2º de bachillerato
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II
Programación lineal

www.ebaumatematicas.com

Estas son las preguntas correspondientes a programación lineal que han aparecido en las pruebas de acceso a la universidad de los últimos años en España. Si se desea ver la resolución de los ejercicios ir al archivo correspondiente en la web www.ebaumatematicas.com.

Ejercicios en pruebas EBAU de ESPAÑA 2
ANDALUCÍA 2
ARAGÓN 7
ASTURIAS 12
BALEARES 18
CANARIAS 23
CANTABRIA 28
CASTILLA LA MANCHA 33
CASTILLA Y LEÓN 38
CATALUÑA 42
EXTREMADURA 48
GALICIA 53
LA RIOJA 58
MADRID 63
MURCIA 68
NAVARRA 73
PAÍS VASCO 81
VALENCIA 86

Autor de la recopilación: Juan Antonio Martínez García, profesor de matemáticas en el I.E.S. Vicente Medina de Archena (Murcia)

Cualquier error o ausencia en este documento, por favor, comunicalo al correo ebaumatematicas@gmail.com

Ejercicios en pruebas EBAU de ESPAÑA

ANDALUCÍA

1. Andalucía. Extraordinaria 2022. Bloque A <u>EJERCICIO 2</u>

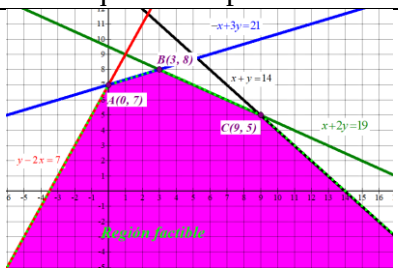
Se considera el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$y-2x\le 7;\quad -x+3y\le 21;\quad x+2y\le 19;\quad x+y\le 14$$

a) **(1.4 puntos)** Represente dicho recinto y determine sus vértices.

b) **(0.6 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y)=x+4y$ en el recinto anterior, así como los puntos donde se alcanzan.

c) **(0.5 puntos)** ¿Podrá tomar la función objetivo *F* el valor 40 en algún punto de la región factible? ¿Y el valor 20? Justifique las respuestas.

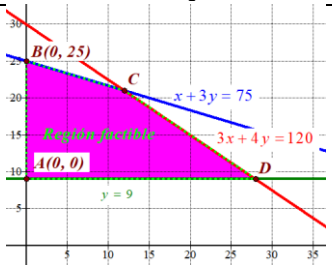


Solución: a) , los vértices de la región factible son A(0, 7), B(3, 8) y C(9, 5). b) El máximo valor es 35 y se alcanza en el vértice B(3, 8). No hay valor mínimo. c) No puede alcanzar un valor superior al máximo (40 > 35). El valor 20 se alcanza en muchos puntos: D(0, 5),….

2. Andalucía. Ordinaria 2022. Bloque A <u>EJERCICIO 1</u>

(2.5 puntos) Una pastelería decide preparar dos tipos de cajas de pastelitos para regalar a los clientes en su inauguración. En total dispone de 120 piononos y 150 pestiños. En la caja del primer tipo habrá 3 piononos y 2 pestiños y en la del segundo tipo 4 piononos y 6 pestiños. Deben preparar al menos 9 cajas del segundo tipo.

Determine cuántas cajas de cada tipo deberá preparar para realizar el máximo número de regalos posible. En este caso, indique cuántos piononos y cuántos pestiños se utilizarán.



Solución: . El número máximo de cajas es de 37 que se consigue con 28 del primer tipo y 9 del segundo. Con este número de cajas usamos 120 piononos y 110 pestiños.

3. Andalucía. Extraordinaria 2021. Bloque A <u>EJERCICIO 2</u>

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x-4y\le -19 \qquad 3x-4y\le -13 \qquad x\ge -7 \qquad -x-y\ge 2$$

a) **(1.5 puntos)** Represente la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.

b) **(0.5 puntos)** ¿Cuáles son los puntos en los que se alcanzan el mínimo y el máximo de la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ en la citada región factible? ¿Cuál es su valor?

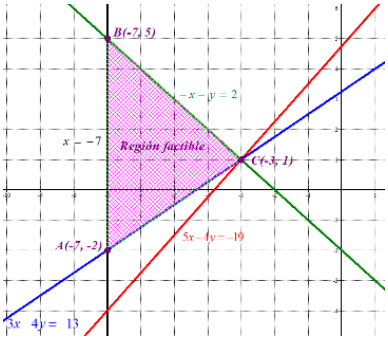
c) **(0.5 puntos)** Responda de forma razonada si la función $G(x,y)=-\frac{1}{5}x+\frac{5}{2}y$ puede alcanzar el valor $\frac{47}{3}$ en la región factible hallada.

Solución:

a) Los vértices son A(–7, –2), B(–7, 5) y C(–3, 1)

b) El máximo valor de $G(x,y)$ es 13.9 y se alcanza en el vértice B(-7, 5) y el mínimo valor es –3.6 y se alcanza en el vértice A(–7, –2)

c) No es posible.



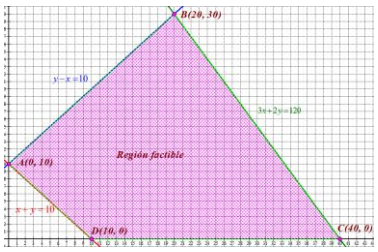
4. Andalucía. Ordinaria 2021. Bloque A <u>EJERCICIO 1</u>

(2.5 puntos) Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B. Su producción semanal debe ser de al menos 10 baterías en total y el número de baterías de tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas de tipo A. Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000 euros a la semana para el coste total de producción.

Si la empresa vende todo lo que produce y cada batería de tipo A genera un beneficio de 130 euros y la de tipo B de 140 euros, ¿cuántas baterías de cada tipo tendrán que producir a la semana para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución: El beneficio máximo es 6800 € que se consigue en el vértice B(20, 30).

Con la producción de 20 baterías de tipo A y 30 de tipo B se consigue el beneficio máximo de 6800 €.



5. Andalucía. Extraordinaria 2020. Bloque A <u>EJERCICIO 2</u>

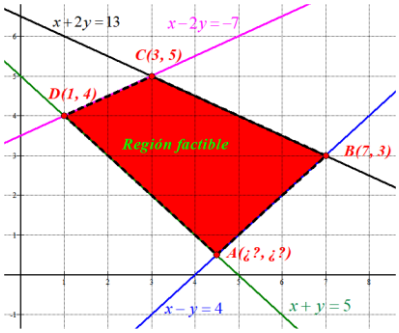
a) **(1,75 puntos)** Represente la región factible definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices.

$$x+2y\le 13 \qquad x-y\le 4 \qquad x-2y\ge -7 \qquad x+y\ge 5$$

b) **(0,75 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función objetivo $F(x,y)=x+y$ en la región anterior y determine los puntos en los que se alcanzan.

Solución:

a) A(4.5, 0.5), B(7,3), C(3, 5) y D(1, 4)



b) El máximo valor de la función es 10 y se alcanza en el vértice B(7, 3).

El valor mínimo es 5 y se alcanza en los vértices A y D. Por lo que este valor mínimo se alcanza en todos los puntos del segmento AD: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), etc.

6. Andalucía. Ordinaria 2020. Bloque A EJERCICIO 2

a) **(1 punto)** Una fábrica de electrodomésticos dispone de dos cadenas de montaje. En una hora de trabajo, la cadena A produce 10 lavadoras y 5 frigoríficos, mientras que la cadena B produce 7 lavadoras y 6 frigoríficos. El coste de cada hora de trabajo en las cadenas A y B es de 1200 y 1500 euros, respectivamente. La cadena A puede funcionar, como máximo, el doble de horas que la cadena B. Si deben producir como mínimo 400 lavadoras y 280 frigoríficos, formule, sin resolver, el problema que permite obtener las horas de funcionamiento de las cadenas A y B para minimizar el coste de producción de esos electrodomésticos.

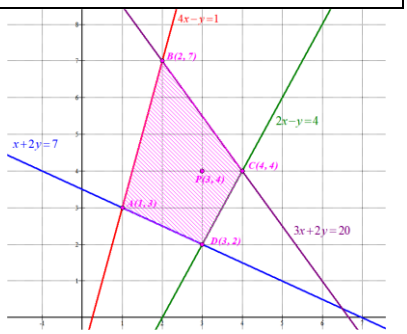
b) **(1.5 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones y calcule sus vértices.

$$x+2y\geq 7 \qquad 4x-y\geq 1 \qquad 2x-y\leq 4 \qquad 3x+2y\leq 20 \qquad x\geq 0 \qquad y\geq 0$$

Obtenga el valor mínimo de la función $F(x,y)=2x+y$ en el recinto anterior, así como el punto en el que se alcanza.

Solución:

a) El conjunto de las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x\leq 2y \\ 10x+7y\geq 400 \\ 5x+6y\geq 280 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$ *Y la función objetivo que deseamos minimizar es el coste de funcionamiento de las dos cadenas de montaje* $C(x,y)=1200x+1500y$.



b) Los vértices son A(1, 3); B(2, 7); C(4, 4) y D(3, 2). El valor mínimo se alcanza en el vértice A(1, 3) siendo este valor mínimo igual a 5.

7. Andalucía. Septiembre 2019. Opción B. EJERCICIO 1

Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar, 1 kg de concentrado A se necesitan 4'5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7'5 kg de grano de Colombia y 1'5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67'5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía, y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) **(1'75 puntos)** Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.

b) **(0'25 puntos)** Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.

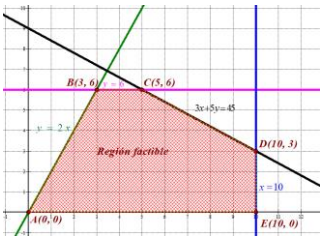
c) **(0'5 puntos)** Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución:

a) A(0, 0), B(3, 6), C(5, 6), D(10, 3) y E(10, 0)

b) Estos valores suponen un punto (7, 5) que no pertenece a la región factible.

c) El máximo beneficio es de 34 € y se obtiene vendiendo 5 kg de A y 6 de B.



8. Andalucía. Junio 2019. Opción A EJERCICIO 1 (2'5 puntos) Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camisera lisa necesita 70 g de algodón y 20

g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4200 g de algodón y 800g de poliéster.
Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?

Solución:

Función a optimizar:

$F(x,y) = 5x + 4y.$

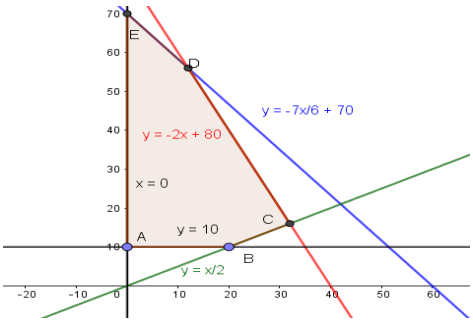
Restricciones:

$70x + 60y \leq 4200;$

$20x + 10y \leq 800;$

$y \geq 10; \quad 2y \geq x; \quad x \geq 0.$

El máximo beneficio es de 284€ y se obtiene fabricando 12 camisetas lisas y 56 estampadas



9. Andalucía. Septiembre 2018. Opción A EJERCICIO 1.

Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$x + 2y \leq 11 \qquad x \geq 2y - 5 \qquad 3x + y \leq 18 \qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0$$

a) (1'8 puntos) Represente gráficamente la región que definen y calcule sus vértices.

b) (0'5 puntos) Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = 2x + 3y$ alcanza los valores mínimo y máximo y calcule dichos valores.

c) (0'2 puntos) Justifique si el punto (5'5, 2) pertenece a la región factible.

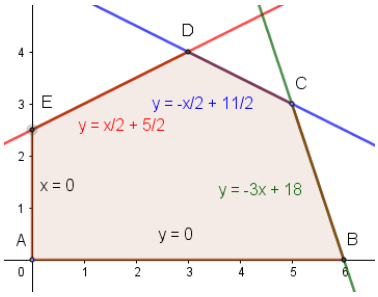
Solución:

a) Los vértices tienen coordenadas:

A(0, 0), B(6, 0), C(5, 3), D(3, 4) y E(0, 5/2).

b) El máximo absoluto de la función F en la región es 19 (el mayor valor en los vértices) y se alcanza en el vértice B(5, 3), y el mínimo absoluto de la función F en la región es 0 (el menor valor en los vértices) y se alcanza en el vértice A(0, 0).

c) El punto (5'5, 2) no verifica todas las inecuaciones de la región factible.



10. Andalucía. Junio 2018. Opción A EJERCICIO 1.

a) (1 punto) Plantee, sin resolver, las restricciones de este problema e indique la función a optimizar.
"Un ganadero alimenta a sus ovejas con maíz y pienso. Cada kilogramo de maíz aporta 600 g de hidratos de carbono y 200 g de proteínas, mientras que cada kilogramo de pienso aporta 300 g de hidratos de carbono y 600 g de proteínas. Cada oveja necesita diariamente como mínimo 1800 g de hidratos de carbono y 2400 g de proteínas. Si 1 kg de maíz cuesta 0'50 euros y 1 kg de pienso cuesta 0'25 euros, calcule cuantos kilogramos de cada producto tendría que comprar el ganadero para alimentar cada día a una oveja con un gasto mínimo."

b) (1'5 puntos) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices

$$x \geq 0 \qquad x \leq 2y + 2 \qquad x + y \leq 5$$

Calcule el máximo de F(x,y) = 4x + 3y en dicho recinto, así como el punto donde se alcanza.

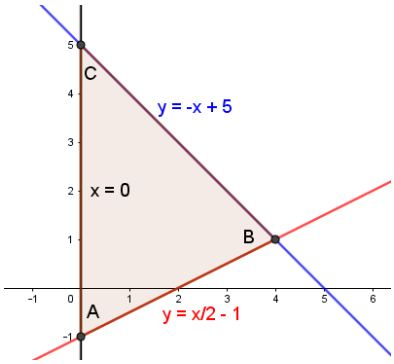
Solución:

a) Sea x = nº de kilos de maíz. Sea y = nº de kilos de pienso.

Función a optimizar es F(x,y) = 0'50x + 0'25y.

Restricciones: $600x + 300y \geq 1800$; $200x + 600y \geq 2400$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

b)



El máximo absoluto de la función F en la región es 19 (el mayor valor en los vértices) y se alcanza en el vértice B(4,1).

11. Andalucía. Septiembre 2017. Opción B. EJERCICIO 1.

a) (0'8 puntos) Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 3 \qquad 2x + y \geq 4 \qquad y \geq -1$$

b) (0'25 puntos) Razone si el punto (2,1) pertenece al recinto anterior.

c) (1'2 puntos) Obtenga los vértices del recinto y los valores mínimo y máximo de la función $F(x, y) = 5x + 4y$ en ese recinto, indicando en que puntos se alcanzan.

d) (0'25 puntos) Razone si la función F puede alcanzar el valor 9 en el recinto anterior.

Solución:

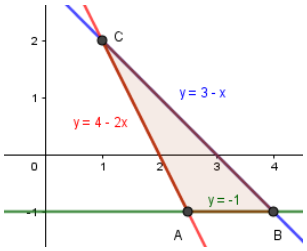
a)

b) (2,1) pertenece al recinto.

c) Los vértices son A(2'5,-1), B(4,-1) y C(1,2).

El máximo absoluto de la función F en la región es 16 y se alcanza en el vértice B(4,-1), y el mínimo absoluto de la función F en la región es 8'5 y se alcanza en el vértice A(2'5,-1).

d) La respuesta es afirmativa, porque 8'5 ≤ 9 ≤ 16.



12. Andalucía. Junio 2017. Opción B EJERCICIO 1. (2'5 puntos)

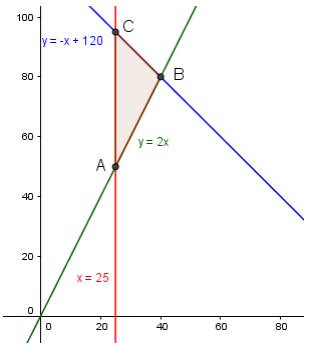
Un distribuidor de software informático tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Ha de conseguir al menos 25 empresas como clientes y el número de clientes particulares deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Por razones de eficiencia del servicio postventa, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Cada empresa le produce 386 € de beneficio, mientras que cada particular le produce 229 € ¿Qué combinación de empresas y particulares le proporcionará el máximo beneficio? ¿A cuánto ascenderá ese beneficio?

Solución:

Función a optimizar es F(x,y) = 386x + 229y.

Restricciones: $x \geq 25$; $y \geq 2x$; $x + y \leq 120$.

El máximo absoluto de la función F en la región es 33760 y se alcanza en el vértice B(40,80), es decir, el beneficio máximo es de 33760 € y se alcanza teniendo en la cartera 40 empresas y 80 particulares.

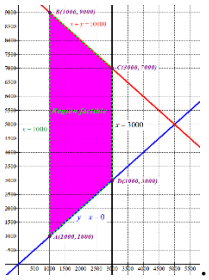


ARAGÓN

13. Aragón. EvAU Extraordinaria 2022. 2.- (*10 puntos*) Fernanda dispone de 10.000 euros para invertir. Le han recomendado dos productos que en el último año tuvieron buenos resultados: criptomonedas y fondos de inversión garantizados. Por lo que ha leído en la prensa espera que la rentabilidad anual de las criptomonedas sea del 30% y la de los fondos de inversión sea del 5%. Para que la inversión no sea demasiado arriesgada quiere invertir en fondos tanto o más que en criptomonedas y además, le aconsejan invertir en criptomonedas un máximo de 3.000 euros y un mínimo de 1.000€.
a.- (*3 puntos*) Plantee un problema de programación lineal que permita determinar cómo debe invertir Fernanda sus ahorros para obtener la máxima rentabilidad.
b.- (*5 puntos*) Resuelva el problema y calcule la rentabilidad máxima conseguida con la inversión.
c.- (*2 puntos*) Su gestor le dice que por la coyuntura económica actual el riesgo de inversión es del 35% para las criptomonedas y 0% para los fondos. Si Fernanda quisiera minimizar el riesgo de la inversión, justifica si invertir 1.000 euros en criptomonedas y 5.000 en fondos es una solución óptima (con las restricciones del enunciado).

Solución: a.- Queremos maximizar la rentabilidad: $R(x,y)=0.3x+0.05y$. *Las restricciones son:*

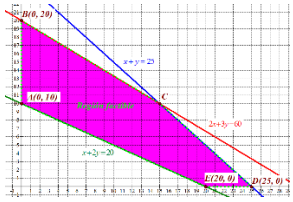
$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 10000 \\ 0\le y-x \\ 1000\le x\le 3000 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



b.- . *Invirtiendo 3000 € en criptomonedas y 7000 € en fondos de inversión se obtiene una rentabilidad máxima de 1250 €. c.- Si es una solución óptima del problema.*

14. Aragón. EvAU Ordinaria 2022. 2.- (*10 puntos*) Una empresa de transportes valora la apertura de sucursales rurales y/o urbanas. Las sucursales rurales emplean a tres personas, requieren de una inversión de 100.000 euros para su apertura y generan unos ingresos de 15.000 euros al mes. Las sucursales urbanas emplean a 6 personas, requieren de 150.000 euros de inversión y generan un ingreso de 18.000 euros al mes. La empresa de transportes tiene hasta tres millones de euros disponibles para abrir nuevas sucursales, han decidido limitar el número de nuevas sucursales a 25 y se han comprometido a crear como mínimo 60 empleos.
a.- (*3 puntos*) Plantee un problema de programación lineal que permita calcular el número de sucursales de cada tipo que deben abrirse para maximizar el ingreso mensual.
b.- (*5 puntos*) Resuelva el problema anterior y calcule el ingreso mensual máximo que se obtendría.
c.- (*2 puntos*) En la solución óptima, ¿cuántos empleos generará?, ¿se gasta todo el dinero disponible?

Solución: a.- Queremos maximizar los ingresos: $I(x,y)=15x+18y$. *Las restricciones son:* $\left.\begin{array}{l}2x+3y\le 60\\ x+y\le 25\\ x+2y\ge 20\\ x\ge 0;\ y\ge 0\end{array}\right\}$



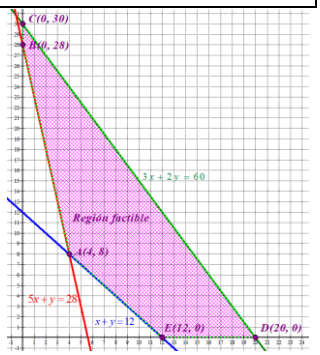
b.- *Abriendo 15 sucursales rurales y 10 urbanas nos ajustamos a las restricciones y obtenemos un máximo beneficio por valor de 405000 €. c.- Se generan 105 empleos y se invierten los 3 millones de euros.*

15. Aragón. Extraordinaria 2021. 2.- (*10 puntos*) El nutricionista de una fábrica de piensos aconseja a los granjeros dedicados a la cría de cerdos una ingesta de, al menos, 28 unidades de proteína y, al menos, 36 unidades de grasa vegetal. El nutricionista sabe que cada kilo de soja proporciona 5 unidades de proteína y 3 unidades de grasa y cada kilo de maíz proporciona 1 u. de proteína y 3 u. de grasa. Los precios del kilo de soja y maíz son 3€ y 2€, respectivamente y el granjero dispone de un presupuesto de 60€.

a.- *(8 puntos)* Plantea y resuelve un problema de programación lineal que permita calcular la cantidad de soja y maíz que deben consumir los cerdos de manera que se minimice el coste de la alimentación. Obtén dicho valor mínimo.

b.- *(2 puntos)* Si el granjero pensara que la dieta más cara es la mejor, ¿sería una solución óptima adquirir 12 kg. de soja y 15 kg. de maíz?

Solución: a.- Llamamos "x" a los kilos de soja e "y" a los kilos de maíz que deben consumir los cerdos. Deseamos minimizar el coste que viene dado por la expresión $C(x,y)=3x+2y$. ***Las restricciones son*** $\left.\begin{array}{l}5x+y\ge 28\\ x+y\ge 12\\ 3x+2y\le 60\\ x\ge 0;\quad y\ge 0\end{array}\right\}$. *El coste mínimo es de 28 € y se produce con el consumo de 4 kilos de soja y 8 de maíz.*



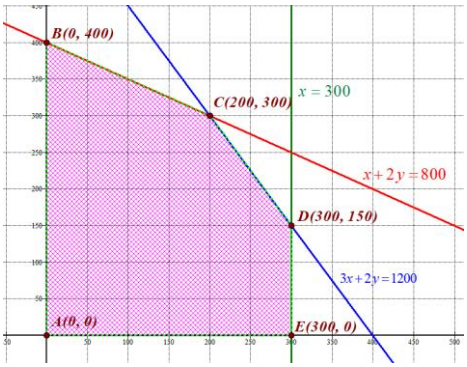
b.- La dieta sugerida no sería la óptima. Aunque es más cara no satisface todas las restricciones

16. Aragón. Ordinaria 2021. 2.- (*10 puntos*) Un mayorista de zapatos pone a la venta su stock, en concreto, 800 pares de botas, 1.200 pares de mocasines y 2.100 pares de zapatillas. Lanza dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en 1 par de botas, 3 pares de mocasines y 7 pares de zapatillas y se vende a 360 euros. La oferta B consiste en 2 pares de botas y 2 pares de mocasines que vende a 120 euros. Se pide:

a.- *(8 puntos)* Plantea y resuelve un problema de programación lineal que permita calcular el número de lotes de cada oferta que maximiza el ingreso obtenido con la venta. ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?

b.- *(2 puntos)* Razona cuántos pares de botas, mocasines y zapatillas quedarán sin vender en la solución óptima.

Solución: a.- Llamamos x = número de ofertas A, y = número de ofertas B



Queremos maximizar los ingresos: $I(x,y)=360x+120y$. *Las restricciones son*

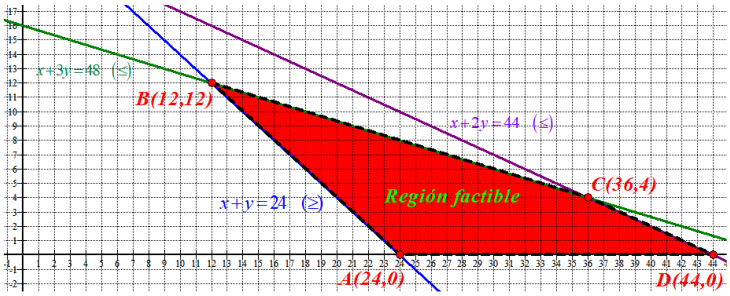
$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 800 \\ 3x+2y\le 1200 \\ x\le 300 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Con la venta de 300 lotes de la oferta A y 150 lotes de la oferta B se cumplen las restricciones y se consiguen los máximos ingresos, siendo estos de 126000 €.
b.- Solo quedan 200 pares de botas sin vender

17. Aragón. Extraordinaria 2020. 1.- (*10 puntos*) Un corredor aficionado tiene dos tipos de entrenamiento, el corto y el largo. En cada entrenamiento corto, al que dedica 1 hora, corre 15 km y consume 1200 kilocalorías. En cada entrenamiento largo, al que dedica 3 horas, corre 30 km y consume 2500 kilocalorías. Quiere planificar los entrenamientos del verano de forma que haga al menos 24 entrenamientos, pero no corra más de 660 km ni dedique más de 48 horas, en total. Si su objetivo es maximizar el número total de kilocalorías consumidas, plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos entrenamientos de cada tipo tiene que hacer. ¿Cuántas kilocalorías consumirá en ese caso?

Solución:

El máximo consumo de kilocalorías son 53200 kilocalorías y se produce con 36 entrenamientos cortos y 4 largos.

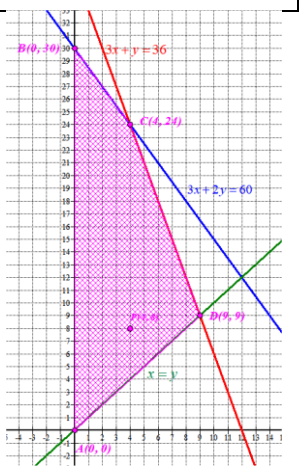


18. Aragón. Ordinaria 2020. 2.- (*10 puntos*) Una modista está organizando su trabajo para el próximo mes. Puede hacer vestidos de fiesta y vestidos de calle. Cada vestido de fiesta necesita 3 metros de tela y lleva 6 horas de trabajo, mientras que cada vestido de calle necesita 1 metro de tela y lleva 4 horas de trabajo. La modista dispone, como máximo, de 36 metros de tela y 120 horas de trabajo, y no quiere hacer más vestidos de fiesta que de calle. Por cada vestido de fiesta, obtiene un beneficio de 100 euros, mientras que por cada vestido de calle obtiene un beneficio de 65 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos vestidos de cada tipo tiene que hacer para maximizar su beneficio. ¿Cuál será el beneficio en ese caso?

Solución:

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\le 36 \\ 3x+2y\le 60 \\ x\le y \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



Y la función objetivo son los beneficios que los deseamos maximizar $B(x,y)=100x+65y$.

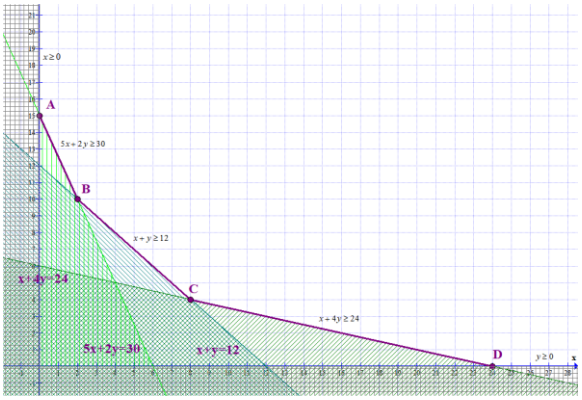
El máximo beneficio es de 1960 € yse obtiene en el vértice $C(4,\ 24)$.

Hay que fabricar 4 vestidos de fiesta y 24 de calle para obtener un beneficio máximo de 1960 €.

19. Aragón. Septiembre 2019. OPCIÓN A. 1. (*3,25 puntos*)
Un restaurante compra la fruta a una tienda ecológica. Esta tienda vende dos tipos de lotes, A y B. El lote A incluye 1 kilo de manzanas, 5 kilos de naranjas y 1 kilo de peras, mientras que el lote B incluye 4 kilos de manzanas, 2 kilos de naranjas y 1 kilo de peras. Cada lote de tipo A cuesta 8 euros y cada lote de tipo B cuesta 10 euros. Sabiendo que para mañana el restaurante quiere tener, al menos, 24 kilos de manzanas, 30 kilos de naranjas y 12 kilos de peras, plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántos lotes de cada tipo debe comprar para minimizar el coste. ¿Cuál será el valor del coste en ese caso?

Solución:
La función de Gasto del restaurante es $G(x,y)=8x+10y$. *Se desea minimizar el gasto.*
Resumimos las restricciones:

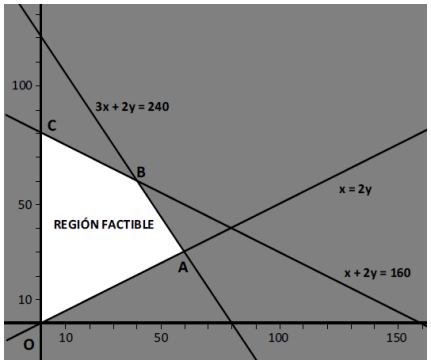
$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+4y\geq 24 \\ 5x+2y\geq 30 \\ x+y\geq 12 \end{array}\right\}$$



El gasto es mínimo en el punto C(8, 4). Se deben comprar solo 8 lotes del tipo A y 4 lotes del tipo B, satisfacemos las necesidades y el coste es el más bajo posible: 104 €.

20. Aragón. Septiembre 2018. OPCIÓN A. 1. *(3,25 puntos)* Un artesano de vidrio va a fabricar figuras de dos tipos durante la próxima semana: cisne y elefante. Cada figura de cisne necesita 0,1 kg de vidrio y 30 minutos de trabajo, mientras que cada figura de elefante necesita 0,2 kg de vidrio y 20 minutos de trabajo. El artesano puede utilizar como máximo 16 kg de vidrio y 40 horas de trabajo. Además, el número de figuras de cisne que fabrique ha de ser menor o igual que el doble de figuras de elefante. Por cada figura de cisne obtiene un beneficio de 10 euros y por cada figura de elefante obtiene un beneficio de 8 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de figuras de cada tipo que tiene que fabricar para obtener el máximo beneficio. ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

Solución:



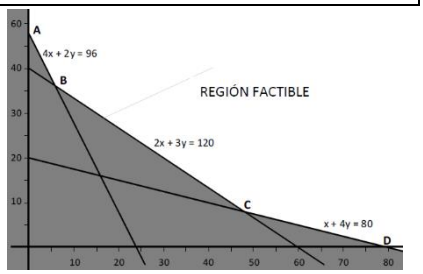
Para maximizar el beneficio debe fabricar 40 cisnes y 60 elefantes. El beneficio máximo será de 880 €.

21. Aragón. Junio 2018. OPCIÓN A. 1. *(3,25 puntos)* Una empresa de carpintería tiene dos fábricas A y B en las que produce sillas, mesas y taburetes, y tiene que decidir el número de horas de trabajo en cada una de las dos fábricas para la semana próxima. Por cada hora de trabajo de la fábrica A, se producen 1 silla, 2 mesas y 4 taburetes, por cada hora de trabajo de la fábrica B se producen 4 sillas, 3 mesas y 2 taburetes. Durante la semana próxima la empresa tiene que producir, al menos, 80 sillas, 120 mesas y 96 taburetes. El coste por cada hora de trabajo de la fábrica A es de 1500 euros, mientras que el

coste por cada hora de trabajo de la fábrica B es de 1000 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de horas que tiene que trabajar cada una de las fábricas para minimizar el coste. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

Solución: Llamamos x = nº horas de fábrica A e y = nº horas de fábrica B. La función objetivo es $F(x,y)=1500x+1000y$. *Las restricciones son* $\{x\geq 0;\ y\geq 0;\ x+4y\geq 80;\ 2x+3y\geq 120;\ 4x+2y\geq 96\}$

La función se minimiza en el vértice B(6, 36).
El coste mínimo es de 45000 € y se consigue con 6 horas de la fábrica A y 36 horas de la fábrica B.



