $P(t)$ quan t tendeix a infinit. (3 punts)
- c) Determinau al cap de quants anys la població serà màxima i el nombre d'habitants que la funció preveu per a aquest màxim. (5 punts)

7 En una universitat s'ha observat que la distribució de les qualificacions de Física als estudis d'Enginyeria Informàtica segueix una llei normal de mitjana $\mu = 5.1$ punts i desviació típica $\sigma = 1.6$.

- a) Quina és la probabilitat que un alumne escollit a l'atzar obtingui una nota inferior a 4 punts? (3 punts)
- b) Quina és la probabilitat que una mostra de 64 alumnes tingui una mitjana superior a 5.9? (4 punts)
- c) Si en una aula hi ha 50 alumnes, quants d'alumnes és d'esperar que tinguin una nota superior a 4 punts? (3 punts)

8 De dos esdeveniments d'un mateix espai mostral se sap que

$$p(B|A) = 0.9 \quad p(A|B) = 0.2 \quad p(A) = 0.1$$

- a) Calculau $p(A \cap B)$ i $p(B)$. (5 punts)
- b) Són els esdeveniments A i B independents? Raonau la resposta. (2 punts)
- c) Calculau $p(A \cap \overline{B})$, on $\overline{B}$ representa l'esdeveniment complementari de B . (3 punts)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
4.1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Taula de la distribució normal $N(0, 1)$.