22. Aragón. Septiembre 2017. OPCIÓN B. 1. *(3,25 puntos)* Una asociación está organizando un viaje a un parque temático para sus socios. Para comprar las entradas, la asociación ha llegado a un acuerdo con la dirección del parque, de forma que puede comprar dos tipos de entradas, "Grupal-A" y "Grupal-B" con las siguientes características:

• Cada entrada de tipo "Grupal-A" permite entrar al parque a 2 adultos y 3 niños, y cuesta 85 euros.

• Cada entrada de tipo "Grupal-B" permite entrar al parque a 4 adultos y 12 niños, y cuesta 230 euros.

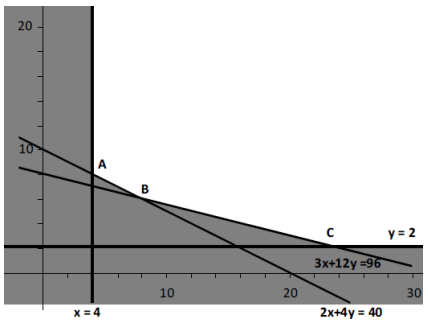
• Deben comprarse, al menos, 4 entradas de tipo "Grupal-A y 2 entradas de tipo "Grupal-B".

La asociación quiere que entren al parque, al menos, 40 adultos y 96 niños. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas entradas de cada tipo "Grupal-A" y "Grupal-B" debe comprar para minimizar el coste total. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

Solución: Llamamos x = entradas grupal A e y = entradas grupal B. La función objetivo es $F(x,y)=85x+230y$ *que deseamos minimizar.*

Las restricciones son $\{x\geq 4;\ \ y\geq 2;\ \ 2x+4y\geq 40;\ \ 3x+12y\geq 96\}$

El valor mínimo se alcanza en el vértice B (8, 6).
El coste mínimo es de 2060 € y se consigue comprando 8 entradas del tipo Grupal A y 6 entradas del tipo Grupal B.

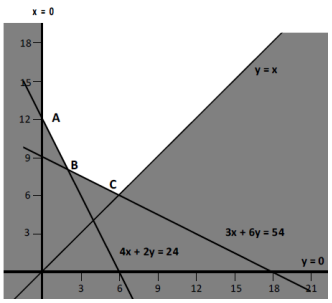


23. Aragón. Junio 2017. OPCIÓN A. 1. *(3,25 puntos)* Una empresa de transporte va a realizar el transporte de animales de compañía entre dos ciudades. Para ello, va a alquilar furgonetas especializadas en este tipo de transporte, que pueden ser de dos tipos, A y B. Cada furgoneta de tipo A tiene 4 jaulas individuales para perros y 3 jaulas individuales para gatos, mientras que cada furgoneta de tipo B tiene 2 jaulas individuales para perros y 6 jaulas individuales para gatos. El coste de alquiler de cada furgoneta de tipo A es de 240 euros y el coste de alquiler de cada furgoneta de tipo B es de 400 euros. Además, por razones comerciales, el número de furgonetas de tipo B debe ser mayor o igual que el número de furgonetas de tipo A. La empresa tiene que garantizar espacio para, al menos, 24 perros y 54 gatos. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas furgonetas de cada tipo debe alquilar para que el coste sea mínimo. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

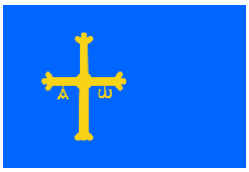
Solución: Llamamos x al nº de furgonetas del tipo A que se alquilan e y al nº de furgonetas del tipo B.
La función objetivo es $F(x,y)=240x+400y$.

Las restricciones son $\{x\geq 0;\ \ y\geq 0;\ \ y\geq x;\ \ 4x+2y\geq 24;\ \ 3x+6y\geq 54\}$

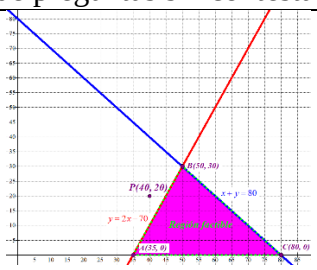
El coste mínimo se alcanza en el vértice B(2, 8).
El coste mínimo es de 3680 € y se obtiene alquilando 2 furgonetas del tipo A y 8 furgonetas del tipo B.



ASTURIAS

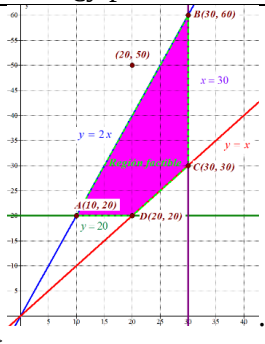


24. Asturias. Extraordinaria 2022. 1B. Las pruebas de selección de personal de una empresa consisten, entre otras actividades, en un test de 80 preguntas. Cada pregunta bien contestada suma 1 punto, cada pregunta mal contestada resta 0,5 puntos, no sumando ni restando las preguntas que se dejan sin contestar. Para aprobar hay que obtener al menos 35 puntos en el test.
a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántas preguntas se pueden contestar correctamente y cuántas se pueden fallar para aprobar? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podría aprobar contestando exactamente 40 preguntas bien y 20 mal?
b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente y cuántas fallar para aprobar dejando el máximo número de preguntas sin contestar? ¿Cuántos puntos se obtendrían en ese caso?

Solución: a) $\left.\begin{array}{l} y \le 2x - 70 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \\ x + y \le 80 \end{array}\right\}$ 

. El punto P(40, 20) queda fuera de la región del plano en la que se encuentran todas las soluciones del problema planteado dicho resultado no nos permite aprobar el examen. b) El número máximo de preguntas sin responder para poder aprobar es de 45. En este caso, se deberían responder las 35 de forma correcta y ninguna mal. Los puntos que se obtendrían son 35.

25. Asturias. Ordinaria 2022. 1B. En un almacén hay lavadoras y frigoríficos. Por necesidades del mercado el número de frigoríficos debe ser mayor o igual que el de lavadoras, pero no puede superar el doble del de lavadoras. Se necesitan al menos 20 frigoríficos y no hay más de 30 lavadoras disponibles para tener en el almacén. Por cada lavadora se obtiene un beneficio de 200 euros y por cada frigorífico se obtiene un beneficio de 250 euros.
a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo se pueden tener en el almacén para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos?
b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántos electrodomésticos de cada tipo habría que tener para maximizar el beneficio al vender todo lo del almacén? ¿y para minimizar el número de lavadoras?

Solución: a) $\left.\begin{array}{l} y \ge x \\ y \le 2x \\ y \ge 20 \\ x \le 30 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{array}\right\}$ 

. El punto (20, 50) no pertenece a la región factible, por lo que no se pueden tener 20 lavadoras y 50 frigoríficos en el almacén. b) El máximo beneficio es de 21000 € y

se obtiene en el vértice B(30, 60) lo que significa tener 30 lavadoras y 60 frigoríficos. Para minimizar el número de lavadoras se debe tener en almacén 10 lavadoras y 20 frigoríficos.

26. Asturias. Extraordinaria 2021. 1B. Las cantidades mínimas diarias recomendadas que debe ingerir una determinada mascota son: 6 unidades de hidratos de carbono, 18 unidades de proteínas y 4 unidades de grasas. Una empresa dedicada al cuidado de este tipo de mascotas plantea diseñar una dieta para las mismas basada en el consumo de latas de dos marcas distintas M_1 y M_2. Se sabe que cada lata de la marca M_1 contiene 3 unidades de hidratos de carbono, 3 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas y que cada lata de la marca M_2 contiene 1 unidad de hidratos de carbono, 9 unidades de proteínas y 1 unidad de grasas. Además, se sabe que el precio de cada lata de la marca M_1 es de 22 euros y que el precio de cada lata de la marca M_2 es de 24 euros.

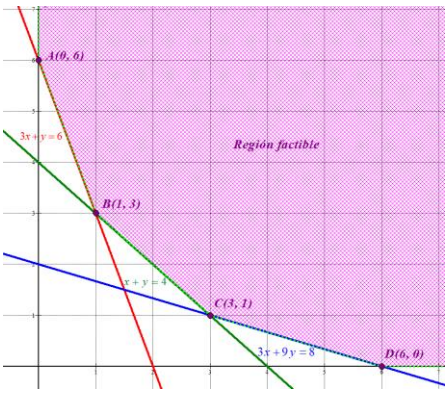
a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántas latas de cada tipo se puede dar en un día a la mascota para cumplir todos los requisitos anteriores relativos a su dieta? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se le podría dar una lata de la marca M_1 y dos latas de la marca M_2?

b) **[0,75 puntos]** ¿Cuántas latas de cada tipo se debería dar en un día a la mascota para que el precio de su alimentación sea mínimo? ¿y para minimizar el número de latas de tipo M_1 que come ese día?

Solución: a) Llamamos "x" al número de latas diarias de M_1 e "y" al número de latas de M_2.

La región factible es la solución del sistema de inecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\geq 6 \\ 3x+9y\geq 18 \\ x+y\geq 4 \\ x\geq 0;\quad y\geq 0 \end{array}\right\}$$



No se le puede dar 1 lata de M_1 y dos latas de la marca M_2

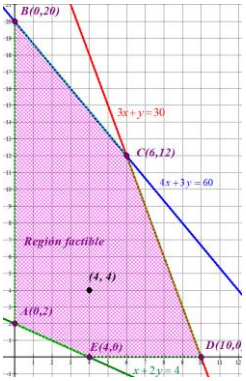
b) La función a minimizar es el coste que viene dado en función del número de latas por la expresión: $C(x,y)=22x+24y$. El valor mínimo es 0 € y se alcanza en el vértice A(0, 6), lo que significa una dieta con solo 6 latas de la marca M_2.

27. Asturias. Ordinaria 2021. 1B. Una empresa monta dos tipos de palés. Cada palé tipo A requiere 3 horas de preparación en el taller T1 y 4 horas de preparación en el taller T2. Cada palé tipo B requiere 1 hora de preparación en el taller T1 y 3 horas de preparación en el taller T2. Cada semana, se dispone de un total de 30 horas de uso del taller T1 y de 60 horas de uso del taller T2. Cada palé tipo A contiene 1 caja y cada palé tipo B contiene 2 cajas, existiendo un compromiso comercial de entregar al menos 4 cajas semanales.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos palés de cada tipo puede preparar en una semana para cumplir con todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría preparar 4 palés de cada tipo en una semana?

b) **[0,75 puntos]** Si se obtiene un beneficio neto de 2000 euros con la venta de cada palé tipo A y de 1000 euros con cada palé tipo B, ¿cuántos debería preparar de cada tipo para maximizar el beneficio neto? ¿a cuánto ascendería dicho beneficio?

Solución: a) Llamamos "x" a los palés tipo A que se preparan por semana. "y" al número de palés tipo B. Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones $\left.\begin{array}{l}3x+y\le 30\\4x+3y\le 60\\x+2y\ge 4\\x\ge 0;\ \ y\ge 0\end{array}\right\}$*. 4 palés de cada tipo es el punto (4, 4) que si está contenido en la región factible y si cumple las restricciones.*



b) Deseamos maximizar el beneficio que viene dado por la expresión: $B(x,y)=2000x+1000y$*. El máximo beneficio es de 24000 € y se obtiene en el vértice C(6, 12) lo que significa preparar 6 palés tipo A y 12 palés tipo B.*

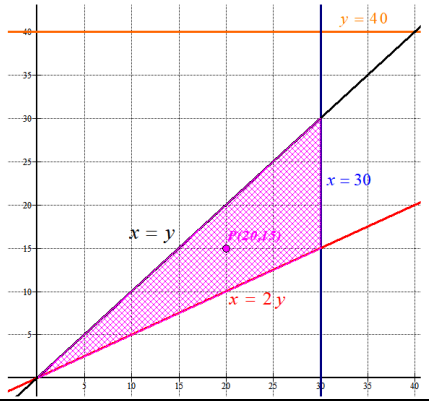
28. Asturias. Extraordinaria 2020. 1B. Una empresa puede contratar trabajadores de tipo *A* y trabajadores de tipo *B* en una nueva factoría. Por convenio, es necesario que haya mayor o igual número de trabajadores de tipo *A* que de tipo *B* y que el número de trabajadores de tipo *A* no supere al doble del número de trabajadores de tipo *B*. En total la empresa puede contratar un máximo de 30 trabajadores de tipo *A* y de 40 de tipo *B*.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántos trabajadores de cada tipo se pueden contratar en la empresa, de forma que se satisfagan todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría contratarse a 20 trabajadores de tipo *A* y 15 de tipo *B*?
b) **[0,75 puntos]** Si el beneficio diario esperado para la empresa por cada trabajador de tipo *A* es de 240 euros y por cada trabajador de tipo *B* es de 200 euros, ¿cuántos trabajadores de cada tipo se deben contratar para maximizar el beneficio diario? ¿a cuánto asciende dicho beneficio máximo?

Solución:

a) Reunimos las inecuaciones en un sistema:

$$\left.\begin{array}{l}x\ge y\\x\le 2y\\x\le 30\\y\le 40\\x\ge 0\quad y\ge 0\end{array}\right\}$$



b) La función beneficio es $B(x,y)=240x+200y$*.*

El beneficio máximo que se puede obtener es de 13200 € con la contratación de 30 trabajadores de cada tipo.

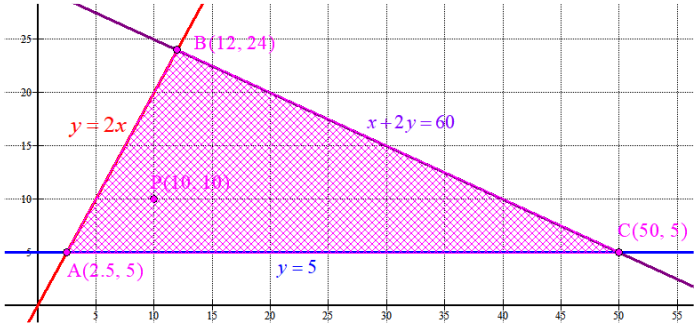
29. Asturias. Ordinaria 2020. 1B. En un local que se destinará a restaurante, se está pensando en poner mesas altas y bajas. Las mesas altas necesitan una superficie de 2 m^2 cada una, mientras que las mesas bajas necesitan una superficie de 4 m^2 cada una. El local dedicará a mesas como mucho una superficie de 120 m^2. El propietario quiere que haya al menos 5 mesas bajas y como mucho el doble de mesas altas que bajas.

a) **[1,75 puntos]** ¿Cuántas mesas puede haber en el restaurante de cada tipo? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podrá haber 15 mesas de cada tipo?

b) **[0,75 puntos]** Por estudios de mercado, se estima que el beneficio que dejan los clientes por mesa alta es de 20 euros, mientras que el beneficio por mesa baja es de 25 euros. ¿Cuántas mesas de cada tipo debe colocar para maximizar los beneficios estimados? ¿a cuánto ascenderían dichos beneficios?

Solución:
a) Resumimos las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 60 \\ y\ge 5 \\ y\le 2x \\ x\ge 0 \end{array}\right\}$$



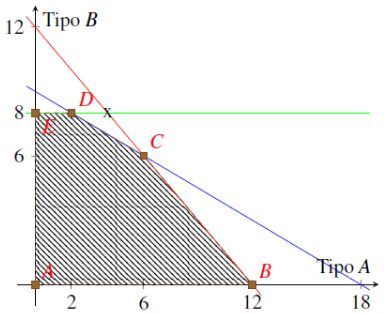
El punto (15, 15) pertenece a la región factible y puede darse esa posibilidad, pero no sería una solución óptima al ser interior y no estar en los límites de la región.
b) Deseamos maximizar los beneficios que vienen expresados en función del número de mesas como $B(x,y)=20x+25y$ *. Se obtienen un máximo beneficio en C(50, 5). Con 50 mesas altas y 5 bajas se obtiene un beneficio máximo, siendo este de 1125 €.*

30. Asturias. Julio 2019. Opción B. 1. Una empresa construye dos tipos de motocicletas eléctricas A y B. Cada jornada dispone de 3600 euros para la fabricación de estas motocicletas, siendo el coste de manufactura de 200 euros para la motocicleta tipo A y de 400 euros para la motocicleta tipo B. Además las condiciones de mercado exigen que el número total de motocicletas fabricadas por jornada no sea mayor de 12. Por otro lado, debido a la organización de la producción en esa empresa, cada jornada no puede fabricar más de 8 motocicletas de tipo B.
a) [2 puntos] ¿Cuántas motocicletas de cada tipo puede fabricar una jornada para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 4 motocicletas de tipo A y el doble de tipo B?
b) [1 punto] Sabiendo que el beneficio obtenido en la venta de una motocicleta de tipo A es de 200 euros y en la de tipo B es de 320 euros y suponiendo que se vende todo lo que se fabrica, ¿cuántas motocicletas de cada tipo deben fabricar en una jornada para que el beneficio sea máximo? ¿y para maximizar el número de motocicletas de tipo A fabricadas?

Solución: a) Si representamos por x e y el número de motocicletas fabricadas de tipo A y de tipo B las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} 2x+4y\le 36 \\ x+y\le 12 \\ y\le 8 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

No se pueden fabricar 4 motos de A y 8 de B.



b) El beneficio viene dado por B(x,y) = 200x + 320y. Es máximo fabricando 6 motocicletas de cada tipo. Si se desea maximizar el número de motocicletas tipo A la función es M(x,y) = x. El máximo se alcanza si se fabrican 12 motocicletas de tipo A y ninguna del tipo B.

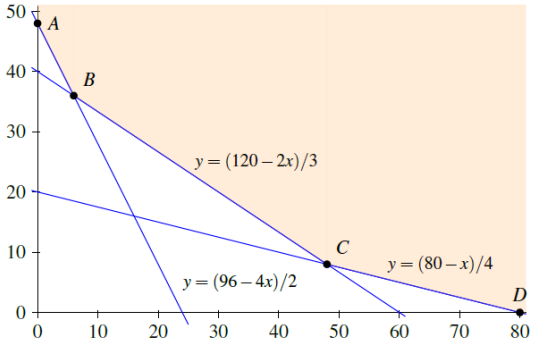
31. Asturias. Junio 2019. Opción B. 1. Una empresa de joyería tiene dos máquinas A y B con las que puede hacer anillos, pulseras y collares y tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 1 anillo, 4 pulseras y 2 collares, mientras que la máquina B realiza 4 anillos, 2 pulseras y 3 collares. Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares.
a) **[2 puntos]** ¿Cuántas horas debe trabajar cada máquina para satisfacer estos requisitos de demanda? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B?
b) **[1 punto]** El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es de 2500 euros y el de la máquina B es de 2000 euros. ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para minimizar el coste total? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

Solución: a) Si representamos por x e y el número de horas de trabajo de la máquina A y de la B, respectivamente, en una semana, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones

$\{x+4y\geq 80;\ 4x+2y\geq 96;\ 2x+3y\geq 120;\ x\geq 0;\ y\geq 0\}$

No puede usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B.

b) El coste viene dado por $C(x,y)=2500x+2000y$. *El coste mínimo se alcanza si se usa 6 horas la máquina A y 36 horas la máquina B. Esta organización de la producción supone un coste de 87000 euros.*



32. Asturias. Julio 2018. Opción B. 1. Una empresa fabrica dos tipos de lápices. En la producción diaria se sabe que: el número de lápices de tipo B producidos supera como mucho en 500 unidades a los de tipo A; entre los dos tipos no superan las 2000 unidades y de tipo B se producen al menos 500 unidades.

a) **[2 puntos]** ¿Cuántos lápices de cada tipo puede producir al día? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría producir 1000 lápices de tipo A y 600 de tipo B?

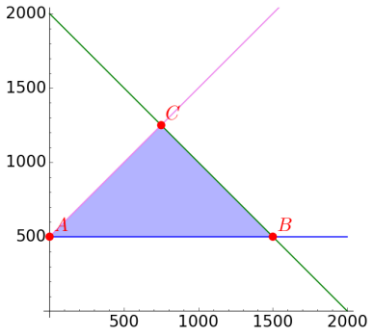
b) **[1 punto]** El coste de fabricación de cada lápiz de tipo A es de 0,25 euros y el de cada lápiz de tipo B es de 0,2 euros. ¿Cuántos lápices de cada tipo debe producir para minimizar el coste total de fabricación? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

Solución: a) Si representamos por x e y el número de lápices de tipos A y el B, respectivamente, que se producen en un día, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} -x+y\leq 500 \\ x+y\leq 2000 \\ y\geq 500 \\ x\geq 0 \end{cases}$$

Sí podrían producirse 1000 lápices de tipo A y 600 de tipo B puesto que el punto (1000,600) pertenece a la región factible.

b) La función coste es $C(x,y)=0.25x+0.2y$. *Su valor mínimo es 100 € y se consigue con la fabricación de ningún lápiz de tipo A y 500 de tipo B.*



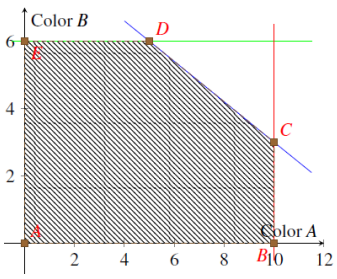
33. Asturias. Junio 2018. Opción B. 1. Una pintura se comercializa en dos colores A y B que se obtienen a partir de los tres colores primarios: rojo, azul y amarillo. Para obtener un bote de color A se necesitan 3 unidades de rojo y 2 unidades de azul. Para obtener un bote de color B se necesitan 5 unidades de rojo y 1 unidad de amarillo. Un día concreto, la empresa de pinturas tiene en el almacén 45 unidades de rojo, 20 de azul y 6 de amarillo.

a) **[2 puntos]** ¿Cuántos botes de color A y cuántos de color B puede obtener ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían obtener 2 botes de cada color?

b) **[1 punto]** Si el beneficio obtenido con cada bote de color A es de 100 euros y con cada bote de color B es de 200 euros y se supone que vende todo lo que fabrica, ¿cuántos botes de cada tipo debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de botes fabricados?

Solución: a) Si representamos por x e y el número de botes fabricados de color A y de color B, respectivamente, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x+5y\leq 45 \\ 2x\leq 20 \\ y\leq 6 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$$

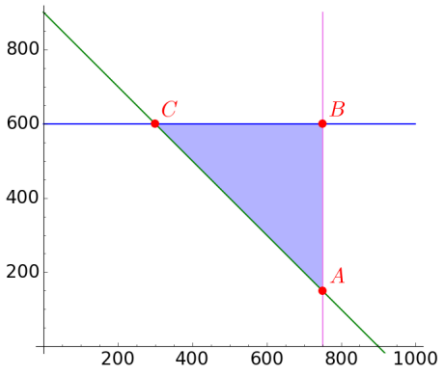


Sí podrían fabricarse 2 unidades de cada tipo, puesto que el punto (2,2) pertenece a la región factible.
b) La función beneficio es $B(x,y)=100x+200y$. *El beneficio máximo se alcanza si se fabrican 5 botes de color A y 6 de color B. El máximo de número de botes se alcanza si se fabrican 10 botes de color A y 3 de color B.*

34. Asturias. Julio 2017. Opción B. 1. Un centro comercial tiene en existencias 750 reproductores de DVD en el almacén A y otros 600 en el almacén B. Si se quiere tener al menos 900 reproductores en tienda,
a) **[2 puntos]** ¿Cuántas unidades se podrían enviar desde cada almacén? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían enviar 400 unidades desde cada almacén?
b) **[1 punto]** Si los costes unitarios de envío son 0,30 euros por unidad para el almacén A y 0,25 euros por unidad para el almacén B, ¿cuántas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar el coste de transporte? ¿a cuánto ascendería dicho coste?

Solución: a) Llamamos "x" e "y" al número de reproductores de DVD enviados desde el almacén A y el B.

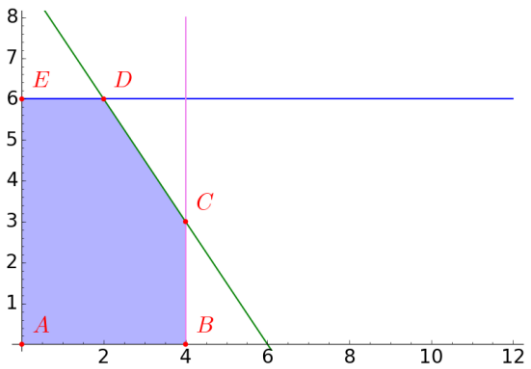
Las restricciones son $\begin{cases} x \le 750 \\ y \le 600 \\ x+y \ge 900 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$ *No podrían enviarse 400 unidades desde cada almacén, puesto que el punto (400,400) no pertenece a la región factible b) La función coste es* $C(x,y)=0.3x+0.25y$. *El coste mínimo es de 240 € y se alcanza si se envían 300 reproductores desde el almacén A y 600 desde el B.*



35. Asturias. Junio 2017. Opción B. 1. Una empresa fabrica dos productos A y B con tres ingredientes distintos I1, I2 e I3. Para fabricar el producto A necesita 3 unidades del ingrediente I1 y 1 unidad del ingrediente I2. Para fabricar el producto B necesita 2 unidades del ingrediente I1 y otras 2 del ingrediente I3. Un día concreto, tiene en el almacén 18 unidades del ingrediente I1, 4 del I2 y 12 del I3. Se sabe además que el beneficio obtenido con cada producto A es de 30 euros y con cada producto B es de 50 euros.
a) **[2 puntos]** ¿Cuántos productos de tipo A y cuántos de tipo B puede fabricar ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 2 productos de cada tipo en ese día?
b) **[1 punto]** ¿Cuántos debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de productos fabricados?

Solución: a) Llamamos x e y al número de productos A y B.

Las restricciones son $\begin{cases} 3x+2y \le 18 \\ x \le 4 \\ y \le 6 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$ *Sí se podrían fabricar 2 productos de cada tipo pues el punto (2, 2) pertenece a la región factible. b) El beneficio es* $B(x,y)=30x+50y$. *El beneficio máximo se consigue fabricando 1 productos de A y 6 del tipo B. Para maximizar el número total de productos fabricados deben fabricarse 2 de A y 6 de B.*



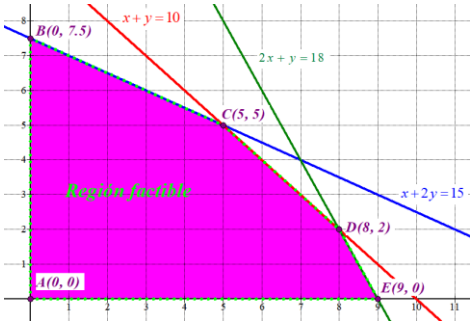
BALEARES

36. Baleares. Extraordinaria 2022. 3. El dueño de una tienda de chucherías dispone de 10 paquetes de pipas, 30 chicles y 18 bombones. Decide que para su mejor venta confeccionará dos tipos de paquetes: el tipo A estará formado por un paquete de pipas, dos chicles y dos bombones y se venderá a 1´5 euros. El tipo B estará formado por un paquete de pipas, cuatro chicles y un bombón y se venderá a 2 euros.
a) Plantee la maximización del beneficio de la tienda como un problema de programación lineal. (4 puntos)
b) Dibuje la región factible para la solución, indicando las rectas y vértices que la delimitan. (4 puntos)
c) Calcule el número de paquetes de tipo A y B que se tienen que confeccionar y vender para obtener un beneficio máximo. Determine también este beneficio máximo. (2 puntos)

Solución: a) Función objetivo (maximizar): $B(x,y)=1.5x+2y$.

Restricciones:
$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 10 \\ x+2y\le 15 \\ 2x+y\le 18 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}.$$

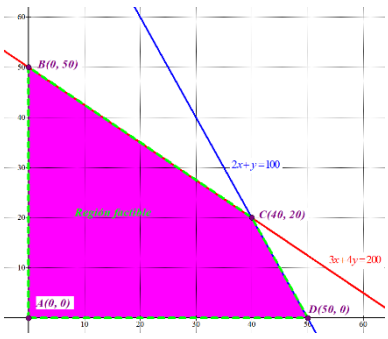
c) Confeccionando y vendiendo 5 paquetes de cada tipo se consiguen unos beneficios máximos de 17.5 €.



37. Baleares. Ordinaria 2022. 2. En un taller se fabrican dos tipos de bolsas. Para hacer una bolsa del primer modelo se necesitan 0.9 m^2 de cuero y 8 horas de trabajo. Para el segundo modelo necesitan 1.2 m^2 de cuero y 4 horas de trabajo. Para hacer estos dos tipos de bolsas el taller dispone de 60 m^2 de cuero y puede dedicar un máximo de 400 horas de trabajo. El taller cobra 30 euros por una bolsa del primer modelo y 25 por una del segundo.
a) Plantee la maximización del beneficio de la compañía como un problema de programación lineal. (4 puntos)
b) Dibuje la región factible para la solución, indicando las rectas y vértices que la delimitan. (4 puntos)
c) Calcule el número de bolsas de cada tipo que se tienen que fabricar para obtener un beneficio máximo. Determine también este beneficio máximo.

Solución: a) $B(x,y)=30x+25y$. *Restricciones:*
$$\left.\begin{array}{l} 3x+4y\le 200 \\ 2x+y\le 100 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

c) Fabricando 40 bolsas del primer tipo y 20 del segundo se consiguen unos beneficios máximos de 1700 €.



38. Baleares. Extraordinaria 2021. 1. El vaixell de Dénia a Eivissa porta automòbils i camions a la bodega. Cada camió ocupa quatre places d'automòbil. La superfície total de la bodega permet situar-hi

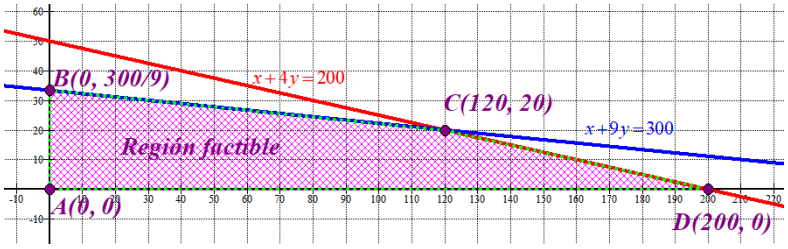
fins a 200 automòbils. Cada automóvil pesa 1000 kg, i cada camió, 9000 kg. El pes total permés per a la cárrega és de 300 000 kg. La companyia cobra 50 euros per cada automóbil i 300 euros per cada camió.
a) Plantejau la maximització del benefici de la companyia com un problema de programació lineal. (4 punts)

b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vértexs que la delimiten. (4 punts)

c) Calculau el nombre de cotxes i camions que s'han de carregar per tal d'obtenir un benefici máxim. Determinau també aquest benefici máxim. (2 punts)

Solución: a) Llamamos "x" al número de automóviles e "y" al número de camiones. La función objetivo es el ingreso que viene dada por $I(x,y)=50x+300y$. *Las restricciones son* $\left.\begin{array}{l} x+4y\le 200 \\ x+9y\le 300 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$

b)

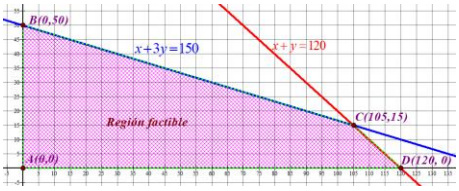


c) El beneficio máximo se obtiene con 120 coches y 20 camiones. Dicho beneficio máximo es de 12000 €.

39. Baleares. Ordinaria 2021. 2. Un ajuntament concedeix llicéncies per a la construcció d'una urbanització de, com a máxim, 120 habitatges, de dos tipus, A i B. Per això l'empresa constructora disposa d'un capital máxim de 15 milions d'euros, essent el cost de construcció de l'habitatge de tipus A de 100000 euros i el de tipus B de 300000 euros. El benefici obtingut per la venda d'un habitatge de tipus A és de 20000 euros i per la venda d'un de tipus B és de 40000 euros.
a) Plantejau la maximització del benefici de la companyia com un problema de programació lineal. (4 punts)
b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vértexs que la delimiten. (4 punts)
c) Calculau el nombre d'habitatges de cada tipus que s'han de construir per tal d'obtenir un benefici máxim. Determinau també aquest benefici máxim. (2 punts)

Solución: a) Llamamos x = número de viviendas tipo A e y = número de viviendas tipo B. La función a maximizar es el beneficio $B(x,y)=20000x+40000y$. *Las restricciones son* $\left.\begin{array}{l} x+y\le 120 \\ x+3y\le 150 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$

b)



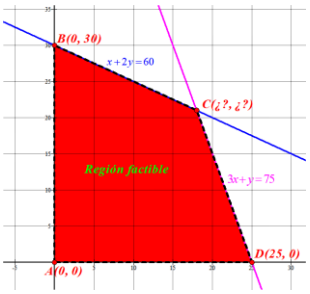
c) El máximo beneficio es de 2.700.000 € y se obtiene construyendo 105 viviendas del tipo A y 15 del tipo B.

40. Baleares. Extraordinaria 2020. OPCIÓ B. 2. Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per produir dos models d'anells. Per fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat.
a) Plantejau la maximització del benefici de la joieria com un problema de programació lineal. (4 punts)
b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vértexs que la delimiten. (4 punts)

c) Sabent que es vendá tota la producció, determinau quants anells de cada model cal produir per obtenir el máxim benefici i indicau quin és aquest benefici. (2 punts)

Solución: a) La función objetivo es el beneficio $B(x,y)=35x+55y$.

Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\le 75 \\ x+2y\le 60 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

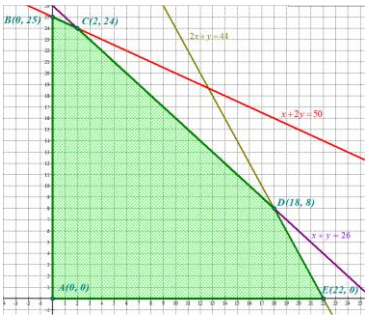


b) A(0,0), B(0,30), C(18,21) y D(25,0).
c) El beneficio máximo es de 1785 € y se obtiene fabricando 18 anillos modelo A y 21 anillos modelo B.

41. Baleares. Ordinaria 2020. OPCIÓ B. 2.
Un pastisser disposa de 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos, A i B. Per fer una fornada de pastissos del tipus A es necessiten 3 kg de farina, 1 kg de sucre i 1 kg de mantega, mentre que per fer una fornada de pastissos del tipus B es necessiten 6 kg de farina, 0.5 kg de sucre i 1 kg de mantega. Se sap que el benefici que s'obté en vendre una fornada del tipus A és de 20 euros i, de 30 euros en vendre una fornada del tipus B.
a) Plantejau la maximització del benefici del pastisser com un problema de programació lineal. (4 punts)
b) Dibuixau la regió factible per a la solució, indicant les rectes i vértexs que la delimiten. (4 punts)
c) Determinau quantes fornades de cada tipus ha de fer i vendre el pastisser per maximitzar els seus beneficis. Determinau també aquest benefici máxim. (2 punts)

Solución: a) La función objetivo que deseamos maximizar es la función beneficio $B(x,y)=20x+30y$.

Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 50 \\ 2x+y\le 44 \\ x+y\le 26 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$



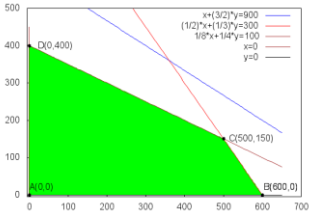
b) Los vértices son A(0, 0); B(0, 25); C(2, 24); D(18, 8) y E(22, 0)
c) El máximo beneficio está en el vértice C(2, 24).Se obtiene un máximo beneficio de 760 € con 2 hornadas del pastel A y 24 del pastel B.

42. Baleares. Julio 2019. OPCIÓ B. 2. KSE és una empresa que fabrica dos models de guants: un model normal i un model de luxe. L'empresa té disponibles 900 hores de temps al departament de producció, 300 hores al departament d'acabat i 100 hores al departament d'empaquetat. Les hores necessáries de cada departament per parell de guants i els beneficis, en €, es donen a la taula següent:

	Producció	Acabat	Empaquetat	Beneficis
Normal	1	1/2	1/8	4
De luxe	3/2	1/3	1/4	8

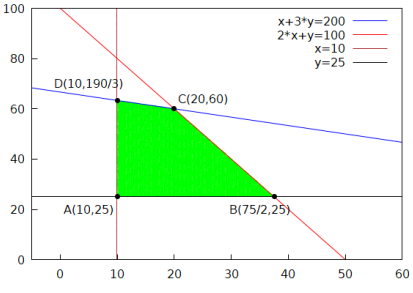
Quants parells de cada model han de fabricar per maximitzar el benefici? Quin és aquest benefici? (10 punts)
S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vértexs.

Solución:
El beneficio máximo es de 3200 €. Se consigue fabricando 500 guantes normales y 150 de lujo o bien ninguno normal y 400 de lujo. Aunque hay más opciones, cualquiera que pertenezca al segmento DC.



43. Baleares. Junio 2019. OPCIÓ B. 2. Una empresa es dedica a elaborar lots de productes que es venen als supermercats. En aquest moment estan empaquetant dos lots diferents. El lot de tipus A té 1 formatge i 2 botelles de vi, i el transport costa 0,90 €. El lot de tipus B té 3 formatges i 1 botella de vi, i costa 1,50 € transportar-lo. L'empresa disposa de 200 formatges i 100 botelles de vi, i han d'elaborar, almenys, 10 lots del tipus A i 25 del tipus B.
Quants lots de cada classe han d'elaborar perqué les despeses en transport siguin mínimes?
S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vértexs. (10 punts)

Solución: a) Llamamos "x" e "y" al número de lotes de tipo A y de B.



El mínimo coste es de 46.5 € y se consigue con 10 lotes de tipo A y 25 del tipo B.

44. Baleares. Julio 2018. OPCIÓ B. 2. Considerau la funció $f(x,y)=x-y$.

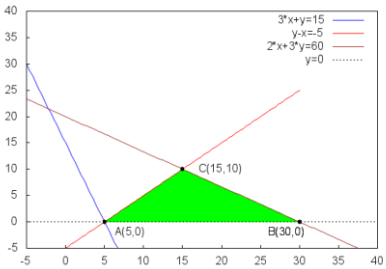
a) Representau el conjunt de punts del pla definit per:

$$A=\{(x,y): 3x+y\geq 15,\ y-x\leq -5,\ 2x+3y\leq 60,\ y\geq 0\}$$

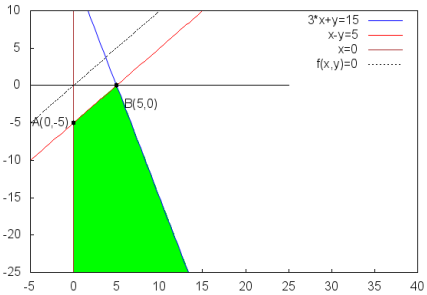
i calculau el valor màxim de *f(x,y)* a A. Es podria eliminar alguna de les desigualtats que defineixen el conjunt A de manera que encara fos el mateix conjunt? (5 punts)
b) Digau si la funció *f(x,y)* assoleix el valor màxim en el conjunt: (5 punts)

$$B=\{(x,y): 3x+y\leq 15,\ x-y\geq 5,\ x\geq 0\}$$

Solución:



a) El máximo se consigue en el vértice B(30, 0) y vale 30. Se puede eliminar la inecuación $3x+y\geq 15$ *y tendríamos la misma región.*



b) No se alcanza un valor máximo de f(x,y) en la región B.

45. Baleares. Junio 2018. OPCIÓ B. 2. Dos grups diferents, G_1 i G_2, de la mateixa empresa poden dur a terme un projecte de jardineria. Es tracta d'enjardinar tres zones: A, B i C. A la taula següent es recull el nombre d'unitats que pot enjardinar cada grup durant una setmana:

	Producció	Acabat	Empaquetat	Beneficis
Normal	1	1/2	1/8	4
De luxe	3/2	1/3	1/4	8

Han d'enjardinar un mínim de 40 unitats a la zona A, 50 unitats a la zona B i 49 unitats a la zona C, i el cost setmanal s'estima en 3.300 e per al grup G_1 i en 4.000 e per al grup G_2.
Quantes setmanes haurà de treballar cada grup per acabar el projecte amb el cost mínim? (10 punts)
S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vértexs.

Solución: La función objetivo es el coste: $C(x,y)=3300x+4000y$ *que deseamos minimizarlo.*

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l}2x+5y\geq 20\\ 2x+y\geq 10\\ x+y\geq 7\\ x\geq 0;\quad y\geq 0\end{array}\right\}$

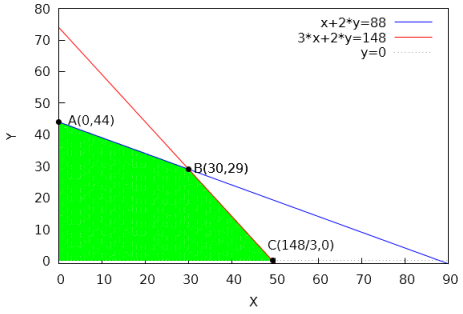
El mínimo coste es de 24500 € y se produce en el punto C(5, 2) que significa que deben trabajar 5 semanas el grupo G_1 y 2 semanas el grupo G_2.

46. Baleares. Septiembre 2017. OPCIÓ B. 2. Una fábrica de paper vol liquidar fins a 88 kg de paper reciclat i fins a 148 kg de paper normal. Per a això fa dos tipus de lots, A i B. Els lots de tipus A estan formats per 1 kg de paper reciclat i 3 kg de paper normal, i els lots de tipus B, per 2 kg de paper de cada classe. El preu de venda de cada lot de tipus A és d'1.1ei el de cada lot de tipus B és d'1.5 €. Quants lots de tipus A i B ha de vendre per maximitzar els seus ingressos? A quant ascendeixen aquests ingressos máxims? (10 punts)
S'ha de plantejar el problema com un problema de programació lineal, dibuixant la regió factible de solucions i determinant i dibuixant els seus vértexs.

Solución: x = nº de lotes A, y = nº de lotes B. Las restricciones son $\left\{\begin{array}{l}x+2y\leq 88\\ 3x+2y\leq 148\\ x\geq 0;\ \ y\geq 0\end{array}\right.$

La función objetivo es $F(x,y)=1.1x+1.5y$

Los ingresos son máximos con 30 lotes de tipo A y 29 de tipo B. Estos ingresos máximos son de 76.5 €.

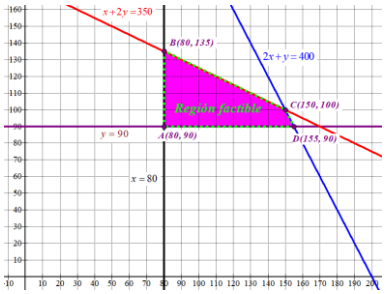


CANARIAS

47. Canarias. Extraordinaria 2022. A4. Por cierre de campaña, un vivero de frutales necesita vender 350 aguacateros y 400 mangos. Anuncia dos ofertas: la oferta A consiste en un lote con una planta de aguacate y dos de mango por 40€, la oferta B consiste en un lote con dos plantas de aguacate y una de mango por 45 €. Es necesario vender al menos 80 lotes de la oferta A y al menos 90 de la oferta B.
a) Formular el correspondiente problema de programación lineal.
b) Representar la región factible.
c) Para maximizar la recaudación, ¿cuántos lotes se deben vender de cada tipo?

Solución: a) La función que deseamos maximizar son los beneficios $B(x,y)=40x+45y$ *sometida a las restricciones siguientes.*

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 350 \\ 2x+y\le 400 \\ x\ge 80 \\ y\ge 90 \end{array}\right\}$$

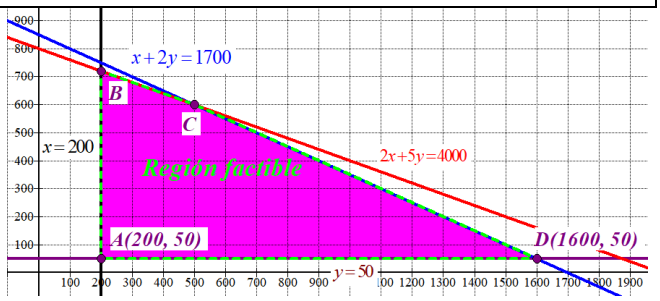


c) Se deben vender 150 lotes del tipo A y 100 del tipo B

48. Canarias. Ordinaria 2022. B4. Una fábrica de helados produce helados con dos sabores (turrón y pistacho) que se envasan en tarrinas de dos tamaños, pequeño y grande. Las tarrinas pequeñas llevan 200 gramos de helado de turrón y 150 gramos de pistacho; las tarrinas grandes llevan 500 gramos de turrón y 300 de pistacho. La fábrica obtiene un beneficio de 2€ por la venta de cada tarrina pequeña y de 4,50€ por la venta de cada tarrina grande. La fábrica produce cada semana 400 kg de helado de turrón y 255 kg de helado de pistacho que envasa en estas tarrinas. Para satisfacer la demanda de las heladerías de la zona, debe producir semanalmente al menos 200 tarrinas pequeñas y 50 grandes. Suponiendo que pueda vender toda la producción:
a) Formular el correspondiente problema de programación lineal.
b) Representar la región factible.
c) ¿Cuántas tarrinas de cada clase debe producir la fábrica cada semana si quiere maximizar sus beneficios? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Solución: a) La función que deseamos maximizar son los beneficios $B(x,y)=2x+4.5y$ *sometida a las restricciones siguientes:*

$$\left.\begin{array}{l} 2x+5y\le 4000 \\ x+2y\le 1700 \\ x\ge 200 \\ y\ge 50 \end{array}\right\}$$



c) El beneficio máximo es de 3700 € y se consigue envasando 500 tarrinas pequeñas y 600 grandes.

49. Canarias. Extraordinaria 2021. A4. Se quieren plantar plataneras y naranjeros. Cada platanera cuesta 5 euros y cada naranjero 2 euros. Para facilitar la recogida, el número de plataneras no debe superar el doble del de naranjeros ni ser inferior a su mitad. Además, se puede dedicar un máximo de 900 euros a poner esta plantación. Se espera que cada platanera produzca un beneficio de 15 euros y cada naranjero 8 euros.

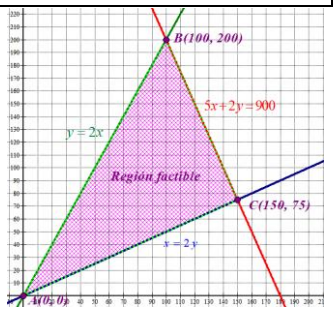
a) Plantear el correspondiente problema de Programación Lineal
b) Representar la región factible e indicar sus vértices
c) Determinar la cantidad de plantas de cada tipo que se deben plantar para maximizar el beneficio global.

Solución: a) Llamamos "x" al número de plataneras de la plantación e "y" al número de naranjeros. Las restricciones del problema son:

$$\left.\begin{array}{l} 5x+2y\le 900 \\ x\le 2y \\ y\le 2x \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

La función objetivo es el beneficio que deseamos maximizar:

$$B(x,y)=15x+8y$$



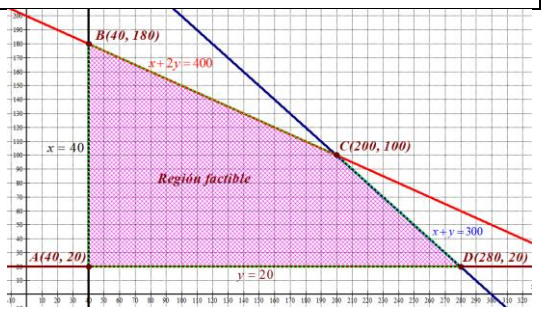
b) Los vértices de la región factible son: A(0, 0), B(100, 200) y C(150, 75).
c) El máximo beneficio que se puede obtener es de 3100 € y se obtiene con 100 plataneras y 200 naranjeros.

50. Canarias. Ordinaria 2021. A4. Una empresa dedicada al comercio del textil desea liquidar 400 camisas y 300 pantalones. Para ello lanza dos ofertas: la oferta A consiste en un lote de una camisa y un pantalón por 30 €, y la oferta B consiste en un lote de dos camisas y un pantalón, que se vende a 40 €. Hay que ofrecer al menos 40 lotes de la oferta A y al menos 20 de la oferta B.
a) Formular el correspondiente problema de programación lineal.
b) Representar la región factible.
c) Para maximizar las ganancias, ¿cuántos lotes se deben vender de cada tipo? ¿Cuál es la ganancia máxima?

Solución: a) Llamamos x = número de lotes A e y = número de lotes B. La función que deseamos maximizar son las ganancias $f(x,y)=30x+40y$ *sometida a las restricciones siguientes*

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 400 \\ x+y\le 300 \\ x\ge 40 \\ y\ge 20 \end{array}\right\}$$

c) Las ganancias máximas son 10000 € y se consiguen en el vértice C(200, 100), que significa vender 200 lotes de A y 100 lotes de B.



51. Canarias. Extraordinaria 2020. A4. Un comerciante quiere comprar a un mayorista de moda gabardinas de dos tipos: de paño a 180 € y de piel a 300 € la unidad, respectivamente. El comerciante dispone de 5400 € y no precisa más de 20 unidades.
a) Representar la región factible y los vértices.
b) Si en la venta posterior obtiene un beneficio de 99€ por la venta de cada gabardina de paño y 156€ por la venta de cada gabardina de piel, calcular el número de gabardinas que ha de adquirir de cada tipo para obtener el beneficio máximo.

Solución:
a) En el dibujo.
b) El máximo beneficio es de 2835 € y se obtiene en el vértice C(5, 15), que significa comprar 5 gabardinas de paño y 15 de piel.

52. Canarias. Ordinaria 2020. A4. En un puesto del mercado se preparan dos tipos de cajas de frutas y verduras para repartir a domicilio. Cada caja del tipo A (caja pequeña) lleva 3 kg de fruta y 3 kg de verdura. Cada caja del tipo B (caja grande) lleva 5 kg de fruta y 8 kg de verdura. Cada día hay que cubrir una demanda fija de al menos 20 cajas de tipo A. Las cajas tipo A se venden a 10 € cada una y las cajas tipo B a 18 € cada una. El puesto tiene 195 kg de fruta y 240 kg de verduras disponibles diariamente todas las mañanas. Se desea determinar el número de cajas de cada tipo que se han de preparar diariamente para maximizar los ingresos.

a) Plantear el problema y representar la región factible.

b) ¿Cuántas cajas de cada tipo deben prepararse cada día para maximizar los ingresos? ¿Cuáles son los ingresos máximos?

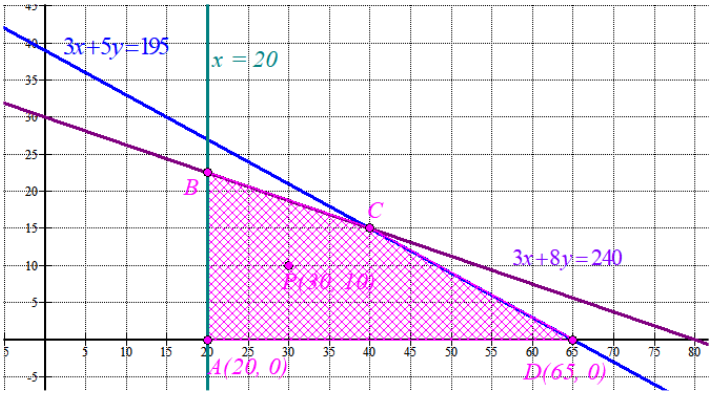
Solución:

a) Las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+5y\le 195 \\ 3x+8y\le 240 \\ x\ge 20;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Deseamos maximizar la función
Ingresos $I(x,y)=10x+18y$

b) Los vértices son A(20,0); B(20, 22.5); C(40, 15) y D(65, 0)
Hay que preparar 40 cajas del tipo A y 15 del tipo B para obtener unos ingresos máximos de 670 €.



53. Canarias. Julio 2019. PRUEBA A. 4. Una carpintería construye mesas y armarios de oficina utilizando tableros de aglomerado de idéntica medida. Para construir una mesa se requieren 2.5 tableros, y para construir una estantería se necesitan 6 tableros. Para ensamblar las piezas se utilizan 10 tornillos en cada mesa y 60 tornillos en cada estantería. El almacén dispone de 740 tableros y 6200 tornillos. Por cada mesa se obtiene un beneficio de 80€, por cada estantería un beneficio de 120€ y se tiene que satisfacer una demanda mínima de 50 mesas y 60 estanterías. Suponiendo que siempre se vende toda la producción, si se quiere maximizar los beneficios:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.

b) ¿Cuántas mesas y estanterías se deben fabricar con los tableros y tornillos disponibles en el almacén? ¿Cuál es el valor del beneficio óptimo?

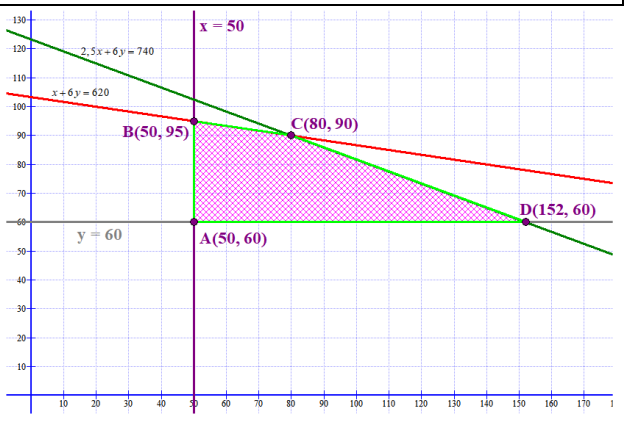
Solución:

a) La función beneficio es $B(x,y)=80x+120y$.

Las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ x\ge 50 \\ y\ge 60 \\ 2,5x+6y\le 740 \\ x+6y\le 620 \end{array}\right\}$$

b) El máximo beneficio de 19360 euros se obtiene al fabricar 152 mesas y 60 estanterías.



54. Canarias. Junio 2019. PRUEBA A. 4. Una guagua de Madrid a París ofrece hasta 90 plazas de dos tipos: A (al precio de 65 € y con 30 kgr. de equipaje), y B (al precio de 95 € y con 50 kgr. de equipaje). Si la guagua admite hasta 3000 kg. de equipaje y se quiere maximizar el ingreso total por la venta de plazas:

a) Formular el correspondiente problema de programación lineal y representar la región factible.
b) ¿Cuántas plazas de cada tipo determinan la solución óptima? ¿Cuál es el ingreso total óptimo?

Solución:
a) Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 90 \\ 30x + 50y \leq 3000 \end{array}\right\}$$

La función beneficio es $B(x, y) = 65x + 95y$.

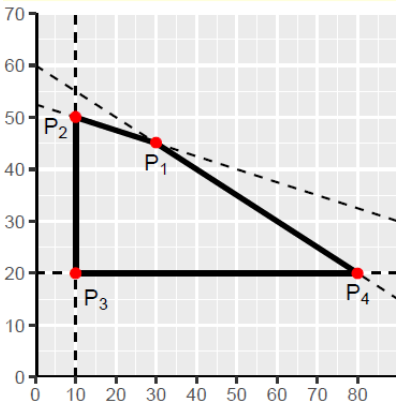
b) El Ingreso óptimo es de 6300 € y se obtiene con 75 plazas del tipo A y 15 del B.

55. Canarias. Julio 2018. PRUEBA A. 4. Un asesor fiscal hace declaraciones de la renta a personas físicas y a pymes (pequeñas y medianas empresas). Por cada declaración de persona física cobra 120 €, y emplea 3 horas para recopilar la información necesaria y 1 hora para pasarla a la aplicación informática. Por cada pyme cobra 300 €, y emplea 6 horas en recopilar la información y 4 horas en pasarla a la aplicación. Hay 10 personas físicas y 20 pymes a las que el asesor fiscal está obligado por contrato a hacer sus declaraciones. Durante el tiempo que dura la campaña de la renta el asesor dispone de un total de 360 horas para recopilar información, y 210 horas para usar la aplicación informática. Si quiere maximizar sus ingresos:
a) Formular el correspondiente problema y representar la región factible.
b) ¿Cuál es la solución óptima? ¿Y el valor máximo de los ingresos?

Solución: a) Llamamos x al nº de declaraciones que realiza a personas físicas e y al nº que realiza a pymes.
La función objetivo que deseamos maximizar son los ingresos que vienen dados por $I(x, y) = 120x + 300y$.

Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 6y \leq 360 \\ x + 4y \leq 210 \\ x \geq 10 \\ y \geq 20 \end{array}\right\}$$



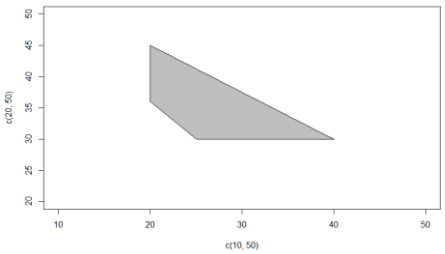
b) Por tanto el máximo nivel de ingresos se alcanza en P1, es decir, cuando se hacen 45 declaraciones para pymes y 30 declaraciones a particulares. Dichos ingresos ascienden en ese caso a 17.100 €

56. Canarias. Junio 2018. PRUEBA B. 4. La encargada de una floristería ha de hacer un pedido semanal de plantas de interior y plantas de exterior. Al proveedor le paga 1€ por cada planta de interior y 2€ por cada planta de exterior. Necesita atender al menos la demanda de un cliente, que solicita cada semana 20 plantas de interior y 30 de exterior. Además, el transporte del pedido le supone unos costes, que son de 0,60€ por cada planta de interior y 0,80€ por cada planta de exterior, y la floristería tiene por norma no sobrepasar los 48€ de costos de transporte por cada pedido semanal. Por otro lado, la encargada recibe una prima de 0,60€ por cada planta de interior que venda y una prima de 0,50€ por cada planta de exterior que venda, y quiere conseguir al menos 30 euros en este pedido.
a) Si quiere minimizar el precio que le tiene que pagar al proveedor, formular el correspondiente problema. Dibujar la región factible.
b) Resolver el problema planteado en a) calculando también cuánto le paga al proveedor y cuánto es el gasto de transporte.

Solución: a) Llamamos x al número de plantas de interior, y al número de plantas de exterior. La función objetivo es $f(x,y)=x+2y$ *que deseamos minimizar. Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 20 \\ y\geq 30 \\ 0.6x+0.8y\leq 48 \\ 0.6x+0.5y\geq 30 \end{array}\right\}$$

b) Debe pedir 25 plantas de interior y 30 de exterior siendo el pago al proveedor de 85 € y el gasto de transporte de 39 €.

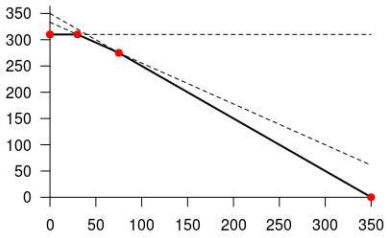


57. Canarias. Julio 2017. PRUEBA B. 4. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla y electrónica en dos calidades distintas: calidad A, cuya carcasa es de plástico y calidad B cuya carcasa es de aluminio. El coste de producción unitario es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad B. Asimismo los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase B. Si, para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio.
a) Plantear el problema que determina el número de móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

Solución: a) Llamamos x al número de móviles de calidad A e y al número de móviles de calidad B que fabrica la empresa. El beneficio de la venta es $B(x,y)=30x+60y$ *. Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ y\leq 310 \\ 70x+90y\leq 30000 \\ x+y\leq 350 \end{array}\right\}$$

b) El beneficio máximo es de 19500 € y se obtiene produciendo 30 teléfonos de clase A y 310 de clase B

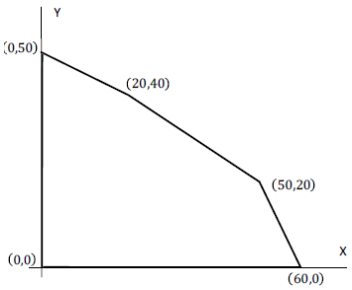


58. Canarias. Junio 2017. PRUEBA B. 4. Una confitería tiene en el almacén 320 bombones de crema de cacao, 240 bombones con frutos secos y 200 bombones con licor. Estos bombones se venden empaquetados en dos tipos de cajas: azules y rojas. En cada caja azul se incluyen 4 bombones de crema, 4 de frutos secos y 2 de licor. En cada caja roja hay 6 bombones de crema, 2 de frutos secos y 4 de licor. Si la caja azul se vende a 8 euros y la caja roja se vende a 10 euros:
a) Plantear el problema que determina el número de cajas de cada tipo que se han de confeccionar para maximizar la recaudación.
b) Representar la región factible, determinar una solución óptima y hallar el valor óptimo de la función objetivo.

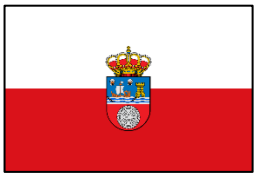
Solución: a) Llamamos "x" al número de cajas azules e "y" al número de cajas rojas. La función a maximizar es $R(x,y)=8x+10y$ *. Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} 4x+6y\leq 320 \\ 4x+2y\leq 240 \\ 2x+4y\leq 200 \\ x\geq 0;\ \ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

b) La máxima recaudación es de 600 € y se consigue con 50 cajas azules y 20 rojas

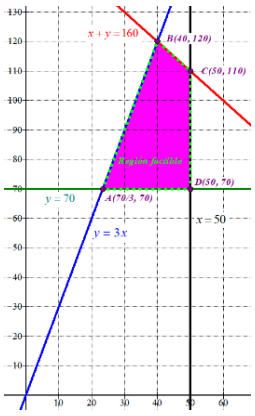


CANTABRIA



59. Cantabria. Extraordinaria 2022. Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Un ganadero pasiego necesita ampliar su explotación de bovino, para lo cual decide comprar vacas de las razas parda y frisona. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 160 vacas para su cría. Cuando llegue el momento de venderlas, por cada ejemplar de parda espera obtener un beneficio neto de 350 €, y por cada frisona uno de 500 €. Tiene claro que no comprará más de 50 pardas ni menos de 70 frisonas. Además, quiere que el número de vacas pardas sea, al menos, una tercera parte del de frisonas.
A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántas vacas de cada tipo debe comprar para obtener el máximo beneficio?
D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

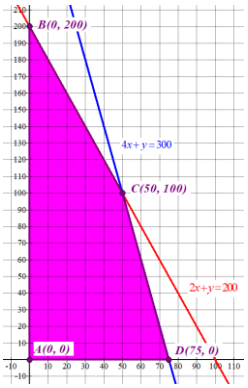
Solución: A. La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios:
$B(x,y)=350x+500y$. *Las restricciones son:*
$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 160 \\ y\le 3x \\ x\le 50;\ y\ge 70 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}.$$



B. Los vértices son A(70/3, 70); B(40, 120); C(50, 110) y D(50, 70).
C. Debe comprar 40 vacas pardas y 120 frisonas.
D. El máximo beneficio es de 74 000 €.

60. Cantabria. Ordinaria 2022. Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de pack, A y B. El pack A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 44 €. El pack B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas, y le confiere al obrador un beneficio neto de 16 €.
A. [0,75 PUNTOS] Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema.
B. [1 PUNTO] Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.
C. [0,5 PUNTOS] ¿Cuántos packs de cada tipo debe producir el obrador en un día para que el beneficio obtenido sea máximo?
D. [0,25 PUNTOS] ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

Solución: A. La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como: $B(x,y)=44x+16y$. *Las restricciones son:*
$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\le 200 \\ 4x+y\le 300 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



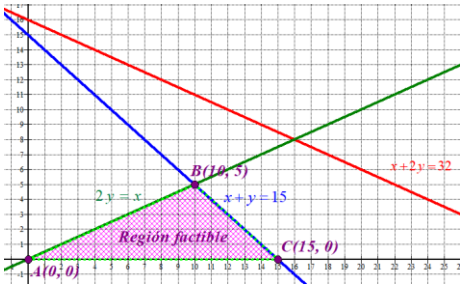
B. Los vértices son A(0, 0); B(0, 200); C(50, 100) y D(75, 0).
C. El máximo beneficio se obtiene haciendo 50 packs A y 100 packs B.
D. El máximo beneficio es de 3800 €.

61. Cantabria. Extraordinaria 2021. Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Una tienda de material informático dispone de 96 lapiceros con memoria USB y 15 tabletas digitales, para organizar dos tipos de lotes. Un lote A tendrá 3 lapiceros y una tableta; un lote B tendrá 6 lapiceros y una tableta. El precio de venta de un lote A es de 70 euros y el de un lote B, 160 euros. Además, el número de lotes B debe ser como máximo la mitad de lotes A. ¿Cuántos lotes deben prepararse y venderse para obtener unos ingresos máximos? ¿A cuánto ascienden esos ingresos?

Solución: Llamamos "x" al número de lotes A, "y" al número de lotes B. Reunimos las restricciones en un sistema

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 32 \\ x+y\le 15 \\ 2y\le x \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Deben prepararse y venderse10 lotes del tipo A y 5 del tipo B para conseguir unos máximos ingresos de 1500 €

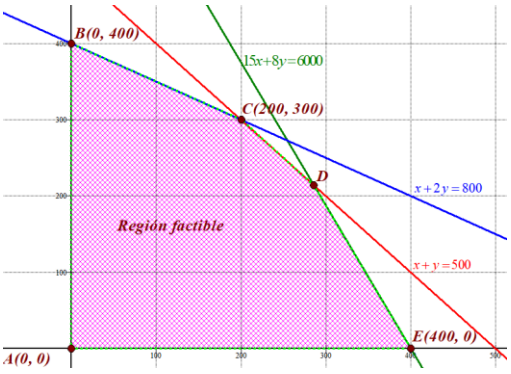


62. Cantabria. Ordinaria 2021. Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Una empresa elabora dos productos, A y B, que le proporcionan unos beneficios por kg de 5 y 7 euros respectivamente. Por cuestiones de logística, solo puede producir un máximo de 500 kg a la semana. Las horas semanales de trabajo disponibles son 3200; cada kg de A requiere 4 horas y cada kg de B, 8 h. Además, solo dispone de 1500 unidades de materia prima a la semana; cada kg de A necesita 3,75 unidades de materia prima; cada kg de B, 2 unidades. ¿Cuántos kilogramos de cada producto se pueden obtener semanalmente para maximizar los beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

Solución: Llamamos x = kilogramos de A, y = kilogramos de B. La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como $B(x,y)=5x+7y$. *Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 500 \\ x+2y\le 800 \\ 15x+8y\le 6000 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

El máximo beneficio es de 3100 € y se produce en el vértice C (200, 300) que significa vender 200 kilos de producto A y 300 del producto B

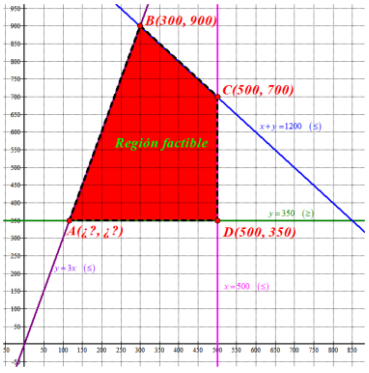


63. Cantabria. Extraordinaria 2020. BLOQUE 1. Ejercicio 2 [2,5 PUNTOS]
Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200. Cada acción del tipo A le reportará un beneficio de 0,2 euros y cada acción del B, uno de 0,08 euros. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones del tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. ¿Cuántas acciones debe comprar de cada tipo para obtener los máximos beneficios? ¿A cuánto ascienden dichos beneficios?

Solución: Llamamos x e y al número de acciones de A y de B. La función objetivo es el beneficio obtenido: $B(x,y)=0,2x+0,08y$. *Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 1200 \\ x\le 500 \\ y\ge 350 \\ y\le 3x \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Debe comprar 500 acciones clase A y 700 de clase B para obtener un máximo beneficio de 156 €.



64. Cantabria. Ordinaria 2020. BLOQUE 1. Ejercicio 1 [2,5 PUNTOS]
Una empresa del sector alimentario lanza al mercado dos nuevas bebidas, A y B, compuestas de zumos de frutas combinados. La composición de cada litro de bebida es la siguiente:

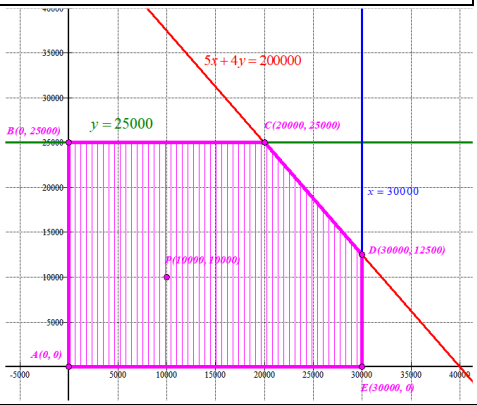
	Zumo de piña	Zumo de mango	Zumo de papaya
A	0,5 litros	0,5 litros	
B	0,4 litros		0,6 litros

El precio de venta fijado es de 1,5 euros por litro de A y de 1,75 euros por litro de B.
Semanalmente se cuenta con 20 000 litros de zumo de piña, con 15 000 de zumo de mango y con 15 000 de zumo de papaya.
Determinar los litros que deben producirse semanalmente de cada bebida para obtener unos ingresos semanales máximos. ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Solución:
La función a maximizar son los ingresos $f(x,y)=1,5x+1,75y$.

Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} 0,5x+0,4y\le 20000 \\ 0,5x\le 15000 \\ 0,6y\le 15000 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$

Los máximos ingresos cumpliendo las restricciones son de 73 750 € y se consiguen en el punto C(20000, 25000), es decir, con 20 000 litros de A y 25 000 litros de B.



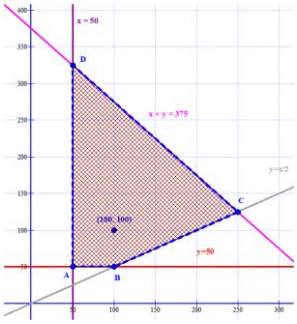
65. Cantabria. julio 2019. OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2. Ejercicio 1
Una empresa textil confecciona dos estampados diferentes: A y B. Debe satisfacer una demanda de al menos 50 rollos de tela del estampado A; y de al menos 50 rollos del estampado B. Los ingresos obtenidos por rollo de tela son de 30 euros para el estampado A y de 20 euros para el B. Por otro lado, el número de rollos del B no debe ser inferior a la mitad de rollos del estampado A. Además, la capacidad del almacén es de 375 rollos.
¿Cuántos rollos de tela de cada tipo de estampado debe producir para obtener unos ingresos máximos?

Solución:

Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} x\ge 50 \\ y\ge 50 \\ y\ge \dfrac{x}{2} \\ x+y\le 375 \end{array}\right\}$$

Debemos maximizar la función ingresos $I(x,y)=30x+20y$

El máximo ingreso se obtiene con 250 estampados del tipo A y 125 del tipo B.

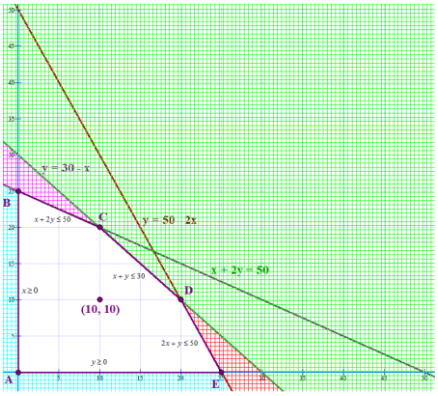


66. Cantabria. Septiembre 2018. OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2. Ejercicio 1.
Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Por otro lado, alquilar un autocar grande supone 100 euros; y uno pequeño, 65 euros. ¿Cuántos autocares de cada tipo deberán alquilarse para minimizar los costes?

Solución:

El coste es $C(x,y)=100x+65y$. *Las restricciones son:*

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x\leq 12 \\ y\leq 9 \\ x+y\leq 10 \\ 60x+40y\geq 540 \end{array}\right\}$$



El coste mínimo de 895 € se consigue alquilando 7 autobuses de 60 plazas y 3 de 40 plazas.

67. Cantabria. Junio 2018. OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2. Ejercicio 1.

Un pastelero dispone de 125 kg de harina, 25 kg de azúcar y 30 kg de mantequilla para elaborar dos tipos de tarta: hojaldre y chocolate. Una docena de tartas de hojaldre requiere 2,5 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Para una docena de tartas de chocolate se necesitan 5 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla.

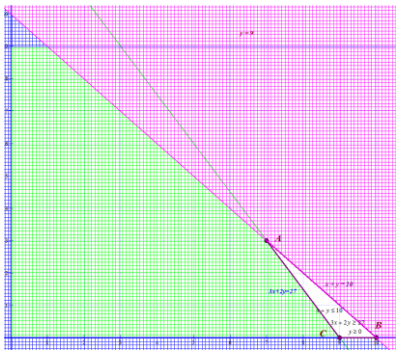
Si el beneficio obtenido de cada docena de tartas de hojaldre es de 15 euros y de cada docena de tartas de chocolate es de 25 euros, ¿con cuántas docenas de cada tipo de dulce se obtendrán los máximos beneficios?

Solución:

La función beneficio es $B(x,y)=15x+25y$.

Las restricciones del problema son:

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ 2,5x+5y\leq 125 \\ x+0,5y\leq 25 \\ x+y\leq 30 \end{array}\right\}$$



El beneficio máximo de 650 € se consigue con 10 docenas de tartas de hojaldre y 20 de chocolate.

68. Cantabria. Septiembre 2017. OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2. Ejercicio 1.

Considérese una pequeña empresa dedicada a la fabricación de mobiliario. En concreto, produce dos modelos de armario: A y B. Se dispone de 12 carpinteros para ensamblar los muebles, cada uno de ellos con una jornada laboral de 8 horas diarias.

El tiempo de ensamblado de cada tipo de mueble y los beneficios obtenidos por la venta de cada unidad se muestran en la tabla adjunta:

	Tiempo de ensamblado	Beneficios
Una unidad del modelo A	3 horas	70 euros
Una unidad del modelo B	6 horas	160 euros

La producción diaria total debe ser de 15 unidades como mínimo, con la condición de que el número de unidades del modelo B debe ser como máximo la mitad del número de muebles del modelo A.

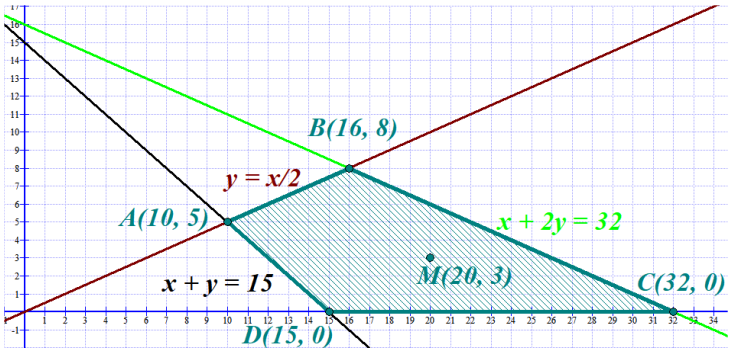
Si la empresa vende todo lo que fabrica, ¿cuántos armarios de cada modelo deben producirse al día para obtener los máximos beneficios diarios?

Solución:

La función que deseamos maximizar es el beneficio $f(x,y)=70x+160y$.

Reuniendo todas las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 15 \\ y \leq \dfrac{x}{2} \\ 3x + 6y \leq 96 \end{array}\right\}$$



El máximo se alcanza en el punto B(16, 8). Es decir, los máximos beneficios diarios se obtienen fabricando 16 armarios del modelo A y 8 del modelo B, siendo ese beneficio máximo de 2400 €.

69. Cantabria. Junio 2017. OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1. Ejercicio 1.

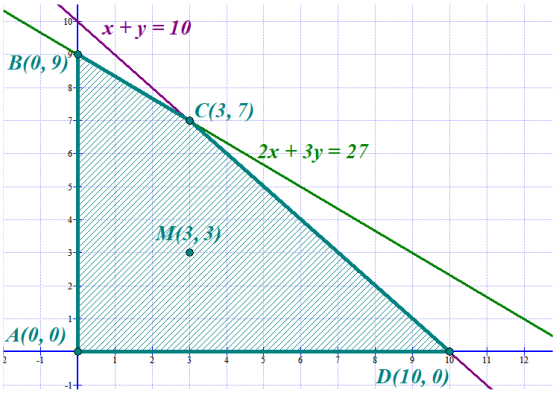
Una frutería quiere dar salida esta semana a 50 kg de manzanas y 27 kg de naranjas que le han quedado por vender. Para ello prepara dos tipos de cajas: A y B. Cada caja del tipo A contiene 5 kg de manzanas y 2 kg de naranjas. Y cada caja del tipo B, 5 kg de manzanas y 3 kg de naranjas. El precio de venta de cada caja A es de 7,5 euros, y el precio de venta de cada caja B es de 8,5 euros ¿Cuántas cajas de cada tipo debe vender para maximizar sus ingresos?

Solución:

La función a maximizar es $f(x, y) = 7{,}5x + 8{,}5y$.

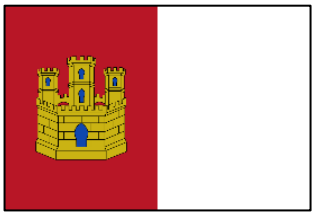
Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 5y \leq 50 \\ 2x + 3y \leq 27 \end{array}\right\}$$



Los máximos ingresos se obtienen en el punto C(3, 7) que significa hacer 3 cajas tipo A y 7 del tipo B.

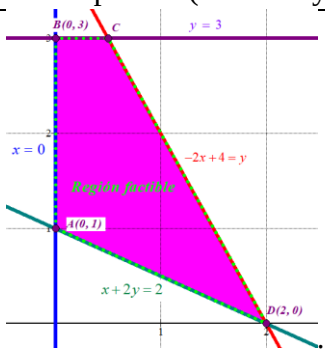
CASTILLA LA MANCHA



70. Castilla la Mancha. Extraordinaria 2022. Sección 1 (3 puntos) Bloque 1. 1.
En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x,y)=8x+3y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} -2x+4 \geq y \\ x+2y \geq 2 \\ y \leq 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Dibuja la región factible y determina sus vértices. (1.25 puntos)
b) Indica los puntos óptimos (máximo y mínimo) y sus respectivos valores. (0.25 puntos)



Solución: a) *Los vértices de la región factible son A(0, 1), B(0, 3),* $C\left(\frac{1}{2},3\right)$ *y D(2, 0).* *b) El máximo se produce en el vértice D(2, 0) y alcanza un valor de 16. El mínimo se produce en el vértice A(0, 1) y alcanza un valor de 3.*

71. Castilla la Mancha. Ordinaria 2022. Sección 1 (3 puntos) Bloque 1. 1.
Un fabricante comercializa 2 modelos de zapatillas para montaña, uno para mujer que le proporciona un beneficio de 28 euros por par y otro para hombre con un beneficio por cada par de 30 euros. El próximo mes tiene que fabricar entre 100 y 600 pares de zapatillas de hombre y un mínimo de 400 pares de mujer. Además solamente puede fabricar un máximo de 1200 pares de zapatillas.
a) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1.25 puntos)
b) Determina cuántos pares de zapatillas de cada modelo debe fabricar para que el beneficio sea máximo. (0.25 puntos)

Solución: a) La función objetivo es el beneficio que queremos maximizar: $B(x,y)=28x+30y$. *Las restricciones son:* $\left.\begin{array}{l} 100 \leq y \leq 600 \\ x \geq 400 \\ x+y \leq 1200 \end{array}\right\}$. *b) Vendiendo 600 zapatillas de hombre y otras 600 de mujer se obtiene un beneficio máximo de 34800 €.*

72. Castilla la Mancha. Extraordinaria 2021. Sección 1 (3 puntos) Bloque 1. 2. En un terreno se dispone de 18 hectáreas para sembrar aguacates y mangos. Para los aguacates deseamos destinar como mucho 16 hectáreas. Por cada hectárea sembrada de aguacates y mangos se obtiene 10000 y 12000 euros respectivamente. Se quiere que la superficie correspondiente a los mangos no sea mayor que la que ocupen los aguacates.

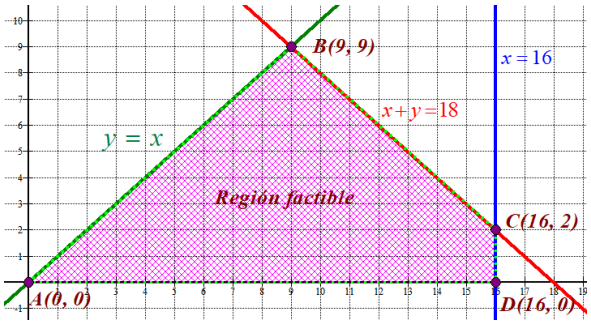
a) Expresa la función objetivo. (0.25 puntos)

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1 punto)

c) Determina cuántas hectáreas de cada tipo se debe dedicar a cada producto para conseguir máximo beneficio. (0.25 puntos)

Solución: a) Llamamos "x" a las hectáreas dedicadas al aguacate e "y" a las hectáreas dedicadas al mango. Se desea maximizar la ganancia

$$G(x,y)=10000x+12000y$$ *b)* $$\left.\begin{array}{l} x+y\le 18 \\ x\le 16 \\ y\le x \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$ *c) Hay que plantar 9 hectáreas de aguacate y otras 9 de mangos para obtener un beneficio máximo, siendo este de 198.000 €*



73. Castilla la Mancha. Ordinaria 2021. Sección 1 (3 puntos) Bloque 1. 1. En el siguiente problema de programación lineal maximiza la función $f(x,y)=12x-2y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$x\ge y$

$x+y\ge 0$

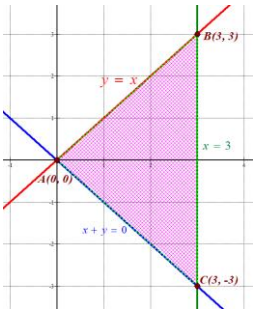
$x\le 3$

a) Dibuja la región factible. (1 punto)

b) Determina los vértices de la región factible. (0.25 puntos)

c) Indica el máximo del problema dado y su valor. (0.25 puntos)

Solución: Las coordenadas de los vértices son: A(0, 0), B(3, 3) y C(3, –3). El valor máximo de $f(x,y)=12x-2y$ *es 42 y se obtiene en el vértice C(3, –3)*



74. Castilla la Mancha. Extraordinaria 2020. Sección 1 (3 puntos) Bloque 1. 2. En una pastelería se elaboran dos tipos de tarta de chocolate (A y B). La primera lleva 100 gr de chocolate con leche y 200 gr de chocolate negro y la segunda 200 gr de chocolate con leche y 100 gr de chocolate negro. Dispone de 9 kg de cada tipo de chocolate. Por cada tarta A obtiene un beneficio de 5 euros y por cada tarta B de 4 euros.

a) Expresa la función objetivo para obtener un beneficio máximo. *(0.25 ptos)*

b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. *(1 punto).*

c) Determina el número de tartas de cada tipo que puede vender para obtener beneficio máximo. *(0.25 ptos)*

Solución:

a) $B(x,y)=5x+4y$

b)

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 90 \\ 2x+y\le 90 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

c) El beneficio máximo se produce en el vértice B(30, 30).
Vendiendo 30 tartas de cada tipo se obtiene un beneficio máximo de 270 €.

75. Castilla la Mancha. Ordinaria 2020. Sección 1 Bloque 2. Ejercicio 2.
En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x,y)=6x-2y$ sujeta a las siguientes restricciones:

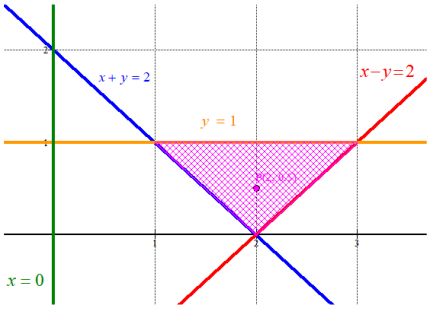
$$x+y\ge 2;\quad x-y\le 2;\quad y\le 1;\quad x\ge 0$$

a) Dibuja la región factible. *(1 punto)*
b) Determina los vértices de la región factible. *(0.25 ptos)*
c) Indica el máximo y el mínimo y sus respectivos valores. *(0.25 ptos)*

Solución:
Los vértices son A(2, 0), B(1, 1) y C(3, 1).

El valor máximo es 16 que se alcanza en el punto C(3, 1).

El valor mínimo es 4 que se alcanza en el punto B(1, 1).



76. Castilla la Mancha. Julio 2019. Propuesta A. 2. En un taller se confeccionan prendas vaqueras con dos tipos de tejidos de distinta calidad (T_1, T_2). Disponen de 160 m^2 del tejido T_1 y 240 m^2 del tejido T_2. Hacen dos conjuntos: Uno con chaqueta y falda y otro con cazadora y pantalón. El primero utiliza 2 m^2 de T_1 y 2 m^2 de T_2, el conjunto del pantalón utiliza 1 m^2 de T_1 y 3 m^2 de T_2. El conjunto con falda cuesta 250 euros y el del pantalón 350 euros.
a) Expresa la función objetivo. *(0.25 ptos)*
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. *(1 pto)*.
c) Calcula el número de conjuntos de cada tipo que deben hacer para obtener máximas ganancias. *(0.25 ptos)*

Solución: a) Llamamos x = número de conjuntos chaqueta falda, y = número de conjuntos chaqueta pantalón. El beneficio viene expresado con la función $B(x,y)=250x+350y$

b)

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\le 160 \\ 2x+3y\le 240 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

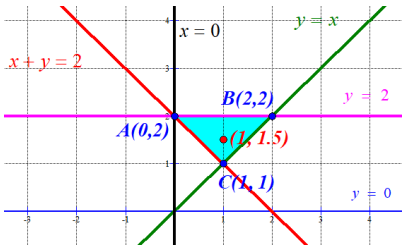
c) El beneficio máximo es de 29000 € y se obtienen en el punto C(60, 40). Se maximizan los beneficios (29000 €) con la venta de 60 conjuntos chaqueta falda y 40 conjuntos chaqueta pantalón.

77. Castilla la Mancha. Junio 2019. Propuesta A. 2. En el siguiente problema de programación lineal optimiza la función $f(x,y)=3x+4y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$x+y\geq 2$; $x\leq y$; $0\leq y\leq 2$; $x\geq 0$

a) Dibuja la región factible. *(1 pto)*
b) Determina los vértices de la región factible. *(0.25 ptos)*
c) Indica el máximo y el mínimo y sus respectivos valores. *(0.25 ptos)*

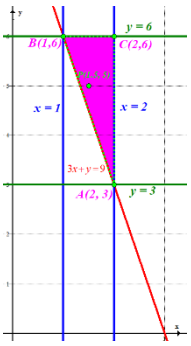
Solución: Los vértices de la región factible son A(0, 2), B(2, 2) y C(1, 1).
c) El máximo valor de la función es 14 y se alcanza en el punto B(2, 2).
El mínimo valor de la función es 7 y se alcanza en el punto C(1, 1)



78. Castilla la Mancha. Julio 2018. Propuesta A. 1. En una nave industrial se realiza el montaje de dos tipos de bicicletas: de paseo y de montaña. Para cada jornada de trabajo tenemos las siguientes restricciones: El número de bicicletas de paseo montadas debe estar entre 1 y 2. El número de bicicletas de montaña montadas debe estar entre 3 y 6. Si al triple de bicicletas de paseo montadas sumamos el número de bicicletas de montaña montadas, el resultado debe ser al menos 9.
El montaje de una bicicleta de paseo precisa una hora, mientras que el de una bicicleta de montaña necesita dos horas. Pretendemos cumplir todas las condiciones expuestas en un tiempo mínimo. Para ello se pide:
a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.5 ptos)
c) Halla el número de bicicletas de cada clase que se deben montar para que se cumplan todas las condiciones en un tiempo mínimo, y calcula cuál será ese tiempo mínimo. (0.75 ptos)

Solución: a) Llamamos "x" al número de bicicletas de paseo montadas e "y" al número de bicicletas de montaña montadas. El objetivo es minimizar el tiempo necesario para fabricar las bicicletas. Buscamos minimizar la función $T(x,y)=x+2y$.

b) $\left.\begin{array}{l}1\leq x\leq 2\\ 3\leq y\leq 6\\ 3x+y\geq 9\end{array}\right\}$ *c) El tiempo mínimo son 8 horas que se alcanzan en el punto A(2,3) que significa montar 2 bicicletas de paseo y 3 de montaña*

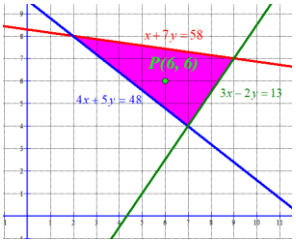


79. Castilla la Mancha. Junio 2018. Propuesta A. 1. Considera el siguiente problema de programación lineal:
Minimizar la función $F=-x+6y$, sujeta a las siguientes restricciones:

$$x+7y\leq 58 \quad ; \quad 4x+5y\geq 48 \quad ; \quad 3x-2y\leq 13$$

a) Dibuja la región factible. *(1 pto)*
b) Determina los vértices de la región factible. *(0.25 ptos)*
c) Indica la solución óptima del problema y su valor. *(0.25 ptos)*

Solución: Los vértices tienen coordenadas A(2,8), B(9,7) y C(7,4).
c) El valor mínimo de la función F se alcanza en el punto C(7,4)



80. Castilla la Mancha. Septiembre 2017. Propuesta B. 1. Un transportista debe llevar en su camión sacos de cemento y sacos de yeso con las siguientes condiciones: El número de sacos de cemento estará entre 25 y 100 y el número de sacos de yeso estará entre 30 y 90.
El transportista sabe que un saco de cemento pesa 30 kg y un saco de yeso pesa 20 kg, y se propone cumplir las condiciones llevando en su camión el menor peso posible.

a) Expresa la función objetivo. (0.25 ptos)

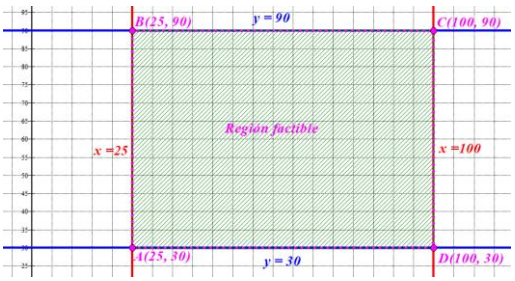
b) Escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (0.75 ptos)

c) Halla el número de sacos de cada clase que debe llevar para que el peso transportado sea mínimo. (0.5 ptos)

Solución: a) Llamamos "x" al número de sacos de cemento e "y" al número de sacos de yeso. La función objetivo es el peso de todos los sacos $P(x,y)=30x+20y$. *Y deseamos minimizarla.*

b) $\left.\begin{array}{l}25\le x\le 100\\ 30\le y\le 90\end{array}\right\}$ *c) Se minimiza el peso en el punto A(25, 30).*

Significa transportar 25 sacos de cemento y 30 de yeso con un peso total de 1350 kilos



81. Castilla la Mancha. Junio 2017. Propuesta B. 1. Considera el siguiente problema de programación lineal:
Minimizar la función $F=5x+3y$ sujeta a las siguientes restricciones:

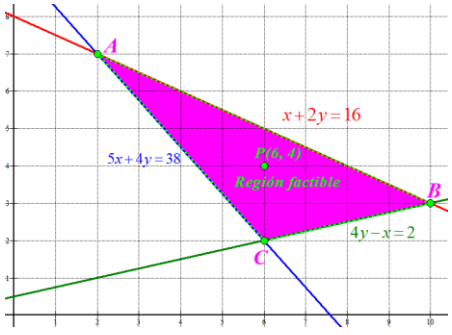
$$x+2y\le 16 \quad ; \quad 5x+4y\ge 38 \quad ; \quad 4y-x\ge 2$$

a) Dibuja la región factible (1 pto).

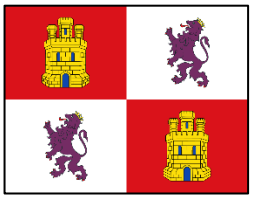
b) Determina los vértices de la región factible (0.25 ptos).

c) Indica la solución óptima del problema dado y su valor (0.25 ptos).

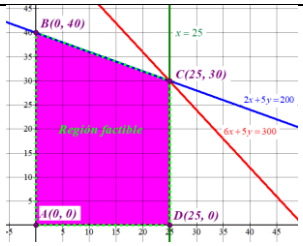
Solución: b) Los vértices son A(2,7), B(10,3), C(6,2)
c) El valor mínimo de la función es 31 y se alcanza en el punto A de coordenadas (2,7)



CASTILLA Y LEÓN



82. Castilla y León. Extraordinaria 2022. P1. (Números y álgebra)
Una empresa de diseño ha comprado dos impresoras 3D para imprimir figuras y fichas para juegos de mesa. La primera impresora puede trabajar hasta 300 horas y necesita 6 horas para imprimir cada figura y 5 horas para cada ficha. La segunda impresora puede trabajar hasta 200 horas y necesita 2 horas para hacer cada figura y 5 horas para cada ficha. El beneficio neto que obtiene la empresa por imprimir cada figura es de 1 € mientras que el beneficio neto que obtiene por imprimir cada ficha es de 1.5 €. Si el número máximo de figuras ha de ser 25, calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas figuras y fichas ha de imprimir para obtener el máximo beneficio neto. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

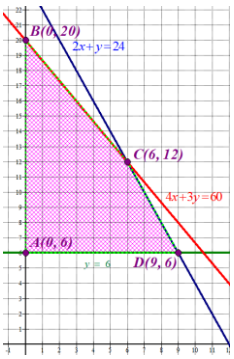


Solución: . *El máximo beneficio es de 70 € y se produce en el vértice C (25, 30) que significa imprimir 25 figuras y 30 fichas.*

83. Castilla y León. Extraordinaria 2021. P1. (Números y álgebra)
En una panadería hornean todos los días tartas y bizcochos que venden a 10 € y 6 €, respectivamente. Para fabricar una tarta se necesitan 400 gramos de harina y 200 de azúcar, mientras que para un bizcocho se utilizan 300 gramos de harina y 100 de azúcar. Los dueños de la panadería saben que diariamente tienen que hornear, al menos, 6 bizcochos. Para la producción de hoy de tartas y bizcochos se dispone de 6 kg de harina y 2.4 kg de azúcar.
Utilizando técnicas de programación lineal, determinar la cantidad de cada uno de los productos que hay que hornear hoy para obtener los máximos ingresos.

Solución: Llamamos "x" al número de tartas a hornear e "y" al número de bizcochos.
La función a maximizar son los ingresos que vienen dados por la expresión
$I(x,y)=10x+6y$.

Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 60 \\ 2x+y\le 24 \\ y\ge 6 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



Los máximos ingresos son 132 € y se consiguen con la preparación de 6 tartas y 12 bizcochos

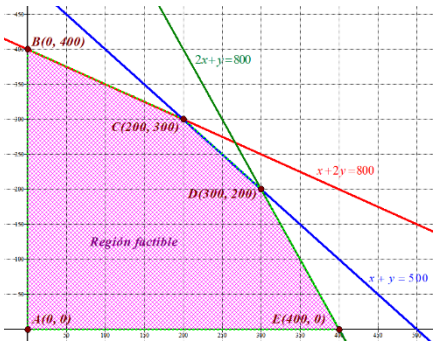
84. Castilla y León. Ordinaria 2021. P1. (Números y álgebra)
En un almacén de frutas disponen de 800 kg de manzanas, 800 kg de naranjas y 500 kg de plátanos. Con estas existencias van a poner a la venta dos tipos de lotes de frutas, A y B. El lote A consta de 1 kg de manzanas, 2 kg de naranjas y 1 kg de plátanos; mientras que el lote B consta de 2 kg de manzanas, 1 kg de naranjas y 1 kg de plátanos. Si los lotes A se venden a 12 euros cada uno y los lotes B a 14 euros cada

uno, determinar, mediante técnicas de programación lineal, el número de lotes de cada tipo que ha de vender el almacén para maximizar sus ingresos. ¿A cuánto asciende ese ingreso máximo?

Solución: Llamamos x = número de lotes A, y = número de lotes B. La función a maximizar son los ingresos $f(x,y)=12x+14y$.

Las restricciones forman un sistema de inecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 800 \\ 2x+y\le 800 \\ x+y\le 500 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



Los máximos ingresos son 6600 € que se obtienen en el vértice D(200, 300). Significa que se maximizan los ingresos con 200 lotes A y 300 lotes B

85. Castilla y León. Extraordinaria 2020. P2. (Números y álgebra)

Un supermercado tiene almacenados 100 botes de alubias y 150 botes de garbanzos. Para su venta organiza dichos productos en dos lotes, A y B. La venta de un lote A, que contiene 1 bote de alubias y 3 botes de garbanzos, produce un beneficio de 3 €. La venta de un lote B, que contiene 2 botes de alubias y uno de garbanzos, produce un beneficio de 2 €. Además, desea vender al menos 10 lotes tipo A y al menos 15 lotes del tipo B.

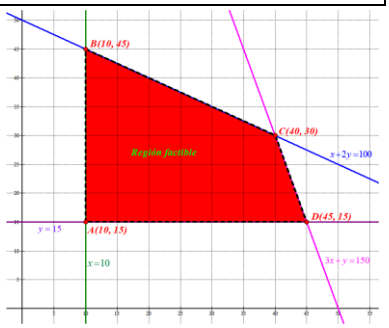
Utilizando técnicas de programación lineal, calcular cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar el beneficio. ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

Solución:

Función objetivo: $B(x,y)=3x+2y$

Restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 100 \\ 3x+y\le 150 \\ x\ge 10;\quad y\ge 15 \end{array}\right\}$$



El valor máximo del beneficio es 180 y se obtiene en el vértice C(40, 30).
Para obtener un beneficio máximo de 180 € deben venderse 40 lotes A y 30 lotes B

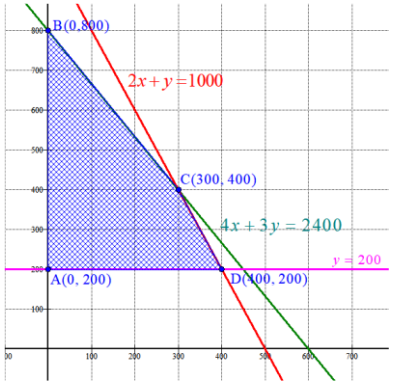
86. Castilla y León. Ordinaria 2020. P2. (Números y álgebra)

Una empresa utiliza 4 horas de trabajo de electrónica y 2 horas de trabajo de montaje por cada televisor LED que fabrica, y 3 horas de trabajo de electrónica y 1 hora de trabajo de montaje por cada televisor QLED. La empresa dispone de un máximo de 2400 horas de trabajo de electrónica y un máximo de 1000 horas de trabajo de montaje. Para satisfacer la demanda, la empresa debe fabricar al menos 200 televisores QLED. El beneficio obtenido en cada televisor LED es de 70 € y en cada televisor QLED es de 50 €.

Utilizar técnicas de programación lineal para determinar el número de televisores de cada tipo que la empresa debe fabricar para que el beneficio sea máximo, así como ese beneficio máximo.

Solución:
La función objetivo son los beneficios que deseamos maximizar → $B(x,y)=70x+50y$. *Las restricciones son:*

$$\left.\begin{array}{l} 4x+3y\le 2400 \\ 2x+y\le 1000 \\ x\ge 0 \\ y\ge 200 \end{array}\right\}$$



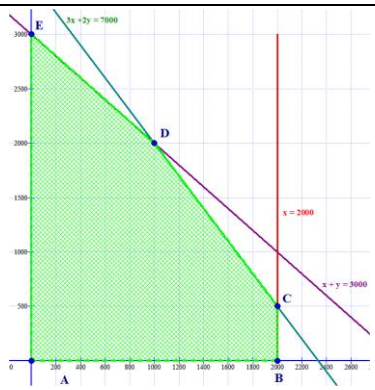
El beneficio máximo se obtiene con 300 televisores LED y 400 televisores QLED.
Siendo este beneficio máximo de 41000 €.

87. Castilla y León. Julio 2019. Opción A 1A- Un comerciante dispone de 350000 € para comprar dos modelos de lámparas. El modelo A tiene un coste de 150 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 15 €. El modelo B tiene un coste de 100 € y produce, por cada unidad que se vende, un beneficio de 11 €. Por experiencia sabe que sólo puede almacenar 3000 lámparas como máximo y que puede vender como máximo 2000 lámparas del modelo A. Determina, utilizando técnicas de programación lineal, cuántas lámparas de cada modelo debe comprar para maximizar el beneficio conseguido en las ventas. Calcula ese beneficio máximo.

Solución:

Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ x\le 2000 \\ 150x+100y\le 350000 \\ x+y\le 3000 \end{array}\right\}$$



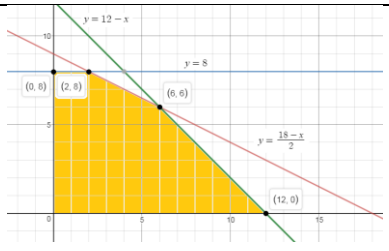
La función que deseamos maximizar es el beneficio: $B(x,y)=15x+11y$
El máximo beneficio se obtiene para el punto D(1000, 2000). Debe comprar 1000 lámparas del modelo A y 2000 del modelo B. Obteniendo un beneficio de 37000 €.

88. Castilla y León. Julio 2018. Opción A 1A- Una empresa de asistencia ha de enviar enfermeros y médicos a una residencia de mayores para cubrir las vacaciones. Por limitación de espacio, sólo pueden acudir cada vez un máximo de 12 profesionales. Además, en cada visita cada enfermero acumula 2 descansos y cada médico acumula 4 descansos. La empresa sólo dispone de 8 médicos y no le interesa generar más de 36 descansos en cada asistencia. Si la empresa obtiene un beneficio neto de 50 euros por cada enfermero y de 80 euros por cada médico que va a la residencia, calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántos enfermeros y médicos han de acudir cada vez a la residencia para obtener el máximo beneficio neto por parte de la empresa de asistencia. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

Solución: Llamamos "x" al número de enfermos, "y" al número de médicos. Restricciones

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 12 \\ 2x+4y\le 36 \\ y\le 8 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

El beneficio máximo es 780 € y se obtiene enviando a 6 enfermeros y 6 médicos al centro

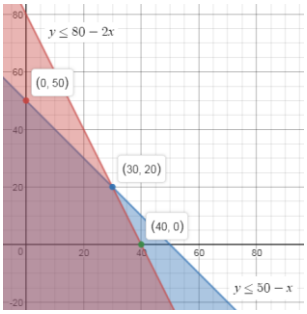


89. Castilla y León. Junio 2018. Opción A 1A- Los trabajadores de un taller artesano elaboran collares y pulseras de bisutería. En la elaboración de un collar se tardan 2 horas, mientras que se emplea 1 hora en la elaboración de una pulsera. Los materiales de los que disponen les permiten fabricar como mucho 50 piezas (entre collares y pulseras) y el tiempo dedicado a su elaboración no puede exceder de 80 horas. Sabiendo que obtienen un beneficio de 5 euros por la venta de un collar y de 4 euros por la venta de una

pulsera, utiliza técnicas de programación lineal para calcular el número de collares y pulseras que tienen que elaborar para que su beneficio sea máximo. ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

Solución: Llamamos "x" al número de collares e "y" al número de pulseras.

Las restricciones son $\begin{cases} x+y \le 50 \\ 2x+y \le 80 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$



Función objetivo que hay que maximizar: $F(x,y)=5x+4y$

El mayor beneficio es de 230 €, y se obtiene elaborando 30 collares y 20 pulseras

90. Castilla y León. Septiembre 2017. Opción B 1B- Una empresa dispone de dos talleres para la reparación de motos y coches. El primero de los talleres dispone de 300 horas de trabajo como máximo y necesita 6 horas para reparar cada moto y 5 horas para cada coche. El segundo de los talleres dispone de 200 horas de trabajo como máximo y necesita 2 horas para reparar cada moto y 5 horas para cada coche. El beneficio neto que obtiene la empresa por cada moto reparada es de 1000 € mientras que el beneficio neto que obtiene por cada coche reparado es de 1500 €. Calcula, utilizando técnicas de programación lineal, cuántos coches y motos ha de reparar para obtener el máximo beneficio neto. ¿Cuál es ese beneficio neto máximo?

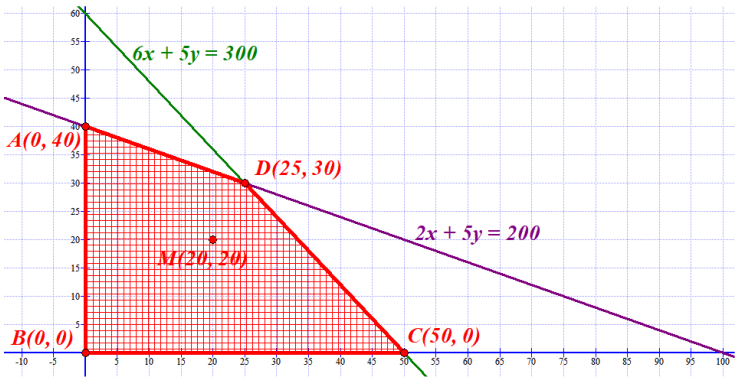
Solución:

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 6x+5y \le 300 \\ 2x+5y \le 200 \end{array}\right\}$$

La función Beneficio que deseamos maximizar es $B(x,y)=1000x+1500y$

El beneficio máximo que se obtiene es de 70000 € reparando 25 motos y 30 coches.



91. Castilla y León. Junio 2017. Opción B 1B- Queremos conseguir al menos 210 kg de hidratos de carbono y al menos 100 kg de proteínas adquiriendo dos alimentos A y B que sólo contienen estos dos nutrientes. Cada kg de A contiene 0.6 kg de hidratos de carbono y 0.4 kg de proteínas. Cada kg de B contiene 0.9 kg de hidratos de carbono y 0.1 kg de proteínas. Si los costes de A y B son 12 y 6 euros por kg, respectivamente, utiliza técnicas de programación lineal para calcular cuántos kg de cada alimento hay que adquirir para que el coste sea mínimo. ¿A cuánto asciende ese coste mínimo?

Solución:

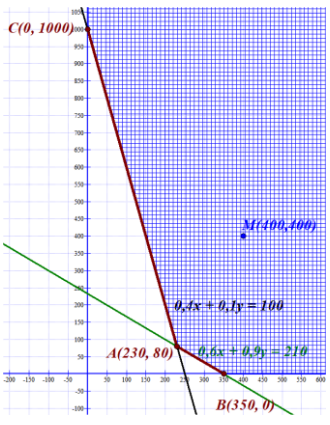
Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ 0,6x+0,9y \ge 210 \\ 0,4x+0,1y \ge 100 \end{array}\right\}$$

La función Coste que deseamos minimizar es:

$f(x,y)=12x+6y$

El coste mínimo se obtiene en el punto A(230, 80). Significa 230 kg del nutriente A y 80 kg del nutriente B con un coste de 3240 €.

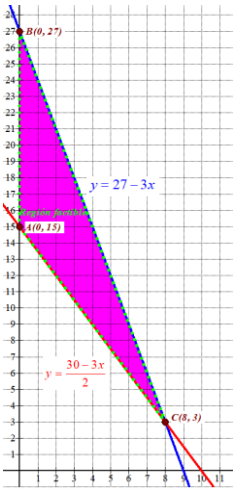


CATALUÑA

92. Cataluña. Extraordinaria 2022. 4.
La técnica de irradiación de los alimentos se utiliza para favorecer su conservación, pero unas dosis demasiado altas de irradiación pueden reducir su valor nutricional. Normalmente, para el procesamiento de alimentos se utilizan las radiaciones provenientes del cobalto y del cesio. Se quiere usar esta técnica para tratar alimentos que ya han empezado a deteriorarse.
Considere *x* e *y* las cantidades emitidas de rayos de cobalto y de cesio, respectivamente, medidas en grays. Se sabe que la cantidad de radiación absorbida en la parte dañada del alimento es de 6x + 4y grays, alrededor de la parte dañada es de *3x + y* grays y en las partes que están en buenas condiciones es de *4x + 5y* grays.
a) Calcule las cantidades de rayos de cobalto y de rayos de cesio que habrá que utilizar para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima, teniendo en cuenta que en la parte dañada esta cantidad tiene que ser como mínimo de 60 grays y en los alrededores no puede exceder de 27 grays. Para hacerlo, determine cuál es la función objetivo que debe minimizarse y las restricciones, y dibuje la región factible. [1,5 puntos]
b) Si se aplica un tratamiento consistente en 7 grays de rayos de cobalto y 5 grays de rayos de cesio, compruebe que se cumplen las dos restricciones (la que hace referencia a la parte dañada y la que hace referencia a sus alrededores). ¿Por qué es un tratamiento peor que la solución que ha encontrado en el apartado *a*? [1 punto]

Solución: a) Queremos minimizar la función $F(x,y)=4x+5y$.

$$\text{Las restricciones son } \left.\begin{array}{l} 3x+2y\geq 30 \\ 3x+y\leq 27 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}.$$



Para que la cantidad de radiación absorbida por las partes en buenas condiciones sea mínima deben radiarse 8 grays de rayos de cobalto y 3 grays de rayos de cesio

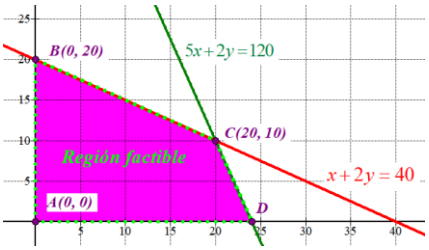
b) El punto $M(7,\ 5)$ *pertenece a la región factible.*

$F(7,5)=28+25=53>F(8,3)=47$

93. Cataluña. Ordinaria 2022. 3. Una empresa se propone hacer dos tipos de cestas de Navidad, A y B, para sus trabajadores y trabajadoras. Cada cesta de tipo A contendrá 1 jamón, 1 botella de cava y 5 barras de turrón. Por otro lado, cada cesta de tipo B contendrá 2 jamones, 3 botellas de cava y 2 barras de turrón. El jefe de almacén afirma que disponen de 40 jamones, 120 barras de turrón y muchas botellas de cava, y que, por lo tanto, seguro que cava no faltará. Se quieren hacer tantas cestas como sea posible.
a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. ¿Cuántas cestas de cada tipo tendrá que hacer la empresa? [1,75 puntos]
b) Una vez hecho el cálculo, la jefa de la empresa cambia de opinión y dice que es mejor hacer la misma cantidad de cestas de cada tipo. Con esta nueva condición, ¿cuántas cestas de cada tipo habrá que hacer? [0,75 puntos]

Solución: a) Queremos maximizar el número de cestas (función objetivo) → $f(x,y)=x+y$. *Las restricciones son:*

$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 40 \\ 5x+2y\le 120 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



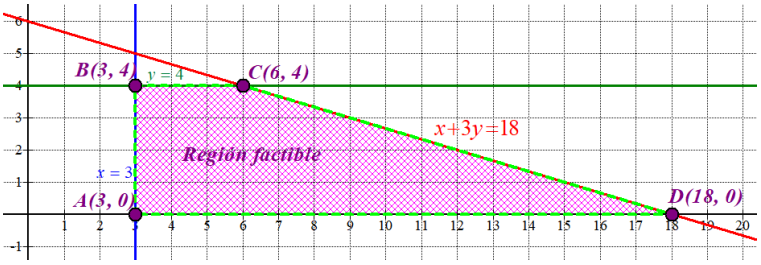
El número máximo de cestas que se pueden hacer ajustándose a las restricciones pedidas son 30 y se consiguen con 20 del tipo A y 10 del tipo B. b) Se deben hacer 13 cestas de cada tipo.

94. Cataluña. Extraordinaria 2021. 3. Un restaurante que acaba de abrir quiere poner anuncios en la radio y en la televisión locales durante una semana para darse a conocer y aumentar así el número de clientes. Tiene un presupuesto máximo de 18.000 euros. Cada anuncio en la radio cuesta 1.000 euros y el contrato prevé que como mínimo hay que hacer 3. Cada anuncio en la televisión cuesta 3.000 euros y, por disponibilidad de programación, pueden hacerse como máximo 4. Se estima que cada anuncio en la radio supone un incremento de 10 clientes para el restaurante y que cada anuncio en la televisión supone un incremento de 60 clientes.
a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. [1,25 puntos]
b) Calcule cuántos anuncios tendrá que poner en la radio y cuántos en la televisión para que el número de nuevos clientes sea máximo. ¿Cuántos clientes nuevos obtendrá? [1,25 puntos]

Solución: a) La función objetivo es el número de clientes que aumentan y lo deseamos maximizar $f(x,y)=10x+60y$.

Las restricciones son

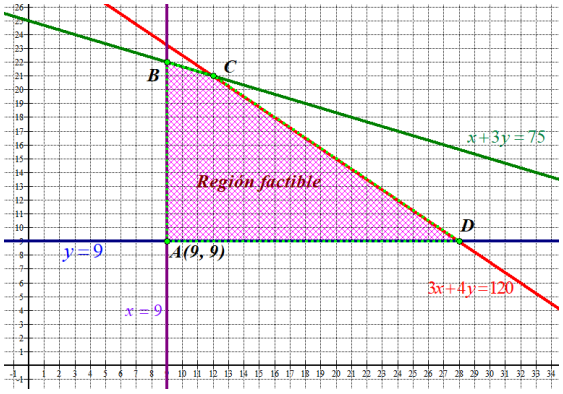
$$\left.\begin{array}{l} x+3y\le 18 \\ x\ge 3 \\ y\le 4 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



b) El número máximo de clientes nuevos es 300 y se consigue con 6 anuncios de radio y 4 de TV

95. Cataluña. Ordinaria 2021. 2. En una pastelería quieren preparar cajitas de *panellets* para obsequiar a los mejores clientes durante la semana de la Castañada. En total, disponen de 120 *panellets* de piñones y de 150 *panellets* de coco. Quieren preparar cajitas de dos tipos: las del primer tipo contendrán 3 *panellets* de piñones y 2 de coco, y las del segundo tipo contendrán 4 *panellets* de piñones y 6 de coco. La idea de la pastelería es preparar el máximo número de cajitas posible con los *panellets* de los que disponen teniendo en cuenta que, como mínimo, deben preparar 9 cajitas de cada tipo.
a) Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible. [1,25 puntos]
b) Determine cuántas cajitas hay que preparar de cada tipo para realizar el máximo número de obsequios posible. Indique si, en este caso, se utilizarán todos los *panellets* disponibles y, si no es así, cuántos sobrarán de cada tipo. [1,25 puntos]

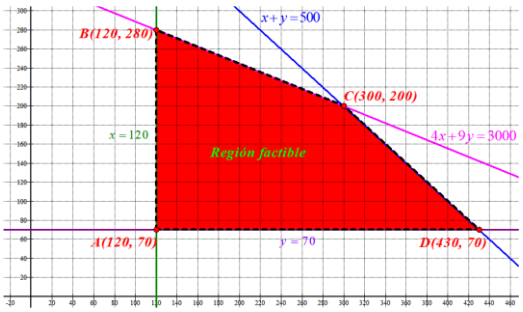
Solución: a) Llamamos "x" al número de cajitas de panellets del primer tipo e "y" al número de cajitas de panellets del segundo tipo. Queremos maximizar el número de cajitas (función objetivo) → $f(x,y)=x+y$. *Reunimos todas las restricciones en un sistema* $\left.\begin{array}{l} x\geq 9;\ y\geq 9 \\ 3x+4y\leq 120 \\ x+3y\leq 75 \end{array}\right\}$



b) El número máximo de cajitas que se pueden hacer ajustándose a las restricciones pedidas son 37 y se consiguen con 28 del tipo 1 y 9 del tipo 2.
Se disponen de 120 panellets de piñones y se utilizan todos.
Se disponen de 150 panellets de coco y utilizamos 110, nos sobran 40 panellets de coco.

96. Cataluña. Extraordinaria 2020. 3. Una coneguda marca fabrica dues versions d'una mateixa fragància: el perfum, que és més concentrat i que es ven en ampolles petites que costen 70 euros, i la colònia, que és més diluïda i que es ven en ampolles més grans a 82 euros. En la fabricació cal barrejar dos ingredients: l'ingredient A (que conté l'aroma concentrat) i l'ingredient B (que conté alcohol i altres substàncies). En aquests moments el fabricant disposa de 5.000 ml de l'ingredient A i de 30.000 ml de l'ingredient B. Per a fabricar una ampolla de perfum calen 10 ml de l'ingredient A i 40 ml de l'ingredient B, i per a fabricar-ne una de colònia calen 10 ml de l'ingredient A i 90 ml de l'ingredient B. Les comandes actuals obliguen a fabricar almenys 120 unitats de perfum i 70 unitats de colònia.
a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible. [1,25 punts]
b) Quantes unitats cal produir de cada versió per a obtenir, un cop venudes, uns ingressos màxims? Quins són aquests ingressos? [1,25 punts]

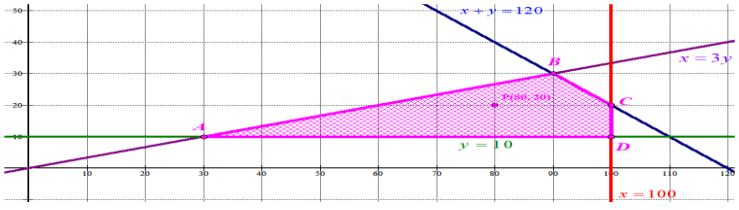
Solución:
a) Se desean maximizar los ingresos $I(x,y)=70x+82y$.
Las restricciones son:
$\left.\begin{array}{l} x+y\leq 500 \\ 4x+9y\leq 3000 \\ x\geq 120;\quad y\geq 70 \end{array}\right\}$



b) Los ingresos máximos son de 37400 € que se obtienen con la fabricación de 300 ampollas de perfume y 200 de colonia.

97. Cataluña. Ordinaria 2020. 4. Un fabricant de mobles de jardí fabrica cadires i taules de fusta d'exterior. Cada cadira li aporta un benefici de 20 € i cada taula un de 25 €. Sabem que cada mes pot produir com a màxim un total de 120 mobles entre els dos productes. També sabem que, com a màxim, pot fabricar 100 cadires i que ha de fabricar un mínim de 10 taules. D'altra banda, el nombre de cadires fabricades ha de ser igual o superior al triple de taules fabricades.
a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible. [1,25 punts]
b) Quina és la producció mensual que li aporta el màxim benefici un cop venuda? Quin és aquest benefici? [1,25 punts]

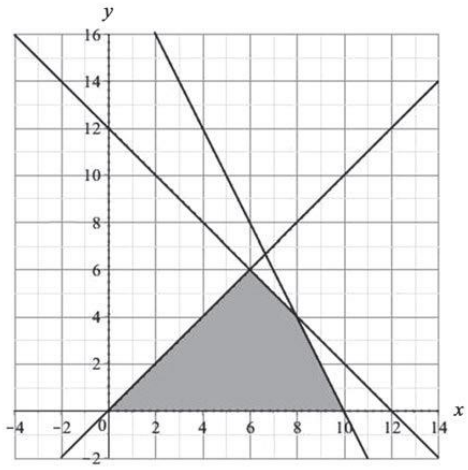
Solución:
La función objetivo es $B(x,y)=20x+25y$
Las restricciones son:
$\left.\begin{array}{l} x+y\leq 120 \\ x\leq 100 \\ y\geq 10 \\ x\geq 3y \end{array}\right\}$



El máximo beneficio es de 2550 € y se consigue en el punto B(90, 30) que significa una producción de 90 sillas y 30 mesas.

98. Cataluña. Septiembre 2019. 6. Un forn artesà fa dos tipus de panets, els integrals i els de cereals. En l'elaboració, a més a més de la farina corresponent, es fa servir llevat de massa mare i aigua. La quantitat de llevat de massa mare i d'aigua que s'utilitza en l'elaboració de cada panet depèn de si es tracta d'un panet integral o de cereals.

Volem saber quants panets de cada tipus es poden fer. Després de comprovar la quantitat de massa mare i d'aigua de què es disposa, i tenint en compte que la quantitat de panets de cereals no pot superar la de panets integrals, s'obté la regió següent amb totes les possibilitats.



En el gràfic, l'eix de les *x* representa el nombre de panets integrals, i el de les *y*, el nombre de panets de cereals.

a) Escriviu les inequacions que donen lloc a aquesta regió factible. [1 punt]

b) Si els panets integrals es venen a 8 € cada unitat i els de cereals a 10 €, quants panets de cada tipus cal vendre per a obtenir els màxims ingressos? Quins són aquests màxims ingressos? [1 punt]

Solución: a) $\left.\begin{array}{l} y \le -2x+20 \\ y \le -x+12 \\ y \le x \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{array}\right\}$ *b) La función objetivo es* $R(x,y)=8x+10y$ *. La recaudación máxima es de 108 € y se obtiene con 6 panes integrales y 6 de cereales.*

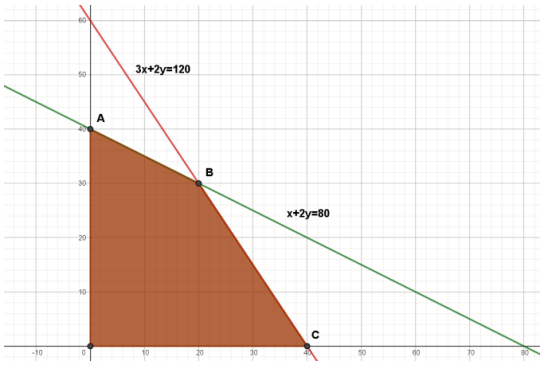
99. Cataluña. Junio 2019. 5. En una fàbrica es disposa de 80 kg d'acer i 120 kg d'alumini per a fabricar bicicletes de muntanya i de passeig, que es vendran a 200 € i 150 €, respectivament. Per a fabricar una bicicleta de muntanya són necessaris 1 kg d'acer i 3 kg d'alumini, i per a fabricar-ne una de passeig, 2 kg de cada un dels dos metalls.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible. [1,25 punts]

b) Calculeu quantes bicicletes de cada tipus s'han de fabricar per a obtenir el màxim benefici i digueu quin és aquest benefici. [0,75 punts]

Solución: a) Llamamos "x" al número de bicicletas de montaña e "y" al número de bicicletas de paseo. La función objetivo son los beneficios y viene dada por la expresión $B(x,y)=200x+150y$ *.*

Las restricciones son $\left\{\begin{array}{l} x+2y \le 80 \\ 3x+2y \le 120 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{array}\right.$



b) El máximo beneficio es de 8500 € y se obtiene fabricando 20 bicicletas de montaña y 30 de paseo.

100.Cataluña. Septiembre 2018. 2. En acabar un curs de pintura, els alumnes reben com a obsequi un estoig amb retoladors i colors. Es regalen dos tipus d'estoigs: els vermells, que contenen 1 retolador i 2 colors i costen 9 €, i els verds, que porten 3 retoladors i 1 color i costen 15 €. L'escola disposa de 200 retoladors i 100 colors per a omplir els estoigs. Necessita preparar almenys 40 estoigs i que el nombre d'estoigs vermells no superi el nombre d'estoigs verds. Amb aquestes dades, l'escola vol calcular el preu que haurà de pagar per aquests obsequis.

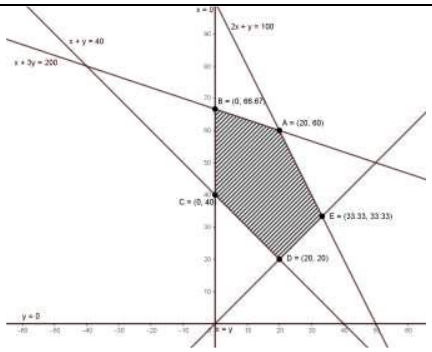
a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de l'escola. [1,25 punts]

b) Calculeu quants estoigs de cada tipus cal preparar perquè la despesa sigui mínima i digueu quina és aquesta despesa mínima. [0,75 punts]

Solución: a) La función objetivo es $D(x,y)=9x+15y$. *Las restricciones son*

$$\begin{cases} x+y\geq 40 \\ x\leq y \\ x+3y\leq 200 \\ 2x+y\leq 100 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{cases}$$

b) El gasto mínimo es de 480 € y corresponde a 20 estuches rojos y 20 verdes.



101.Cataluña. Junio 2018. 4. Una empresa de materials per a cotxes fabrica dos models d'una peça determinada, que anomenarem A i B. Cada model es fabrica en una hora, mitjançant un procés que consta de dues fases. En la primera fase del procés s'hi destinen 5 treballadors, i en la segona, 12. Per a fabricar cada model, en la primera fase es necessita 1 treballador per a cada peça. En canvi, en la segona fase es necessiten 2 treballadors per al model A i 3 treballadors per al model B. El benefici que s'obté és de 40 € pel model A i 50 € pel model B.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible. [1,25 punts]

b) Quantes peces de cada model per hora s'hauran de fabricar per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim? [0,75 punts]

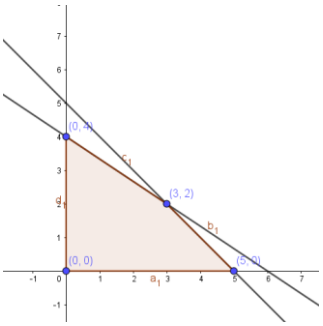
Solución: a) Llamamos "x" al número de piezas del modelo A e "y" al número de piezas del modelo B.

Las restricciones son

$$\begin{cases} x+y\leq 5 \\ 2x+3y\leq 12 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{cases}$$

Los beneficios vienen dados por la expresión $B(x,y)=40x+50y$

b) El beneficio máximo es de 220 € y se obtiene fabricando 3 piezas del modelo A y 2 del modelo B.



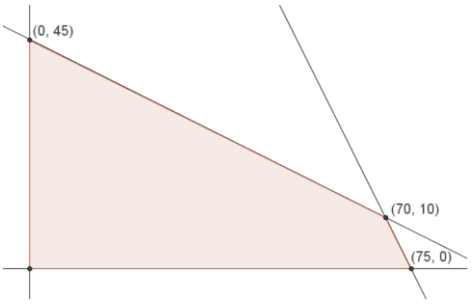
102.Cataluña. Septiembre 2017. 1. Una empresa fabrica dos tipus de gelats, G1 i G2. En el procés d'elaboració utilitza dos tipus d'ingredients, A i B. Disposa de 90 kg de l'ingredient A i de 150 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsa de gelats del tipus G1, empra 1 kg de l'ingredient A i 2 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsa de gelats del tipus G2, empra 2 kg de l'ingredient A i 1 kg de l'ingredient B. Si la capsa de gelats del tipus G1 es ven a 10 euros i la del tipus G2 es ven a 15 euros, quantes capses de gelats de cada tipus cal fabricar per a maximitzar els ingressos? [2 punts]

Solución: Llamamos "x" a la cantidad de cajas de helado del tipo G1 e "y" a la cantidad de cajas del tipo G2.

$$\begin{cases} x+2y \le 90 \\ 2x+y \le 150 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$$

Los ingresos vienen dados por $f(x,y)=10x+15y$.

El ingreso máximo es de 850 € y se obtiene fabricando 70 cajas de G1 y 10 de G2.



103.Cataluña. Junio 2017. 5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:

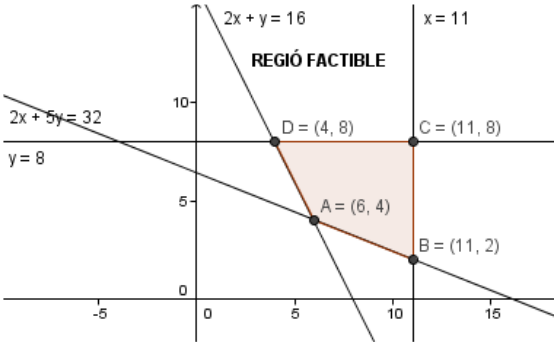
a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia. [1 punt]

b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim. [1 punt]

Solución: a) Llamamos "x" al número de aviones de tipo A e "y" al número de aviones del tipo B. La función objetivo es el coste que viene dado por la expresión $C(x,y)=4000x+1000y$.

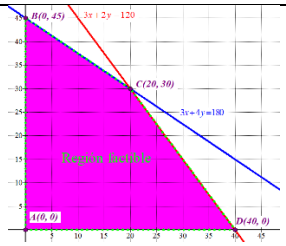
Las restricciones son $\begin{cases} 2x+y \ge 16 \\ 2x+5y \ge 32 \\ x \le 11 \\ y \le 8 \end{cases}$

b) El coste mínimo es de 24000 € y se obtiene contratando 4 aviones del tipo A y 8 del tipo B.



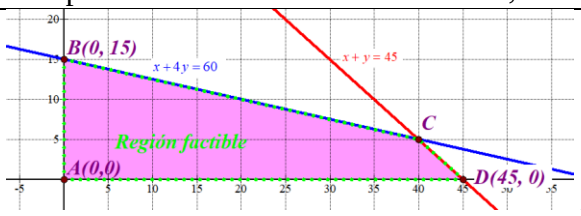
EXTREMADURA

104. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2022. PROBLEMA 4 (2 puntos)
En una pastelería se elaboran pasteles de tipo A y B. Cada pastel de tipo A necesita 6 gramos de azúcar y 3 gramos de levadura, con un beneficio de 4,5 euros. Cada pastel de tipo B se elabora con 4 gramos de azúcar y 4 de levadura, con un beneficio de 5,5 euros. Sabiendo que solo dispone de 240 gramos de azúcar y 180 gramos de levadura, calcular, justificando la respuesta, el número de pasteles de cada tipo que debe fabricar para obtener unos beneficios máximos, así como el valor de dichos beneficios máximos.



Solución: *El beneficio máximo se obtiene vendiendo 20 pasteles del tipo A y 30 del tipo B. Siendo 255 € los beneficios máximos que se obtienen con esta venta.*

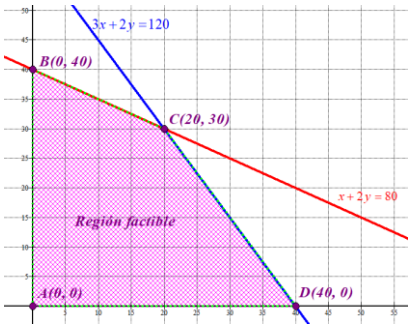
105. Extremadura. EBAU Ordinaria 2022. PROBLEMA 4 (2 puntos)
En un taller de decoración se venden espejos y cuadros con un beneficio de 120 euros por cada espejo y 180 euros por cada cuadro. Dispone para la venta de 45 artículos en total entre ambos productos que, previamente, ha fabricado necesitando 1 hora para la fabricación de cada espejo y 4 horas para elaborar cada cuadro, con una disponibilidad de, como mucho, 60 horas. Calcula el número de espejos y cuadros que debe vender para hacer máximos los beneficios, así como el valor de dichos beneficios máximos.



Solución: *El beneficio máximo es de 5700 € y se obtiene vendiendo 40 espejos y 5 cuadros.*

106. Extremadura. Extraordinaria 2021. PROBLEMA 4 (2 puntos)
Un taller de confección fabrica abrigos y cazadoras. Para ello dispone semanalmente de 80 m^2 de tela de forro y 120 m^2 de tela de paño. Un abrigo requiere 1 m^2 de tela de forro y 3 m^2 de tela de paño y una cazadora requiere 2 m^2 de cada una de las telas. Si en cada abrigo gana 80 € y en cada cazadora 70 €, calcular, justificando las respuestas:
a) El número de abrigos y de cazadoras que debe confeccionar semanalmente para hacer máximos los beneficios. **(1,5 puntos)**
b) El valor de dichos beneficios máximos. **(0,5 puntos)**

Solución: Llamamos "x" al número de abrigos a confeccionar semanalmente e "y" al número de cazadoras. Queremos maximizar las ganancias que vienen dadas por la expresión $G(x,y)=80x+70y$. *Las restricciones son* $\left.\begin{array}{l} x+2y\le 80 \\ 3x+2y\le 120 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$



Las ganancias son máximas confeccionando 20 abrigos y 30 cazadoras.

b) Los beneficios máximos son de 3700 €

107. Extremadura. Ordinaria 2021. PROBLEMA 4 (2 puntos)

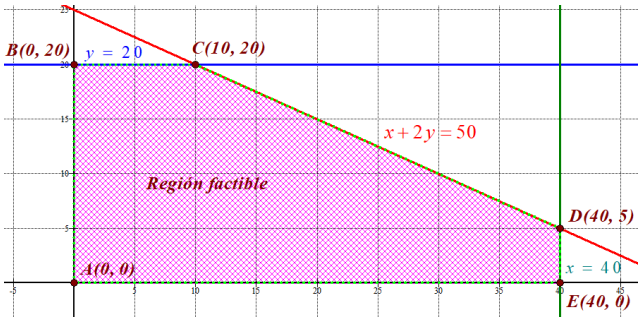
Un taller tapiza butacas y sillones. Para tapizar una butaca se necesitan 2 m^2 de tela con un beneficio de 40 €, mientras que para tapizar un sillón se necesitan 4 m^2 de tela con un beneficio de 100 €. El taller dispone diariamente de un máximo de 100 m^2 de tela y no puede tapizar más de 40 butacas ni más de 20 sillones.

Calcular, justificando la respuesta:

a) El número de butacas y de sillones que deben tapizar diariamente para obtener unos beneficios máximos. **(1,5 puntos)**

b) El valor de dichos beneficios máximos. **(0,5 puntos)**

Solución: Llamamos x = número de butacas a tapizar diariamente, y = número de sillones a tapizar diariamente. Se desea maximizar los beneficios, siendo estos $B(x,y)=40x+100y$. *Las restricciones son* $\left.\begin{array}{l} x+2y\le 50 \\ x\le 40;\ \ y\le 20 \\ x\ge 0;\ \ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$



Se deben tapizar 10 butacas y 20 sillones para conseguir el máximo beneficio de 2400 €

108. Extremadura. Extraordinaria 2020. PROBLEMA 1 (2 puntos)

Una tienda de productos agrícolas dispone de 300 kg de abono de nitrógeno y de 80 kg de abono de potasio para la fabricación de dos compuesto A y B. Cada envase del compuesto A contiene 3 kg de abono de nitrógeno y 1 kg de abono de potasio y cada envase del compuesto B contiene 6 kg de abono de nitrógeno y 1 kg de abono de potasio. Si el beneficio producido por cada envase del compuesto A es de 100 euros y el del envase del compuesto B de 120 euros, ¿cuántos envases de cada tipo debe fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo? Justificar las respuestas.

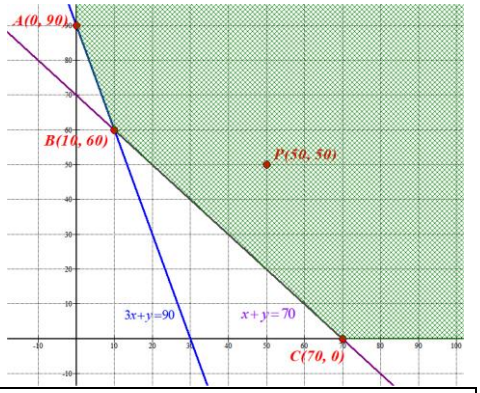
Solución: Se obtiene un beneficio máximo de 8400 € fabricando 60 envases del tipo A y 20 del tipo B.

109. Extremadura. Ordinaria 2020. PROBLEMA 1 (2 puntos)

Una factoría de automóviles tiene pedidos de 180 turismos y 140 furgonetas para la próxima temporada. Dispone para ello de dos fábricas A y B. La fábrica A produce diariamente 6 turismos y 2 furgonetas con un coste diario de 30000 euros y la fábrica B 2 turismos y 2 furgonetas con un coste de 20000 euros cada día. ¿Cuántos días debe abrir cada fábrica para producir el pedido de la temporada con el mínimo coste? ¿Cuál es el valor de dicho coste mínimo? Justificar las respuestas.

Solución:

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 3x+y\geq 90 \\ x+y\geq 70 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$



La función objetivo es el coste que viene dado por la expresión: $C(x,y)=30000x+20000y$.

El coste mínimo se localiza en el vértice B(10, 60) lo que significa 10 días de trabajo en la fábrica A y 60 en la fábrica B.

110.Extremadura. Ordinaria 2020. PROBLEMA 2 (2 puntos)

Un apicultor hurdano tiene 900 botes de miel y 500 botes de polen con los que elabora dos lotes A y B que pone a la venta. Cada lote A contiene 2 botes de miel y 2 botes de polen con un beneficio de 15 euros y cada lote B 3 botes de miel y 1 bote de polen con un beneficio de 12 euros. ¿Cuántos lotes de cada tipo debe organizar para que el beneficio sea máximo? Halla el valor de dicho beneficio máximo. Justificar las respuestas.

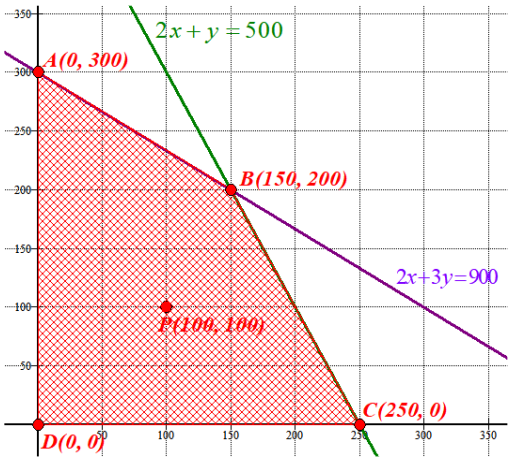
Solución:

Las restricciones quedarían:

$\left.\begin{array}{l} 2x+3y\leq 900 \\ 2x+y\leq 500 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$

La función objetivo es el beneficio, que deseamos maximizar: $B(x,y)=15x+12y$

El beneficio máximo con las restricciones del ejercicio se obtiene en el vértice B(150, 200).
Esto significa la realización de 150 lotes A y 200 lotes B. Con un beneficio máximo de 4650 €.



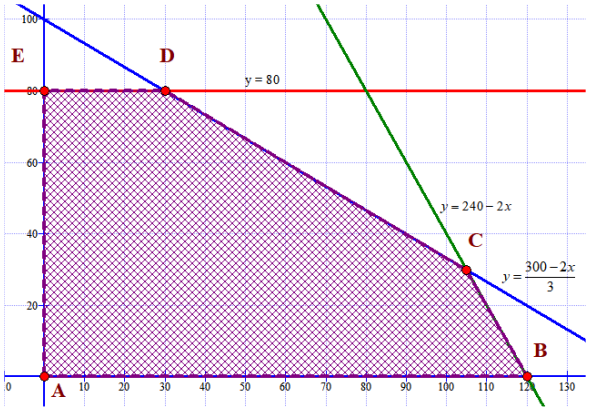
111.Extremadura. Julio 2019. OPCIÓN A PROBLEMA 1

Un taller industrial fabrica dos clases de motores A y B. Cada motor de clase A requiere 2 horas de montaje y 1 hora de reglaje, con un beneficio de 220 euros y cada motor de clase B, 3 horas de montaje y 1/2 hora de reglaje con un beneficio de 280 euros.
Si solo se dispone cada día de 300 horas para el montaje de motores y de 120 horas para su reglaje y el número de motores de la clase B no puede ser superior a 80, se pide, justificando las respuestas:
(a) ¿Cuántos motores de cada dase se deben fabricar para obtener el máximo beneficio? **(3 puntos)**
(b) ¿Cuál es el valor de dicho beneficio máximo? **(0.5 puntos)**

Solución: Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x\geq 0; y\geq 0 \\ y\leq 80 \\ 2x+3y\leq 300 \\ x+\dfrac{1}{2}y\leq 120 \end{array}\right\}$

Deseamos maximizar los beneficios que vienen dados por $B(x,y)=220x+280y$

a) El valor máximo se alcanza en C(105, 30). El máximo beneficio se obtiene con la fabricación de 105 motores del tipo A y 30 motores del tipo B.
b) 31500 €



112.Extremadura. Junio 2019. OPCIÓN A PROBLEMA 1

Una tienda de electrodomésticos desea adquirir, para su venta posterior, dos tipos de cocinas: vitrocerámicas y de inducción, disponiendo para ello de 3000 euros. Cada cocina vitrocerámica le cuesta 100 euros y cada cocina de inducción 200 euros. El almacén solo tiene espacio para un total de 20 cocinas. El beneficio obtenido por cada vitrocerámica es del 30 % de su precio de coste y el beneficio de cada cocina de inducción es del 25 % también sobre su precio de coste. Además, por razones de mercado el número de cocinas de inducción no puede ser superior a 12. Se pide determinar, justificando las respuestas:

(a) ¿Cuántas cocinas de cada tipo debe comprar para obtener el máximo beneficio? **(3 puntos)**

(b) ¿Cuál es el valor de dicho beneficio máximo? **(0.5 puntos)**

Solución:

Restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ x + y \leq 20 \\ y \leq 12 \\ 100x + 200y \leq 3000 \Rightarrow x + 2y \leq 30 \end{array}\right\}$$

La función a maximizar es el beneficio →

$B(x, y) = 30x + 50y$

a) El máximo beneficio se produce con 10 cocinas vitrocerámicas y 10 de inducción.

b) Siendo el beneficio máximo de 800 €.

113.Extremadura. Julio 2018. OPCIÓN A PROBLEMA 1

Con el fin de incentivar sus ventas, un vivero de árboles frutales ofrece dos tipos de lotes: el lote A formado por 1 limonero, 1 naranjo y 1 manzano y el lote B por 2 limoneros y 1 manzano. Cada lote A lo produce un beneficio de 30 euros y cada lote B un beneficio de 40 euros. Sabiendo que dispone como máximo de 1600 limoneros, 800 naranjos y 1000 manzanos, se pide:

(a) ¿Cuántos lotes de cada tipo han de ofrecer para hacer máximos los beneficios? **(3 puntos)**

(b) ¿Cuáles serán dichos beneficios máximos? **(0,5 puntos)**

Solución:

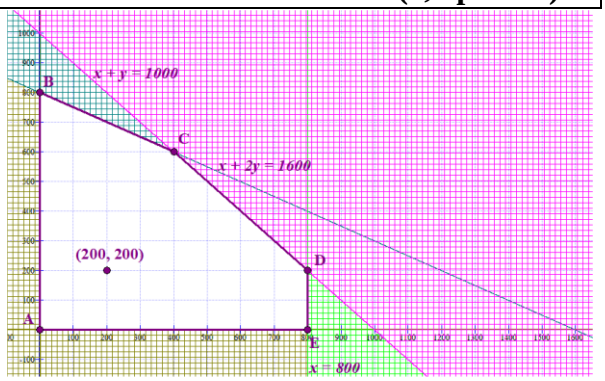
La función objetivo es $B(x, y) = 30x + 40y$

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 1600 \\ x \leq 800 \\ x + y \leq 1000 \end{array}\right\}$$

(a) El máximo beneficio se obtiene con 400 lotes A y 600 lotes B.

(b) Es de 36000 €



114.Extremadura. Junio 2018. OPCIÓN A PROBLEMA 1

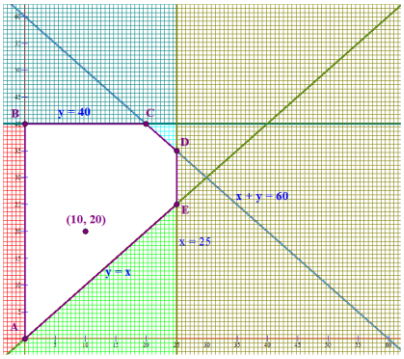
Una empresa vinícola produce dos tipos de vino, blanco y tinto. Por razones de comercialización, el número de botellas de vino blanco debe ser inferior al número de botellas de vino tinto y el máximo de botellas totales producidas no puede ser superior a 60000. Además, a causa de la mala cosecha de uva no pueden producirse más de 40000 botellas de vino tinto ni más de 25000 de vino blanco. Sabiendo que el beneficio obtenido por cada botella de vino tinto es de 2.50 euros y de 3 euros por cada botella de vino blanco y que se vende toda la producción, se pide:

(a) ¿Cuántas botellas de cada tipo han de producirse para hacer máximos los beneficios? **(3 puntos)**

(b) ¿Cuáles serán dichos beneficios máximos? **(0.5 puntos)**

Solución: La función objetivo es el beneficio: $B(x,y)=3x+2,5y$

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x\geq 0; y\geq 0 \\ x<y \\ x+y\leq 60 \\ y\leq 40 \\ x\leq 25 \end{array}\right\}$



(a) El máximo beneficio se obtiene con la venta de 25000 botellas de vino blanco y 35000 de vino tinto.
(b) El beneficio máximo es de 162500 €.

115.Extremadura. Julio 2017. OPCIÓN A PROBLEMA 1

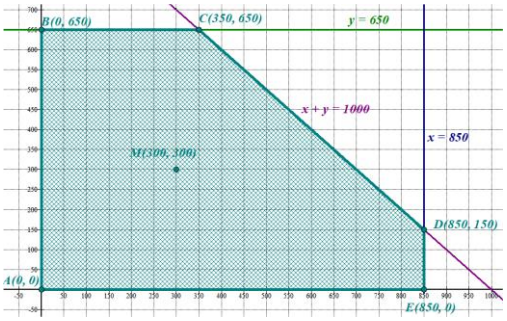
Un taller de confección textil produce dos categorías de trajes: de señora y de caballero. Dispone de material para fabricar diariamente 850 trajes de señora y 650 de trajes de caballero. Si tiene que fabricar diariamente como máximo 1000 unidades totales y el beneficio obtenido por cada traje de señora es de 150 euros y de 200 euros por traje el caballero, se pide:

(a) ¿Cuántos trajes de cada tipo han de fabricarse diariamente para hacer máximo el beneficio? **(3 puntos)**

(b) El valor de dicho beneficio máximo. **(0.5 puntos)**

Solución: Deseamos maximizar el beneficio:
$B(x,y)=150x+200y$.

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x\leq 850 \\ y\leq 650 \\ x+y\leq 1000 \end{array}\right\}$



(a) El máximo beneficio se obtiene fabricando 350 trajes de señora y 650 de caballero. (b) 182500 € es el máximo beneficio.

116.Extremadura. Junio 2017. OPCIÓN A PROBLEMA 1

Una industria de productos lácteos produce crema de queso de oveja en envases de dos tamaños: pequeño de 100 gramos con un beneficio por envase de 0.50 euros y grande de 300 gramos con un beneficio por envase de 1.40 euros. Cada día dispone de 2400 kilogramos de crema de queso para envasar. Por razones de mercado el número de envases de 100 gramos producidos diariamente no puede ser mayor de 15000 y debe ser igual o superior al de envases de 300 gramos. Se pide, justificando las respuestas:

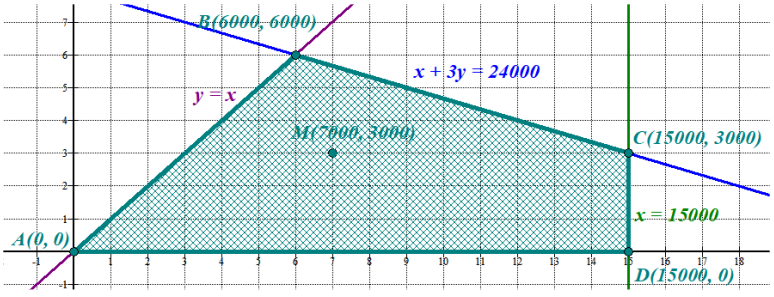
(a) ¿Cuántos envases de cada tipo han de producirse diariamente para hacer máximos los beneficios? **(3 puntos)**

(b) ¿Cuáles serán dichos beneficios máximos? **(0.5 puntos)**

Solución: Las restricciones serían:

$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ 0,1x+0,3y\leq 2400 \\ x\leq 15000 \\ x\geq y \end{array}\right\}$

Y deseamos maximizar el beneficio:
$B(x,y)=0,5x+1,4y$



El beneficio máximo es de 11700 € y se obtiene con 15000 envases pequeños y 3000 grandes.

GALICIA

117. Galicia. ABAU Extraordinaria 2022. EJERCICIO 2. Álgebra. En una fábrica se ensamblan dos tipos de motores: para motos y para coches. Para ensamblar un motor de moto se emplean 60 minutos de trabajo manual y 20 minutos de trabajo de máquina. Para ensamblar un motor de coche se emplean 45 minutos de trabajo manual y 40 minutos de trabajo de máquina. En un mes, la fábrica dispone de 120 horas de trabajo manual y 90 horas de trabajo de máquina. Sabiendo que el beneficio obtenido de cada motor de moto es de 1500 € y el de cada motor de coche de 2000 €

a) Plantee el problema que permite determinar cuántos motores de cada tipo hay que ensamblar mensualmente para maximizar los beneficios globales.

b) Represente gráficamente la región la región factible y calcule sus vértices.

c) Halle las cantidades mensuales que se deben ensamblar de motores de cada tipo para maximizar beneficios y determine cuál es el beneficio máximo.

Solución: a) La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como:

$B(x,y)=1500x+2000y$. *Las restricciones son:* $\left.\begin{array}{r} 4x+3y\le 480 \\ x+2y\le 270 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$.

b) Los vértices son A(0, 0); B(0, 135); C(30, 120) y D(120, 0).

c) El máximo beneficio es de 285.000 € y se produce ensamblando mensualmente 30 motores de moto y 120 de coche.

118. Galicia. ABAU Ordinaria 2022. EJERCICIO 2. Álgebra. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla en dos calidades distintas: calidad A, carcasa de plástico y calidad A^+ carcasa de aluminio. El coste unitario de producción es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad A^+. Los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase A^+. Si para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30.000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio

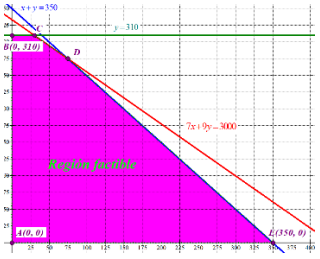
a) Plantee el problema que determina el número de teléfonos móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.

b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.

c) Determine una solución óptima y halle el valor óptimo de la función objetivo.

Solución: a) La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que vienen expresados como

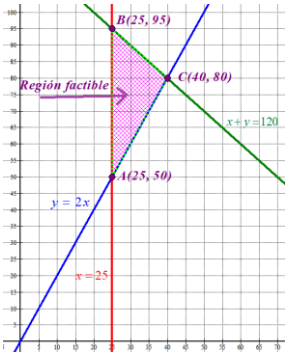
$B(x,y)=30x+60y$. *Las restricciones son* $\left.\begin{array}{r} 7x+9y\le 3000 \\ x+y\le 350 \\ y\le 310 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$



b) Los vértices son A(0, 0); B(0, 310); C(30, 310), D(75, 275) y E(350, 0).
c) El máximo beneficio es de 19500 € y se produce comprando 30 móviles calidad A y 310 calidad A⁺.

119.Galicia. ABAU Extraordinaria 2021. EJERCICIO 2. Álgebra. Un distribuidor de software informático, tiene entre sus clientes a empresas y a particulares. Al finalizar el año debe conseguir al menos 25 empresas como clientes en su cartera, y el número de clientes particulares que consiga deberá ser como mínimo el doble que el de empresas. Además, tiene estipulado un límite global de 120 clientes anuales. Finalmente, cada empresa produce 386 euros de ingresos anuales, mientras que cada particular 229 euros.
a) Plantee el problema para maximizar los ingresos.
b) Represente gráficamente el conjunto de soluciones.
c) ¿Cuál de esas soluciones le proporcionaría los mayores ingresos al finalizar el año? ¿A cuánto ascenderían dichos ingresos?

Solución: a) Llamamos "x" al número de empresas como clientes e "y" al número de clientes particulares. Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \geq 25 \\ y \geq 2x \\ x+y \leq 120 \end{array}\right\}$. *Deseamos maximizar los ingresos que vienen dados en función del número de clientes con la expresión* $I(x,y) = 386x + 229y$



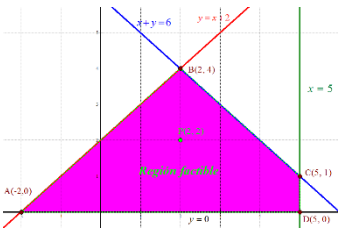
c) Los máximos ingresos que se pueden obtener son 33760 € que se consiguen con 40 empresas y 80 clientes particulares.

120.Galicia. Ordinaria 2021. EJERCICIO 2. Álgebra. Consideramos el siguiente sistema de inecuaciones:

$$y \leq x+2 \qquad x+y \leq 6 \qquad x \leq 5 \qquad y \geq 0$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
b) Determine el punto o puntos de esa región en donde la función $f(x,y) = x - y$ alcanza sus valores máximo y mínimo.
c) Determine esos valores máximo y mínimo.

Solución:
b) El valor máximo es 5 y se alcanza en el punto D(5, 0)
El mínimo es –2 y se alcanza en toda el segmento AB, en los puntos A(–2,0), (–1, 1), (0,2),…, B(2,4).
c) El valor máximo es 5 y el mínimo es –2

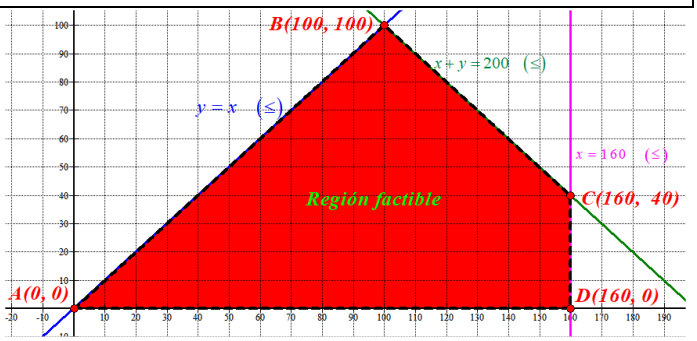


121.Galicia. Extraordinaria 2020. PREGUNTA 2. Álgebra. El Comité Organizador de un Congreso cuenta con dos tipos de habitaciones, A y B, para ofrecer como alojamiento a sus participantes. Para realizar la contratación, han decidido que el número de habitaciones de tipo B no debe ser mayor que el número de habitaciones de tipo A, y que el número de habitaciones de tipo A no debe ser mayor que 160. Además, se sabe que en total serán necesarias como máximo 200 habitaciones.
a) Plantee el sistema de inecuaciones asociado a este problema.
b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.

c) Si los costes son de 80 € por cada habitación de tipo A y de 50 € por cada habitación de tipo B, ¿cuál es el coste máximo de alojamiento que afrontaría el Comité Organizador? ¿Cuántas habitaciones de cada tipo habría que contratar para que se diese esa situación?

Solución:

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} y \le x \\ x \le 160 \\ x + y \le 200 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{array}\right\}$

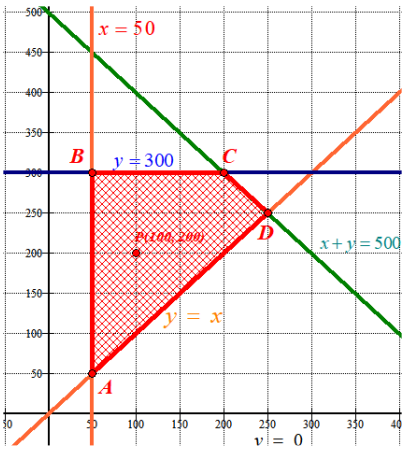


Sus vértices tienen coordenadas: A(0,0), B(100, 100), C(160, 40) y D(160, 0).
El coste del alojamiento es la función $C(x, y) = 80x + 50y$. *El coste máximo es de 14800 € contratando 160 habitaciones de tipo A y 40 de tipo B.*

122.Galicia. Ordinaria 2020. PREGUNTA 2. Álgebra. Un fabricante de sistemas de iluminación quiere producir focos de tecnología led en dos modelos distintos: A y B. Para diseñar la estrategia de producción diaria tendrá en cuenta que se producirán al menos 50 focos del modelo A, que el número de focos del modelo B no superará las 300 unidades y que se producirán al menos tantos focos del modelo B como del modelo A. Además, la producción total no superará las 500 unidades diarias.
a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema.
b) Represente la región factible y calcule sus vértices.
c) Si el beneficio obtenido por cada foco del modelo A es de 60 euros y por cada foco del modelo B es de 40 euros, ¿cuántos focos de cada modelo debe producir diariamente para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende el beneficio máximo?

Solución:

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \ge 50 \\ y \le 300 \\ y \ge x \\ x + y \le 500 \\ y \ge 0 \end{array}\right\}$

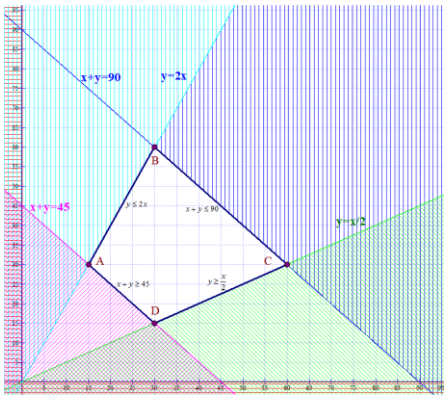


Sus vértices tienen coordenadas: A(50,50), B(50, 300), C(200, 300) y D(250, 250).
La función beneficio es $B(x, y) = 60x + 40y$.
El máximo beneficio es de 25000 € y se obtiene produciendo 250 focos tipo A y otros 250 del tipo B.

123.Galicia. Julio 2019. OPCIÓN B 1. Una bodega produce vinos blancos y tintos. La producción de ambos tipos de vino no debe superar los 90 millones de litros y la producción de vino blanco no debe superar el doble de la de vino tinto ni ser inferior a su mitad. También se sabe que para atender la demanda se deben producir al menos 45 millones de litros. La bodega comercializa el vino blanco a 8 € el litro y el tinto a 6 € el litro.
a) Plantea y representa gráficamente el problema.
b) ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos y como se consiguen?

Solución: Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0;\ y \geq 0 \\ x + y \leq 90 \\ x \leq 2y \\ 2x \geq y \\ x + y \geq 45 \end{array}\right\}$$



La función Ingresos es $I(x, y) = 8x + 6y$ *, expresado en millones de euros.*

El ingreso máximo se obtiene con 60 millones de litros de vino blanco y 30 de vino tinto. El ingreso máximo es 660 millones de euros.

124.Galicia. Junio 2019. OPCIÓN B 1. Una tienda deportiva desea liquidar 2 000 camisetas y 1 000 chándales de la temporada anterior. Para ello lanza dos ofertas, 1 y 2. La oferta 1 consiste en un lote de una camiseta y un chándal, que se vende a 30 €; la oferta 2 consiste en un lote de tres camisetas y un chándal, que se vende a 50 €. No se desea ofrecer menos de 200 lotes de la oferta 1 ni menos de 100 de la oferta 2.

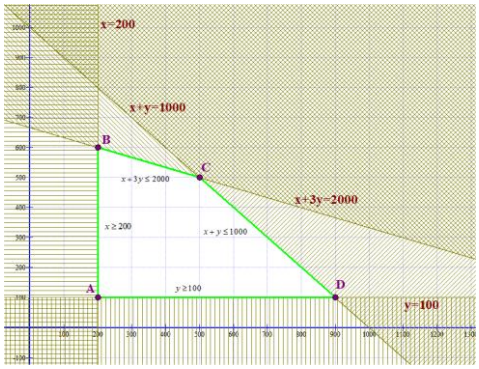
a) Plantea el problema que permite determinar cuántos lotes de cada tipo debe vender para maximizar los ingresos.

b) Representa la región factible.

c) ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar los ingresos? ¿A cuánto ascienden dichos ingresos?

Solución: Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x + 3y \leq 2000 \\ x + y \leq 1000 \\ x \geq 200 \\ y \geq 100 \end{array}\right\}$$



El valor máximo se alcanza en el punto D(500, 500).

Para maximizar los ingresos se deberían vender 500 lotes de la oferta 1 y otros 500 de la oferta 2. Con esas ventas los ingresos ascenderían a 40 000 €.

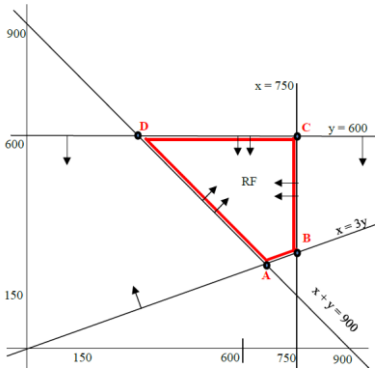
125.Galicia. Septiembre 2018. OPCIÓN B 1. Un centro comercial ten en existencias 750 reprodutores de DVD no almacén A e outros 600 no almacén B. Se se quere ter polo menos 900 reprodutores en tenda e que os do almacén A non excedan o triplo dos de B:

a) Formula o problema e representa graficamente o conxunto de solucións. Poderíanse enviar 400 unidades desde cada almacén? **b)** Se os custos unitarios de envío son 0,30 euros por unidade para o almacén A e 0,25 euros por unidade para o almacén B, cantas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar o custo de transporte? A canto ascendería o devandito custo?

Solución: a) Llamamos "x" al nº de reproductores de A, "y" al nº de reproductores de B. Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} x \leq 750 \\ y \leq 600 \\ x + y \geq 900 \\ x \leq 3y \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

No se pueden enviar 400 unidades desde cada almacén, pues (400, 400) no pertenece a la región factible.



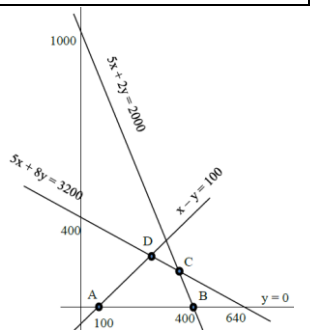
b) La función a minimizar son los costes $C(x, y) = 0.3x + 0.25y$

Es coste mínimo es de 240 € y para ello deben enviarse 300 unidades desde A y 600 desde B.

126.Galicia. Junio 2018. OPCIÓN B 1. Unha pastelería fai con fariña e nata dous tipos de biscoitos: suave e duro. Dispón de 160 quilogramos de fariña e 100 quilogramos de nata. Para fabricar un biscoito suave necesita 250 gramos de fariña e 250 gramos de nata e para fabricar un biscoito duro necesita 400 gramos de fariña e 100 gramos de nata. Ademais o número de biscoitos suaves fabricados debe exceder ao menos en 100 unidades o número de biscoitos duros. Se os biscoitos suaves se venden a 6 € e os biscoitos duros a 4,5€,
a) Formula un problema que controle a fabricación de biscoitos maximizando as vendas. **b)** Representa a rexión factible. **c)** Que cantidade se debe fabricar de cada tipo para maximizar ditas vendas? A canto ascenden?

Solución: Llamamos "x" al nº de bizcochos suaves e "y" al nº de bizcochos duros. La función objetivo es maximizar los beneficios por las ventas $f(x,y)=6x+4.5y$.

Las restricciones son $\begin{cases} 5x+8y\le 3200 \\ 5x+2y\le 2000 \\ x-y\ge 100 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{cases}$



Para maximizar las ventas debe fabricar 320 bizcochos suaves y 200 duros para obtener unas ventas de 2820 €.

127.Galicia. Septiembre 2017. OPCIÓN B 1. Unha fábrica de materiais plásticos produce dous tipos de colectores *A* e *B*. A súa produción semanal debe de ser de polo menos 10 colectores en total e o número de colectores de tipo *B* non pode superar en máis de 10 ao número dos de tipo *A*. Ademais, cada colector de tipo *A* ten uns custos de produción de 150€ e cada colector de tipo *B* de 100€, dispoñendo dun máximo de 6000€ semanais para o custo total de produción.
(a) Formula o sistema de inecuacións. Representa a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Se cada colector de tipo *A* xera uns beneficios de 130€ e o de tipo *B* de 140€, ¿cantos colectores de cada tipo terán que producir á semana para que o beneficio total semanal sexa máximo?

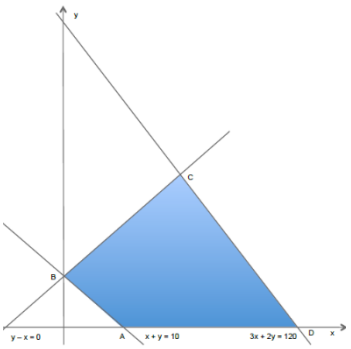
Solución: (a) Llamamos "x" al nº de colectores A, "y" al nº de colectores B.

Las restricciones son $\begin{cases} x+y\ge 10 \\ y\le x+10 \\ 150x+100y\le 6000 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{cases}$

(b) Deseamos maximizar los beneficios dados por la expresión

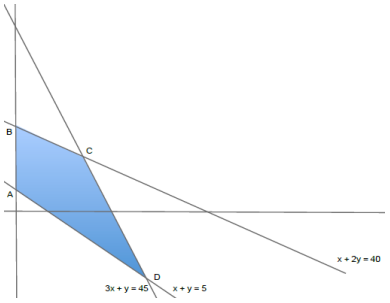
$B(x,y)=130x+140y$

El máximo beneficio se obtiene produciendo 20 colectores del tipo A y 30 del tipo B.



128.Galicia. Junio 2017. OPCIÓN B 1. Sexa a función lineal $f(x,y) = 2x - 3y$ suxeita ás restricións $x + 2y \le 40,\ x + y \ge 5,\ 3x + y \le 45,\ x \ge 0$
(a) Representa graficamente a rexión factible e calcula os seus vértices.
(b) Calcula o punto ou puntos desa rexión onde a función alcanza o seu valor máximo e o seu valor mínimo.

Solución: (a) Los vértices tienen coordenadas A(0, 5), B(0, 20), C(10, 15) y D(20, –15)
(b) El valor máximo se alcanza en el vértice D(20, –15).
El valor mínimo se alcanza en el punto B(0, 20)



LA RIOJA

129. La Rioja. Extraordinaria 2022. 1.3.- Dibuja la región del plano formada por los puntos *(x, y)* que cumplen

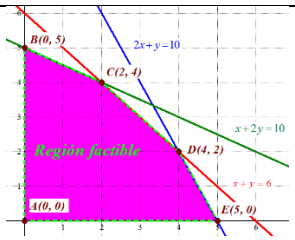
$$0 \le y,\ 0 \le x,$$
$$x + y \le 6,$$
$$2x + y \le 10,\ y$$
$$x + 2y \le 10.$$

[1 punto]

Averigua el valor máximo que alcanza en dicha región la función dada por

$$f(x, y) = 4x + 3y.$$ **[1 punto]**

Si dicho valor máximo se alcanza en el punto (x_0, y_0), ¿sabrías expresar una función cuyo máximo lo alcance en (y_0, x_0)? **[0.5 puntos]**

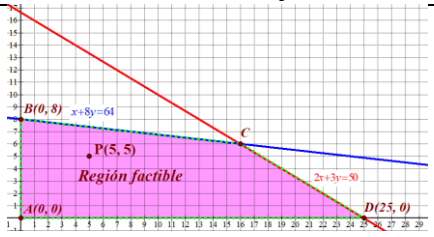


Solución: : El máximo valor de $f(x, y) = 4x + 3y$ *en la región factible es 22. Se alcanza en el punto C(2, 4). La función* $g(x, y) = 4y + 3x$ *alcanza su máximo en el punto D(4, 2).*

130. La Rioja. Ordinaria 2022. 1.3.- Un orfebre emplea 2 horas para fabricar un anillo, y tarda 3 horas en hacer un brazalete. El material de cada anillo le cuesta 40 €, y el del brazalete 320 €. A cambio, por cada anillo gana 10 € y por cada brazalete gana 90 €.

Si no quiere dedicar más de 50 horas a su trabajo semanal y no puede gastar en material más de 2560 €, ¿cuántos anillos y brazaletes en una semana le reportarán el máximo beneficio? **[1.75 puntos]**

¿Cambiaría la respuesta si ya tuviera apalabrados ocho anillos? ¿Cuánto tiempo trabaja en total en ambos casos en la fabricación de anillos y brazaletes? **[0.75 puntos]**



Solución: El beneficio máximo se obtiene elaborando 8 brazaletes a la semana y ningún anillo. Si tuviese apalabrados 8 anillos cambiaría la respuesta, pues la solución optima es no hacer ninguno. En la primera situación (sin apalabrar nada) emplearía 24 horas. En la segunda situación (apalabrados 8 anillos) emplearía 37 horas semanales.

131.La Rioja. Extraordinaria 2021. 1.3.- Dibuja la región del plano formada por los puntos *(x, y)* que cumplen

$0 \le y,\ 0 \le x \le 2,$
$x + y \le 3,$ y **[1.25 puntos]**
$x + 3y \le 6$

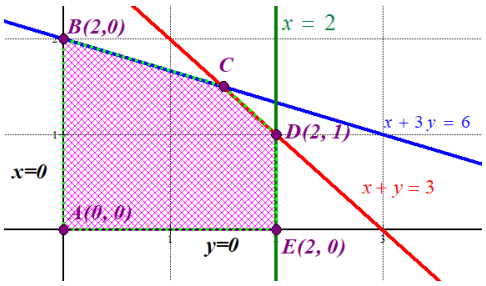
Averigua el valor máximo que alcanzan en dicha región las siguientes funciones, y en qué puntos lo alcanza cada una:

$f(x,y) = 7x + 5y$ y $g(x,y) = x + 5y$ **[1.25 puntos]**

Solución:

El valor máximo de $f(x,y) = 7x + 5y$ *en la región es 19 y se alcanza en el punto D(2,1).*

El valor máximo de $g(x,y) = x + 5y$ *en la región es 10 y se alcanza en el punto B(0,2).*



132.La Rioja. Ordinaria 2021. 1.3.- En el proceso de fabricación de cierta pintura se mezcla una cantidad *x* de polvo sintético con una cantidad *y* de polvo de un mineral. Se imponen las restricciones

$x + 2y \le 6$ (para no rebasar un nivel de toxicidad en el proceso),

$5x + 4y \le 20$ (para mantener la gama de color adecuada),

$y \le x$ (para que la viscosidad no sea excesiva).

(a) Dibuja en el plano la región factible de cantidades *x* e *y* que cumplen las restricciones. **[0.75 puntos]**

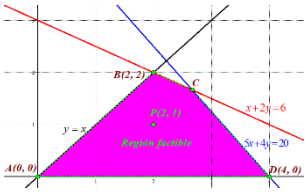
(b) ¿Cuál es la máxima cantidad de polvo de mineral que podemos usar? **[0.75 puntos]**

(c) ¿Cuál es la cantidad máxima posible de polvo (*x* + *y*) que permiten las restricciones, y cuánto incluye de cada tipo? **[1 punto]**

Solución: (a)

(b) El mayor valor de y es 2

(c) La cantidad máxima de polvo es 13/3 que contiene 8/3 de polvo sintético y 5/3 de polvo mineral



133.La Rioja. Extraordinaria 2020. 1.3.- Julián dispone de 10 hectáreas de terreno para cultivar dos variedades de uva: tempranillo y viura. El beneficio que le produce una hectárea de tempranillo es de 2 mil euros y la de viura 3 mil euros. Dispone de 180 kg de productos fitosanitarios; una hectárea de tempranillo precisa de 10 kg de estos productos y una hectárea de viura 20. Vendimiar una hectárea de tempranillo le cuesta 20 horas y una de viura 10 horas; dispone de un total de 160 horas de trabajo de vendimiadores.

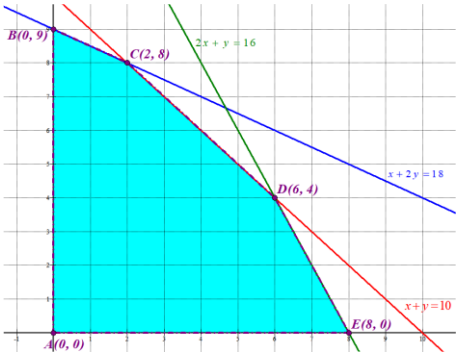
(I) ¿Cómo puede distribuir Julián el cultivo de sus 10 hectáreas respetando sus restricciones? Dibuja en el plano la región factible que represente los posibles repartos. **(1,25 puntos)**

(II) Escribe la función que representa el beneficio que obtiene Julián ¿Con qué distribución obtiene el máximo beneficio? Calcula dicho máximo. **(1,25 puntos)**

Solución: I) Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 10 \\ x+2y\le 18 \\ 2x+y\le 16 \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

II) $B(x,y)=2x+3y$. *Con 2 hectáreas de tempranillo y 8 de viura se cumplen las restricciones del problema y se obtiene un beneficio máximo de 28 mil euros.*

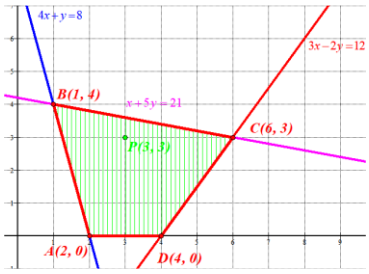


134.La Rioja. Ordinaria 2020. 1.3.- Los beneficios de una empresa vienen dados por la función $f(x,y)=x+y+1$ pero está sujeta a las siguientes restricciones:

$$4x+y\ge 8 \qquad 3x-2y\le 12 \qquad x+5y\le 21 \qquad x\ge 0 \qquad y\ge 0$$

(I) Dibuja en el plano la región factible que representa estas restricciones. **(1.25 puntos)**
(II) Para qué valores de *x* e *y* obtiene la empresa el beneficio máximo. **(1.25 puntos)**

Solución:
El máximo beneficio es 10 y se obtiene para x = 6 e y = 3.



135.La Rioja. Julio 2019. B2.1.- Para fabricar coches y cunas de bebé disponemos de 80 kg de acero y 120 kg de aluminio. Cada coche se venderá a 200 euros y cada cuna a 150 euros. Para fabricar un coche son necesarios 1 kg de acero y 3 kg de aluminio y para fabricar una cuna 2 kg de acero y 2 kg de aluminio.
(I) Dibuja en el plano la región factible que represente las posibles cantidades de coches y cunas que podemos fabricar (respetando las restricciones del problema). **(1 punto)**
(II) Escribe la función que representa los ingresos que se obtienen por las ventas e indica el número de coches y de cunas que se deben fabricar para conseguir los máximos ingresos posibles. **(1 punto)**

Solución:
Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ x+2y\le 80 \\ 3x+2y\le 120 \end{array}\right\}$$

(II) $Ingresos(x,y)=200x+150y$
El máximo ingreso es de 8500 € y se produce en el punto D, que significa producir 20 coches y 30 cunas.

136.La Rioja. Junio 2019. B2.1.- Las restricciones de un problema de programación lineal son las siguientes:

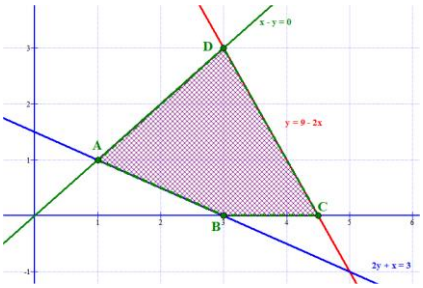
$$x-y\ge 0;\quad y+2x\le 9;\quad 2y+x\ge 3;\quad x\ge 0;\quad y\ge 0.$$

(I) Dibuja en el plano la región factible que represente estas restricciones. **(1 punto)**
(II) Los ingresos de una empresa vienen dados por la función $f(x,y)=2y-2x+7$ sujeta a las restricciones anteriores. ¿Para qué valores de *x* e *y* obtiene la empresa los máximos ingresos? **(1 punto)**

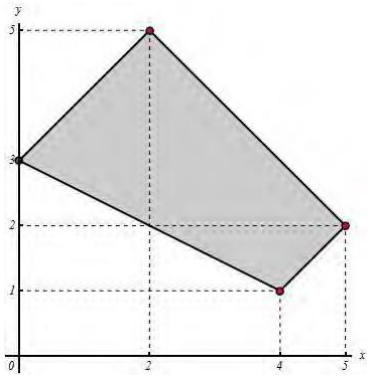
Solución:

La función ingresos $f(x,\ y)=2y-2x+7$ *tiene el mismo valor máximo en A(1, 1) que en D(3,3). También lo tendrá en E(2, 2). Cualquiera de estos 3 puntos dan un máximo ingreso.*

También cualquier punto del segmento AD.



137.La Rioja. Julio 2018. Pregunta A1.2. (1+1 puntos) La imagen que aparece a continuación muestra la región factible asociada con el conjunto de restricciones de un cierto problema de optimización.



a) Determina el citado conjunto de restricciones.
b) Maximiza la función $f(x,y)=5y-x+12$ en la región factible.

Solución:

a) Las restricciones serían $\left.\begin{array}{l} y-x\le 3 \\ 2y+x\ge 6 \\ y-x\ge -3 \\ y+x\le 7 \end{array}\right\}$ *b) El máximo se alcanza en el punto B(2,5)*

138.La Rioja. Junio 2018. Pregunta B2.2. (l+0.5+0.5 puntos) Sean

$$\begin{cases} 3(y-2)\le x\le 2y \\ 2(2-y)\le x\le 6-y \end{cases},$$

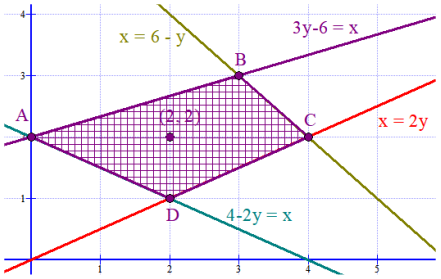
las restricciones asociadas a un cierto problema de optimización.
a) Dibujar la región factible asociada a las restricciones dadas, indicando claramente los vértices de la misma.
b) ¿Cuál es máximo de la función $f(x,y)=3x+y$ en la región factible?
c) Si a es un cierto valor real positivo y sabemos que el máximo de la función $g(x,y)=ax+3y$ en la región factible es quince, ¿cuál es el valor de a?

Solución:

a) Las coordenadas de los vértices son:
A(0, 2); B(3,3); C(4,2) y D(2,1).

b) El máximo se alcanza en el punto C(4, 2).

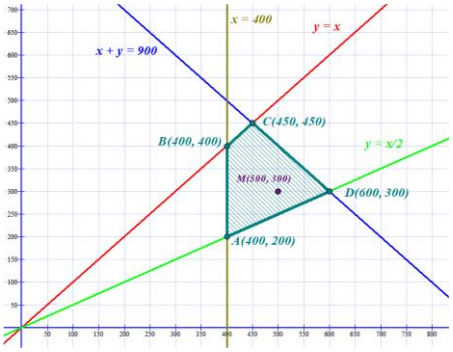
c) El máximo está en B. El valor de a es 2.



139.La Rioja. Julio 2017. Pregunta A2.1. (1+1 puntos) Cierta empresa fabrica puertas y ventanas. Las instalaciones de la empresa imponen las siguientes restricciones sobre la producción diaria:
1. El número de puertas realizadas debe ser mayor o igual al número de ventanas, pero nunca puede superar su doble.
2. La empresa puede fabricar, entre puertas y ventanas, un máximo de 900 unidades diarias, y el número de puertas debe ser al menos de 400 unidades.
Con estos datos, se pide:
a) Plantea el conjunto de restricciones y dibuja la región factible asociada con ellas.
b) Si precio de venta de las puertas es de cien euros la unidad y el de las ventanas es de ciento veinte euros, ¿cómo debe ser la producción de la empresa para maximizar los ingresos diarios?

Solución:

a) Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} y \geq 0 \\ x \geq y \\ x \leq 2y \\ x+y \leq 900 \\ x \geq 400 \end{array}\right\}$

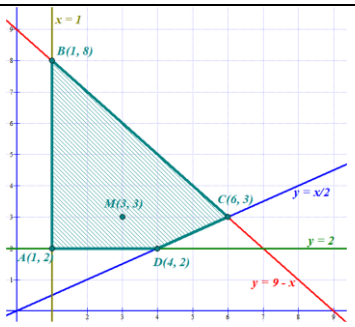


b) Deseamos maximizar los ingresos $f(x,y)=100x+120y$. *El máximo ingreso es de 99000 € y se consigue produciendo 450 puertas y 450 ventanas.*

140.La Rioja. Junio 2017. Pregunta B2.2. (1 + 1 puntos) Los productores de las películas de *James Bond* ya se han puesto a trabajar en la próxima entrega de la saga. Han decidido hacer una planificación de las secuencias de acción y de las persecuciones que introducirán en la nueva película y se han puesto las siguientes limitaciones:
l. La película debe contener al menos una persecución y dos escenas de acción.
2. El número de persecuciones debe ser menor o igual que el doble de las escenas de acción.
3. La suma de persecuciones y escenas de acción debe ser menor o igual que nueve.
Ayuda a los productores y resuelve las siguientes cuestiones:
a) Plantea el conjunto de restricciones y dibuja la región factible asociada con ellas.
b) Si cada escena de acción aporta 0.8 millones de espectadores a la película y cada persecución 1.2 millones, ¿cuál debe ser la distribución de persecuciones y escenas de acción para maximizar el número de espectadores que verán la película?

Solución:

a) El conjunto de las restricciones es $\left.\begin{array}{l} x \geq 1 \\ y \geq 2 \\ x \leq 2y \\ x+y \leq 9 \end{array}\right\}$

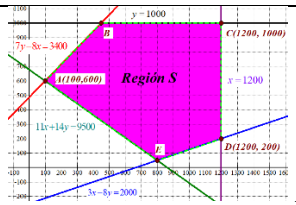


b) La función que nos da el número de espectadores (en millones) es $f(x,y)=1,2x+0,8y$.

El máximo se obtiene en el punto C(6, 3), que significa 6 persecuciones y 3 escenas de acción. El número máximo de espectadores es 9,6 millones.

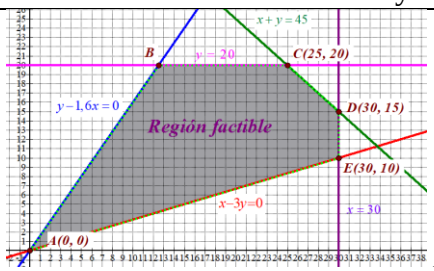
MADRID

141. Madrid. Extraordinaria 2022. A.2. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por
$7y-8x\le 3400,\quad 3x-8y\le 2000,\quad 11x+14y\ge 9500,\quad x\le 1200,\quad y\le 1000$
a) Represente gráficamente la región S y calcule las coordenadas de sus vértices.
b) Obtenga el valor mínimo de la función $f(x,y)=2x+y$ en S, indicando el punto de la región en el cual se alcanza.



Solución: a) Los vértices de la región S son: A(100, 600), B(450, 1000), C(1200, 1000), D(1200, 200) y E(800, 50) b) El valor mínimo de la función $f(x,y)=2x+y$ en la región S es 800 y se alcanza en el punto A(100, 600).

142. Madrid. Ordinaria 2022. A.2. (2 puntos) El dueño de una empresa que organiza fiestas infantiles quiere hacer chocolate con leche y dispone para la mezcla de 30 litros de leche y 20 litros de chocolate líquido. Por cada litro de chocolate debe echar como máximo 3 litros de leche, y por cada litro de leche debe echar como máximo 1;6 litros de chocolate. Además, solo dispone de botellas para envasar 45 litros de chocolate con leche. Por cada litro de leche de la mezcla puede obtener un beneficio de 1e y por cada litro de chocolate un beneficio de 2e. Determine cuántos litros de leche y de chocolate líquido debe mezclar para obtener el máximo beneficio y calcule el beneficio que se obtiene.



Solución: El beneficio máximo es de 65 € y se consigue mezclando 25 litros de leche con 20 litros de chocolate líquido.

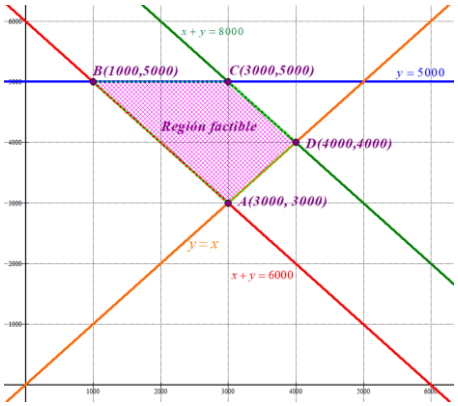
143.Madrid. Extraordinaria 2021. A.2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una empresa tecnológica se plantea la producción y lanzamiento de dos nuevos cables de fibra óptica, el modelo A2020 y el modelo B2020. El coste de producir un metro del modelo A2020 es igual a 2 euros, mientras que el coste de producir un metro del modelo B2020 es igual a 0,5 euros. Para realizar el lanzamiento comercial se necesitan al menos 6000 metros de cable, aunque del modelo B2020 no podrán fabricarse más de 5000 metros y debido al coste de producción no es posible fabricar más de 8000 metros entre los dos modelos. Además se desea fabricar una cantidad de metros del modelo B2020 mayor o igual a la de metros del modelo A2020.

a) Represente la región factible y calcule las coordenadas de sus vértices.
b) Determine el número de metros que deben producirse de cada uno de los modelos para minimizar el coste.

Solución: a) Llamamos "x" a la cantidad de metros del modelo A2020 e "y" a la de metros del modelo B2020. Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} x+y\geq 6000 \\ y\leq 5000 \\ x+y\leq 8000 \\ y\geq x \\ x\geq 0;\ \ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Los vértices tienen coordenadas A(3000,3000);



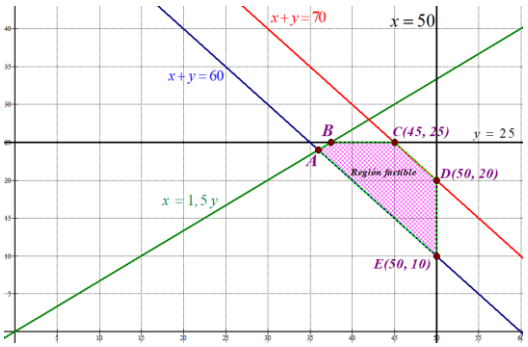
B(1000, 5000); C(3000, 5000) y D(4000, 4000)
b) El coste mínimo satisfaciendo las restricciones se produce en el vértice B(1000, 5000), es decir, con 1000 metros de cable A2020 y 5000 metros de cable B2020. El coste mínimo es de 4500 €.

144.Madrid. Ordinaria 2021. A.1. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un almacén de frutos secos tiene un saco de 50 kg de almendras y otro de 25 kg de avellanas. Quiere mezclarlos para preparar bolsas mixtas para su venta. La cantidad de almendras de la mezcla ha de ser como mínimo 1,5 veces la cantidad de avellanas. Además, para que le sea rentable la preparación, deberá vender al menos 60 kg entre ambos tipos de frutos secos. Por otra parte, no puede vender más de 70 kg entre ambos. Represente la región factible. Calcule la cantidad de cada fruto seco que ha de contener la mezcla para obtener el máximo beneficio si un kg de almendras le deja un beneficio de 1 € y un kg de avellanas de 2 €, y obtenga el beneficio que se obtiene con la venta de esta mezcla.

Solución: Llamemos x = "kilos de almendras en la mezcla", y = "kilos de avellanas en la mezcla".
Deseamos maximizar el beneficio $B(x,y)=x+2y$.

Las restricciones del problema son

$$\left.\begin{array}{r} x+y\leq 70 \\ x+y\geq 60 \\ x\geq 1{,}5y \\ x\leq 50 \\ y\leq 25 \\ x\geq 0;\quad y\geq 0 \end{array}\right\}$$



El beneficio máximo es de 95 € y se consigue mezclando 45 kg de almendras con 25 de avellanas.

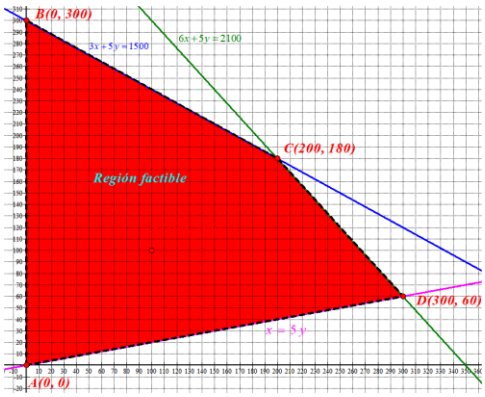
145.Madrid. Extraordinaria 2020. A.2. (2 puntos)
Un vivero elabora dos tipos de sustratos. Para elaborar 1 m^3 del tipo A necesita 60 kg de tierra vegetal y 30 horas de trabajo. Para elaborar 1 m^3 del tipo B necesita 50 kg de tierra vegetal y 50 horas de trabajo. El vivero dispone como máximo de 21000 kg de tierra vegetal y 15000 horas de trabajo. Además, la cantidad de metros cúbicos que elabora de tipo A debe ser como mucho cinco veces la cantidad de tipo B. Por la venta de cada metro cúbico de tipo A obtiene un beneficio de 50 € y 60 € por cada metro cúbico de tipo B.

a) Represente la región del plano determinada por las restricciones anteriores y determine las coordenadas de sus vértices.
b) Determine cuántos metros cúbicos de cada tipo deben elaborarse para, respetando las restricciones anteriores, maximizar el beneficio. Obtenga el valor del beneficio máximo.

Solución:

a) Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} 6x+5y\le 2100 \\ 3x+5y\le 1500 \\ x\le 5y \\ x\ge 0;\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$



Los vértices de esta región son A(0, 0); B(0, 300); C(200, 180) y D(300, 60).

b) El beneficio máximo es de 20800 € y se obtiene en el vértice C(200, 180), que significa producir 200 m^3 de sustrato tipo A y 180 m^3 del tipo B.

146.Madrid. Ordinaria 2020. B.2. (2 puntos)

La región del plano S está definida por las siguientes expresiones:

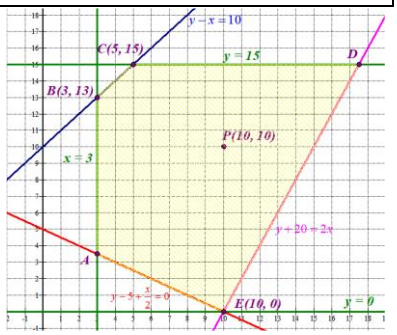
$$x\ge 3,\quad 0\le y\le 15,\quad y-5+\frac{x}{2}\ge 0,\quad y-x\le 10,\quad y+20\ge 2x$$

a) Determine las coordenadas de sus vértices y represente en el plano la región S.

b) Obtenga el valor máximo y el valor mínimo de la función $f(x,y)=x+y$ en esta región, indicando los puntos en los cuales se alcanzan estos valores.

Solución:

a) Los vértices son: $A\left(3,\frac{7}{2}\right)$*;B(3, 13); C(5, 15);* $D\left(\frac{35}{2},15\right)$ *y E(10, 0).*



b) El valor mínimo es 6.5 y se alcanza en el punto $A\left(3,\frac{7}{2}\right)$

El valor máximo es 32.5 y se alcanza en el punto $D\left(\frac{35}{2},15\right)$

147.Madrid. Julio 2019. Opción B Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Un alcalde quiere instalar un estanque rectangular en un parque de la ciudad con las siguientes características. El estanque deberá tener al menos 2 metros de ancho y al menos 5 metros de largo. Además, su largo debe ser al menos 2 veces su ancho pero no más de tres veces su ancho. Cada metro del ancho del estanque cuesta 1000 euros y cada metro de largo 500 euros. Y se cuenta con un presupuesto de 9000 euros.

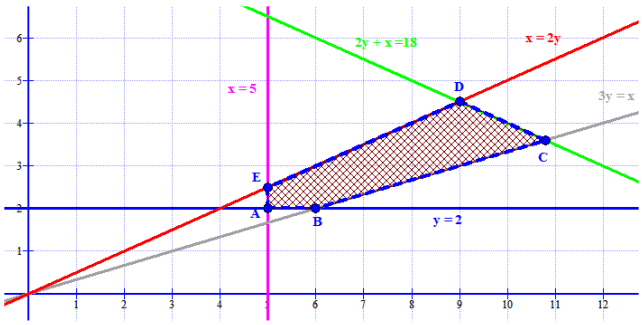
a) Determínese la región del plano delimitada por las restricciones anteriores sobre las dimensiones del estanque.

b) Si se desea que el estanque respetando esas características tenga el mayor ancho posible, determínense el largo del estanque y su coste.

Solución:

a) Resumiendo las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} y\ge 2 \\ x\ge 5 \\ 3y\ge x \\ x\ge 2y \\ 1000y+500x\le 9000 \end{array}\right\}$$

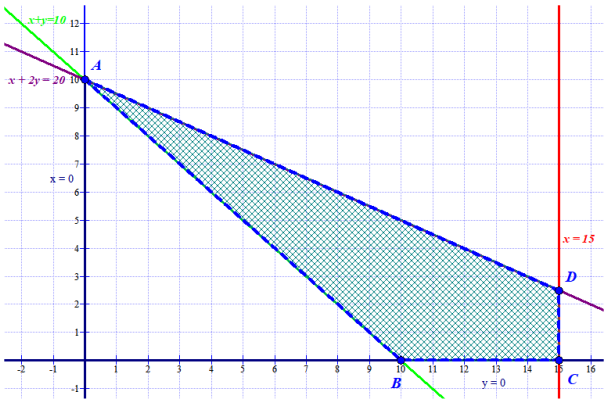


b) El estanque debe tener 4,5 metros de ancho y 9 metros de largo. El coste es 9000 €.

148.Madrid. Junio 2019. Opción A Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una voluntaria quiere preparar helado artesano y horchata de auténtica chufa para un rastrillo solidario. La elaboración de cada litro de helado lleva 1 hora de trabajo y la elaboración de un litro de horchata 2 horas. Como la horchata no necesita leche, sabe que puede preparar hasta 15 litros de helado con la leche que tiene. Para que haya suficiente para todos los asistentes, tiene que preparar al menos 10 litros entre helado y horchata, en un máximo de 20 horas.
a) Represéntese la región del plano determinada por las restricciones anteriores.
b) Si el beneficio por litro es de 25 euros para el helado y 12 euros para la horchata, obténgase la cantidad de cada producto que se deberá preparar para maximizar el beneficio y calcúlese el beneficio máximo que podría obtenerse.

Solución:
a) Resumiendo todas las restricciones:

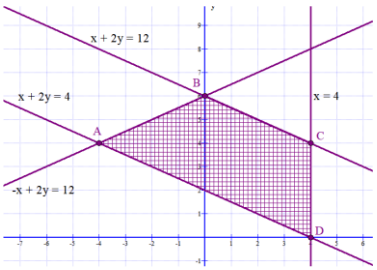
$$\left.\begin{array}{l} x+2y\le 20 \\ x\le 15 \\ x+y\ge 10 \\ x\ge 0; y\ge 0 \end{array}\right\}$$



b) La función beneficio es $B(x,y)=25x+12y$. *El máximo beneficio se obtiene para el punto D(15, 2´5), que significa 15 litros de helado y 2,5 litros de horchata. Consiguiendo un beneficio de 405 €.*

149.Madrid. Julio 2018. Opción A Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Considérese la región del plano S definida por:
$S=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x+2y\ge 4;\ x+2y\le 12;\ x\le 4;\ -x+2y\le 12\}$
a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Determínense los puntos en los que la función $f(x,y)=3x-y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de *f* en dichos puntos.

Solución:
a) Los vértices son $A(-4,4)$; $B(0,6)$; $C(4,4)$ *y* $D(4,0)$

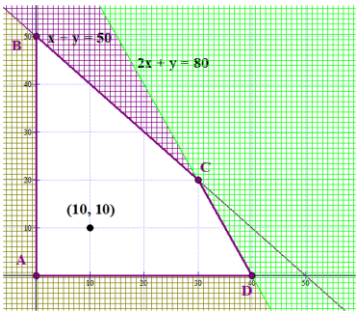


b) El valor máximo se alcanza en D(4,0) siendo este valor 12
El valor mínimo se alcanza en A(–4,4) siendo este valor –16

150.Madrid. Junio 2018. Opción A Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Sea S la región del plano definida por:

$$x + y \le 50,\ 2x + y \le 80,\ \ x \ge 0,\ \ \ y \ge 0.$$

a) Represéntese la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Obténgase el valor máximo de la función *f(x, y) = 5x + 4y* en la región S, indicando el punto en el cual se alcanza dicho valor máximo.



Solución:
a) Las coordenadas de los vértices son:
- *A (0, 0).*
- *B (0, 50)*
- *C (30, 20)*
- *D es (40, 0)*

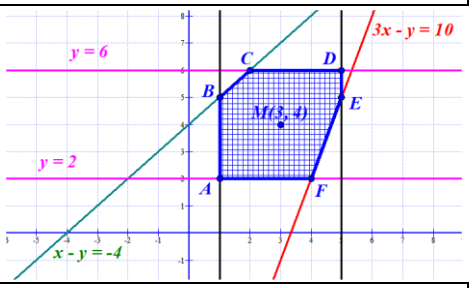
b) La función $f(x, y) = 5x + 4y$ *alcanza su valor máximo en el punto C(30, 20) siendo este valor máximo 230.*

151.Madrid. Septiembre 2017. Opción A Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la región del plano S definida por:

$$1 \le x \le 5; \quad 2 \le y \le 6; \quad x - y \ge -4; \quad 3x - y \le 10.$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Calcúlense los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = -200x + 600y$ en la región S y obténganse los puntos de S donde se alcanzan dichos valores.

Solución:
a) Las coordenadas de los vértices se observan en el dibujo:
A(1, 2); B(1, 5); C(2, 6); D(5, 6); E(5, 5) y F(4, 2)



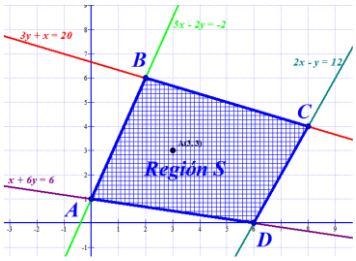
b) El valor mínimo es 400 y se obtiene en el punto F(4, 2).
El valor máximo es 3200 y se obtiene en el punto C(2, 6)

152.Madrid. Junio 2017. Opción A Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 6y \ge 6 \quad ; \quad 5x - 2y \ge -2 \quad ; \quad x + 3y \le 20 \quad ; \quad 2x - y \le 12\}.$$

a) Represéntese gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.
b) Determínense los puntos en los que la función $f(x, y) = 4x - 3y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S, indicando el valor de $f(x, y)$ en dichos puntos.

Solución:
a) Las coordenadas de sus vértices son A(0, 1); B(2, 6); C(8, 4) y D(6, 0).
b) La función alcanza un mínimo en el vértice B(2, 6), es decir, para los valores x = 2 e y = 6. Su valor mínimo es –10.La función alcanza un máximo en el punto D(6, 0), es decir, para los valores x = 6 e y = 0. Su valor máximo es 24.



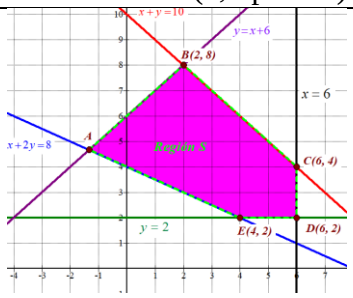
MURCIA

153.Murcia. Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) Sea S la región del plano delimitado por el sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 10 \\ x+2y\ge 8 \\ 2\le y\le x+6 \\ x\le 6 \end{array}\right\}$$

a) Represente la región S y calcule sus vértices. (2 puntos)

b) Determine el punto de la región factible dónde la función $f(x,y)=-x+2y$ alcanza su valor mínimo. Calcule dicho valor. (0,5 puntos)



Solución: a) . *Los vértices tienen coordenadas* $A\left(\frac{-4}{3},\frac{14}{3}\right)$, *B(2, 8), C(6, 4), D(6, 2) y E(4, 2). b) El valor mínimo en la región factible es –2 y se alcanza en el vértice D(6, 2).*

154.Murcia. Ordinaria 2022. CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) La empresa Sportwear, especializada en ropa deportiva, quiere fabricar dos tipos de camisetas: técnica y casual. Para ello utiliza tejidos sostenibles con el medio ambiente: algodón orgánico y lino. Para fabricar una camiseta técnica necesita 70 g de algodón orgánico y 20 g de lino, y para fabricar una camiseta casual necesita 60 g de algodón orgánico y 10 g de lino. Actualmente, la empresa dispone para producir 4200 g de algodón orgánico y 800 g de lino. Además, para que sea rentable el proceso se debe fabricar al menos 10 camisetas tipo casual. Sabiendo que cada camiseta técnica da un beneficio de 5 € y cada casual de 4 €, calcule, justificando la respuesta:

a) El número de camisetas de cada tipo que debería fabricar para obtener el máximo beneficio. (2 puntos)

b) El valor de dicho beneficio máximo. (0,5 puntos)

Solución:

a) El máximo beneficio se obtiene fabricando 12 camisetas técnicas y 56 casuales.

b) El máximo beneficio es de 284 euros.

155.Murcia. Extraordinaria 2021. CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) Sea el sistema de inecuaciones:

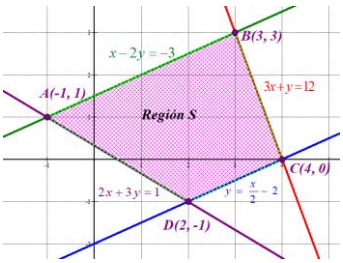
$$\left.\begin{array}{l} 3x+y\le 12 \\ y\ge \dfrac{x}{2}-2 \\ x-2y\ge -3 \\ 2x+3y\ge 1 \end{array}\right\}$$

a) Representar gráficamente la región del plano S definido por el sistema de inecuaciones anterior y determine los vértices de dicha región. (1,5 puntos)

b) Calcular los puntos de la región S dónde la función $f(x,y)=3x-2y$ alcanza sus valores máximos y mínimos. (1 punto)

Solución:

a) A(–1, 1), B(3, 3), C(4, 0) y D(2, –1)



b) El valor máximo se alcanza en el vértice C(4, 0) y el mínimo en el vértice A(–1, 1)

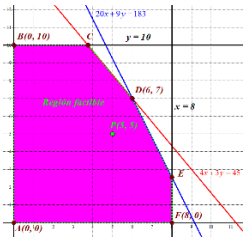
156.Murcia. Ordinaria 2021. CUESTIÓN 2. (2,5 puntos) En un terreno en la huerta de Beniel se quieren plantar dos tipos distintos de naranjos: A y B. No se puede cultivar más de 8 hectáreas con naranjos de tipo A ni más de 10 hectáreas con naranjos de tipo B. Cada hectárea de naranjos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m^3. Se dispone anualmente de 45 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B, 225 €. Se dispone de 4575 € para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de naranjos de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 kilos anuales de naranjas:

a) Calcular las hectáreas de cada tipo de naranjo que se deben planta para maximizar la producción de naranjas. Razone la respuesta.

b) Obtener la producción máxima.

Solución:

La máxima producción que se puede obtener sometiéndose a las restricciones del ejercicio son 5100 kg de naranjas. Obteniéndose con 6 hectáreas del naranjo tipo A y 7 hectáreas del naranjo tipo B.



157.Murcia. Extraordinaria 2020. CUESTIÓN 2. (2 puntos) Sea S la región del plano definida por las inecuaciones.

$$S=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \,/\, y\ge 2x-4,\ y\le x-1,\ 2y\ge x,\ x\ge 0,\ y\ge 0\right\}$$

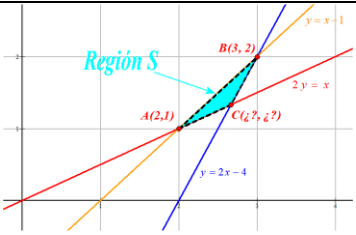
a) Representar la región S y obtener sus vértices.

b) Maximizar la función $f(x,y)=x-3y$ en S indicando los puntos de S donde se alcanza el máximo.

c) Minimizar la función $f(x,y)=x-3y$ en S indicando los puntos de S donde se alcanza el mínimo.

Solución:

a) A(2, 1), B(3,2) y $C\left(\frac{8}{3},\frac{4}{3}\right)$.



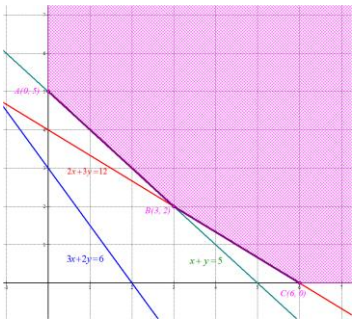
b) El máximo valor que alcanza la función es –1 en el punto A(2, 1).

c) El valor mínimo que alcanza la función es –3 en el punto B(3, 2).

158.Murcia. Ordinaria 2020. CUESTIÓN 2. (2 puntos) La repoblación forestal de un bosque quemado en un gran incendio se va a llevar a cabo por dos empresas diferentes de jardinería. Hay que repoblar con pinos, eucaliptos y chopos. La primera empresa es capaz de plantar, en una semana, 30 pinos, 20 eucaliptos y 20 chopos. La segunda empres planta 20 pinos, 30 eucaliptos y 20 chopos. El coste semanal se estima en 33.000 € para la primera empresa de jardinería y de 35.000 € para la segunda. Se necesita plantar un mínimo de 60 pinos, 120 eucaliptos y 100 chopos. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para finalizar el proyecto con el mínimo coste?

Solución:

Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 3x+2y\geq 6 \\ 2x+3y\geq 12 \\ x+y\geq 5 \\ x\geq 0; y\geq 0 \end{array}\right\}$



La función objetivo $C(x,y)=33000x+35000y$

Con 3 semanas de la primera empresa y 2 semanas de la segunda empresa se consiguen plantar los árboles pedidos con un coste mínimo de 169000 €.

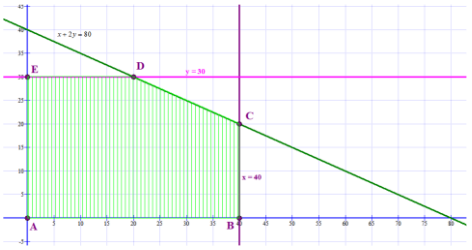
159.Murcia. Septiembre 2019. CUESTIÓN B1. Un joven emprendedor quiere montar una empresa informática donde comercializará dos tipos de ordenadores. El tipo A dispondrá de 1 disco duro y 1 una unidad de memoria de pequeña capacidad, mientras que el tipo B tendrá 2 discos duros y su unidad de memoria será de alta capacidad. En total cuenta con 40 unidades de memoria de pequeña capacidad y 30 unidades de memoria de alta capacidad y 80 discos duros. Por cada ordenador del tipo A espera obtener un beneficio de 150 euros y del tipo B de 250 euros.

a) ¿Cuál es la mejor decisión sobre el número de ordenadores a montar de cada tipo? **(2,5 puntos)**
b) Con esta producción, ¿habría algún excedente en el material mencionado? **(0,5 puntos)**

Solución:

a) Las restricciones asociadas al problema son:

$\left.\begin{array}{l} x\geq 0; y\geq 0 \\ x\leq 40 \\ y\leq 30 \\ x+2y\leq 80 \end{array}\right\}$



La función beneficio es $B(x,y)=150x+250y$

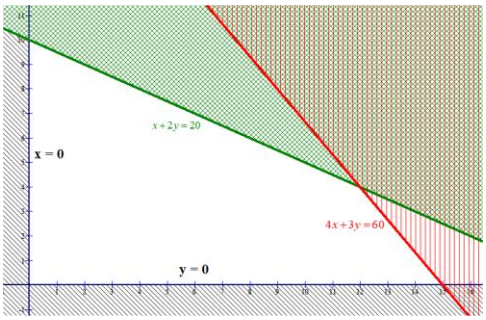
Hay que fabricar 40 ordenadores del tipo A y 20 del tipo B para maximizar el beneficio.

b) Solo sobran 10 memorias de alta capacidad.

160.Murcia. Junio 2019. CUESTIÓN B1. En un obrador se elaboran dos tipos de dulces distintos: A y B, siendo sus precios unitarios de 15 euros y 12 euros, respectivamente. Para elaborar un dulce del tipo A se necesitan $\frac{1}{2}$ kilo de azúcar y 8 huevos, mientras que para los del tipo B se requieren 1 kilo de azúcar y 6 huevos. En el obrador solo tienen 10 kilos de azúcar y 120 huevos. ¿Cuántos dulces deben elaborar de cada tipo para que el ingreso obtenido sea máximo? Razone la respuesta. **(3 puntos)**

Solución:

Las restricciones aplicables al problema son $\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+2y\leq 20 \\ 4x+3y\leq 60 \end{array}\right\}$

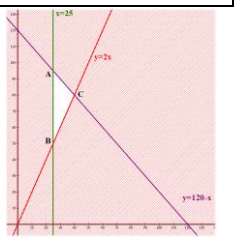


La función objetivo es $Beneficio=15x+12y$

El máximo beneficio (228 €) se obtiene con 12 dulces del tipo A y 4 del tipo B.

161.Murcia. Septiembre 2018. CUESTIÓN B1. Un agricultor puede utilizar, como máximo, 120 hectáreas de terreno para dos tipos de cultivo, A y B. Quiere dedicar, al menos, 25 hectáreas al cultivo A, y el terreno dedicado al cultivo B debe ser como mínimo el doble que el dedicado al cultivo A. Cada hectárea de cultivo A le produce 300 € de beneficio, mientras que cada hectárea de cultivo B le produce 215 €. Hallar las hectáreas que debe dedicar a cada uno de los cultivos para conseguir el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderá dicho beneficio? (3 puntos)

Solución: Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ x+y \leq 120 \\ x \geq 25 \\ y \geq 2x \end{array}\right\}$ *y la función a maximizar es:*



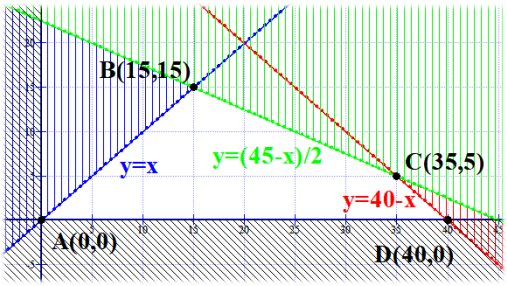
$Beneficio(x) = 300x + 215y$.

Con 40 hectáreas del cultivo A y 80 hectáreas del B se obtiene un beneficio máximo de 29200 €

162.Murcia. Junio 2018. CUESTIÓN B1. Una fábrica produce dos modelos de bolsos, tipo A y tipo B. Cada bolso tipo A requiere 5 m^2 de piel y 5 horas de trabajo y cada bolso del modelo B requiere 5 m^2 de piel y 10 horas de trabajo. Dispone de 200 m^2 de piel y 225 horas de trabajo. Además, quiere producir mayor o igual número de bolsos tipo A que B. El beneficio obtenido es de 50 euros por cada bolso tipo A y 80 euros por cada bolso tipo B. Hallar el número de bolsos que debe fabricar de cada tipo para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo. (3 puntos)

Solución:

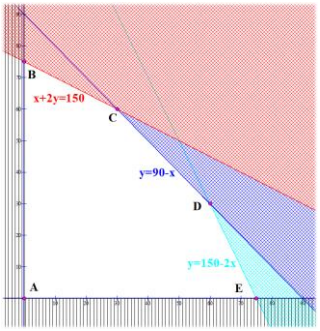
Las restricciones son $\left\{\begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ x+y \leq 40 \\ x+2y \leq 45 \\ x \geq y \end{array}\right.$



El beneficio es $B(x, y) = 50x + 80y$.

El beneficio máximo es para el punto C (35, 5) que significa fabricar 35 bolsos del tipo A y 5 del tipo B. Dicho beneficio máximo es de 2150 €

163.Murcia. Septiembre 2017. CUESTIÓN B1. Una perfumería prepara dos lotes de productos, el lote 1 contiene 2 perfumes, 2 jabones y 1 crema corporal y el lote 2 está formado por 1 perfume, 2 jabones y 2 cremas corporales. Sabiendo que dispone de 150 perfumes, 180 jabones y 150 cremas corporales y que el beneficio obtenido es de 45 euros por cada lote del tipo 1 y de 30 euros por cada lote del tipo 2, hallar el número de lotes que debe hacer de cada tipo para obtener el beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio? (3 puntos)



Solución: Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \\ 2x+y \leq 150 \\ 2x+2y \leq 180 \\ x+2y \leq 150 \end{array}\right\}$

y la función objetivo es Beneficio = 45x +30y

El beneficio máximo se obtiene para 60 lotes del tipo 1 y 30 lotes del tipo 2.

164.Murcia. Junio 2017. CUESTIÓN B1. Una fábrica textil compra tela a dos distribuidores, A y B. Los distribuidores A y B venden la tela a 2 y 3 euros por metro, respectivamente. Cada distribuidor le vende un mínimo de 200 metros y un máximo de 700 y para satisfacer su demanda, la fábrica debe comprar en total como mínimo 600 metros. La fábrica quiere comprar al distribuidor A, como máximo,

el doble de metros que al distribuidor B. Hallar los metros que debe comprar a cada uno de los distribuidores para obtener el mínimo coste. Determinar dicho coste mínimo. (3 puntos)

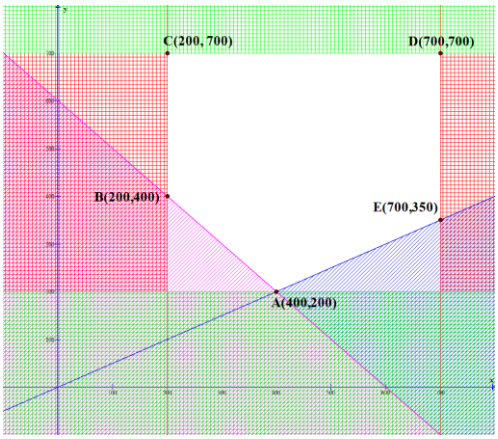
Solución:

El coste de la compra es $C(x,y)=2x+3y$ *que deseamos minimizar.*

Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{r} 200\le x\le 700 \\ 200\le y\le 700 \\ 600\le x+y \\ x\le 2y \end{array}\right\}$$

El coste mínimo es para el punto A (400, 200) que significa un pedido de 400 metros al distribuidor A y 200 metros al distribuidor B. Dicho coste mínimo es de 1400 €



NAVARRA

165.Navarra. Extraordinaria 2022. EJERCICIO 2:
Una empresa fabrica dos productos P1 y P2, con un coste de fabricación de 20 y 15 euros/kg, respectivamente. Para ello utiliza tres recursos (R1, R2 y R3). La siguiente tabla muestra la cantidad necesaria de cada recurso para obtener un kg de cada producto y la disponibilidad semanal de los recursos. Determine cuántos kg de cada producto deberá fabricar semanalmente esta empresa si desea minimizar el coste de producción, garantizando un nivel de fabricación total de al menos 30 kg.

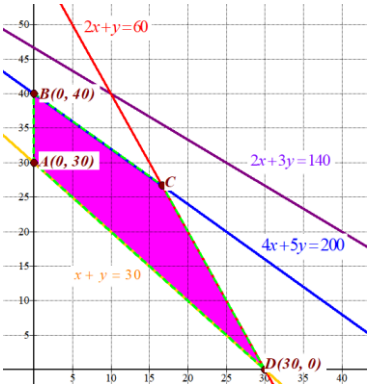
	P1	P2	Disponibilidad semanal
R1	6	3	180
R2	4	5	200
R3	1	1.5	70

i) Plantee el problema. (4 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si fabricación del producto P2 se encarece y su coste pasa a ser 20 euros/kg. (2 puntos)

Solución: i) Se desea minimizar el coste de producción:
$C(x,y)=20x+15y$. *Las restricciones son:*

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\le 60 \\ 4x+5y\le 200 \\ 2x+3y\le 140 \\ x+y\ge 30 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$

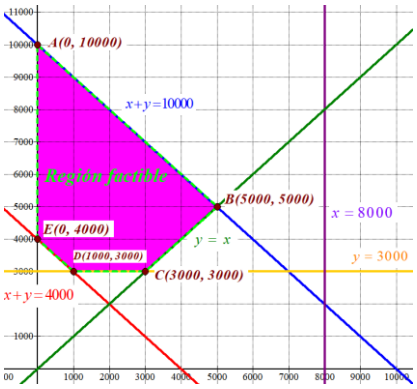
ii) El mínimo coste es de 450 € y se obtiene con 0 kg del producto P1 y 30 kg del producto P2. iii) el coste mínimo se alcanza en cualquier punto del segmento $\overline{AD}$.



166.Navarra. Ordinaria 2022. EJERCICIO 2:
Un joven estudiante ganó 20000 euros en un concurso cultural y está pensando en invertir al menos el 20% y no más del 50% del premio. Un asesor le aconseja que reparta su inversión en dos carteras (C1 y C2). La cartera C1 tiene un perfil de riesgo audaz y una rentabilidad del 7%, mientras que la cartera C2 tiene un perfil de riesgo moderado y una rentabilidad del 4%. El estudiante decide invertir no más de 8000 euros en la cartera C1 y al menos 3000 euros en la cartera C2. Además, el asesor le recomienda que invierta en C2 una cantidad igual o superior a lo invertido en C1. ¿Cuánto deberá invertir en cada cartera si se desea maximizar la rentabilidad?
i) Plantee el problema. (4 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si considerando el perfil de riesgo, el estudiante modifica su idea inicial y decide no invertir más de 2500 euros en la cartera C1. (2 puntos)

Solución: i) Se desea maximizar la rentabilidad. La función objetivo sería: $f(x,y)=0.07x+0.04y$.

Las restricciones son:
$$\left.\begin{array}{l} 4000 \le x+y \le 10000 \\ x \le 8000; \quad y \ge 3000 \\ y \ge x \\ x \ge 0; \quad y \ge 0 \end{array}\right\}$$

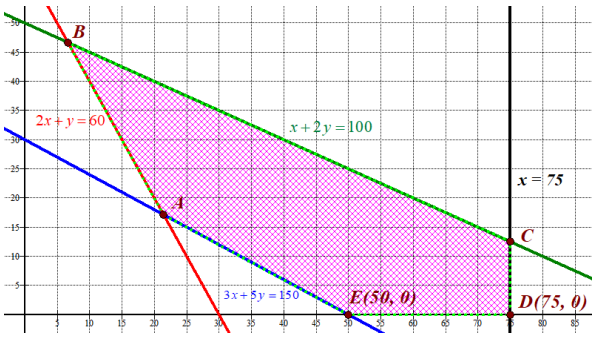


ii) La máxima rentabilidad es de 550 € y se obtiene con 5000 euros invertidos en la cartera C1 y otros 5000 euros en la cartera C2.
iii) Con la nueva situación la solución que maximiza la rentabilidad es invirtiendo 7500 € en C2, siendo este nuevo beneficio de 475 €. Menor que el anterior pues he limitado la inversión en la cartera C1.

167.Navarra. Extraordinaria 2021. EJERCICIO 2:
Se están considerando dos alimentos (A y B) que contienen tres nutrientes. Cada kg de A contiene 0.1 kg de grasas, 0.6 kg de hidratos de carbono y 0.3 kg de proteínas. Cada kg de B tiene 0.2 kg de grasas, 0.3 kg de hidratos de carbono y 0.5 kg de proteínas. El precio de un kg del alimento A es de 10 euros. El alimento B cuesta el triple que A. Se desea conseguir al menos 18 kg de hidratos de carbono, al menos 15 kg de proteínas y no más de 10 kg de grasas. Se desea además no comprar más de 75 kg de A. Determine cuántos kg de cada alimento hay que adquirir para minimizar el coste total de la compra.
i) Plantee el problema. (4 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si se desea maximizar la cantidad de una vitamina, sabiendo que cada kg de A tiene 1.5 unidades y cada kg de B tiene 2 unidades de dicha vitamina. (2 puntos)

Solución: i) Llamamos x = kilos comprados de alimento A, y = kilos comprados de alimento B. La función a minimizar es el coste total de la compra:
$C(x,y)=10x+30y$

Las restricciones del problema son
$$\left.\begin{array}{l} 2x+y \ge 60 \\ 3x+5y \ge 150 \\ x+2y \le 100 \\ x \le 75 \\ x \ge 0; \quad y \ge 0 \end{array}\right\}$$

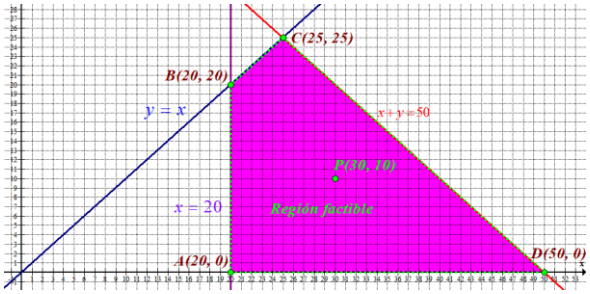


ii) El coste mínimo de 500 € se consigue comprando solo 50 kg del alimento A.
iii) Hay que comprar 75 kg del alimento A y 12,5 kilos del alimento B para cumplir las restricciones y obtener un máximo aporte de vitaminas.

168.Navarra. Ordinaria 2021. EJERCICIO 2:
Un empresario quiere dedicar 50 horas laborales a cursos de formación para sus empleados y está considerando dos tipos de cursos de formación (F1 y F2). El curso F1 es más atractivo para sus empleados y cada hora de curso conseguiría aumentar la productividad de la empresa en un 1%, mientras que el curso F2, es menos atractivo para los empleados, pero mejoraría la productividad en un 2%. El empresario decide dedicar al menos 20 horas al curso F1 y no más de 35 horas al curso F2. Además, los empleados solicitan que se dedique al curso F1 una cantidad igual o superior de horas que al curso F2. ¿Cuántas horas se debería dedicar a cada curso de formación si se desea maximizar el aumento de la productividad?
i) Plantee el problema. (4 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si considerando las preferencias de los empleados, el empresario modifica su idea inicial y decide no dedicar más de 10 horas al curso de formación F2. (2 puntos)

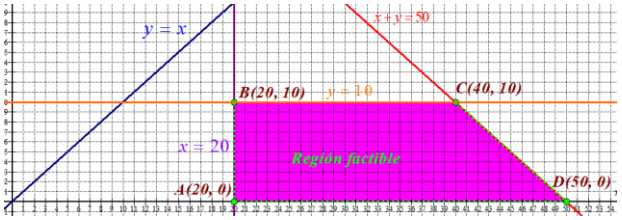
Solución: i) Llamamos x = "número de horas de formación F1". y = "número de horas de formación F2". Se desea maximizar el aumento de la productividad. La función objetivo sería $f(x,y)=0.01x+0.02y$. *Las restricciones son*

$$\left.\begin{array}{l} x+y\le 50 \\ x\ge 20;\quad y\le 35 \\ x\ge y \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$



ii) La máxima productividad (0.75 = 75 %) se obtiene con 25 horas de formación tipo F1 y 25 horas del tipo F2.

iii) Con la nueva situación la solución que maximiza el aumento de la productividad es C(40, 10). Con 40 horas de cursos de formación F1 y 10 de cursos de formación F2 se obtiene un aumento máximo de la productividad de un 0.60 = 60%



169.Navarra. Extraordinaria 2020. EJERCICIO 4: Una empresa diseña y vende dos tipos de telas (T1 y T2) con un precio de venta de 60 euros/m^2 y 100 euros/m^2, respectivamente. Para cubrir la demanda semanal debe fabricar un total de al menos 15 m^2 de telas. Para elaborar un m^2 de tela T1 se necesitan 2 horas de máquina y 6 carretes de hilo. Para elaborar un m^2 de tela T2 se requieren 4 horas de máquina y 3 carretes de hilo. La disponibilidad semanal de estos dos recursos es de 80 horas de máquina y 150 carretes de hilo. ¿Cuántos m^2 de cada tipo de tela tiene que vender la empresa si busca maximizar el beneficio semanal, sabiendo que el coste de elaborar un m^2 de cada tipo de tela es 15 y 10 euros, respectivamente?

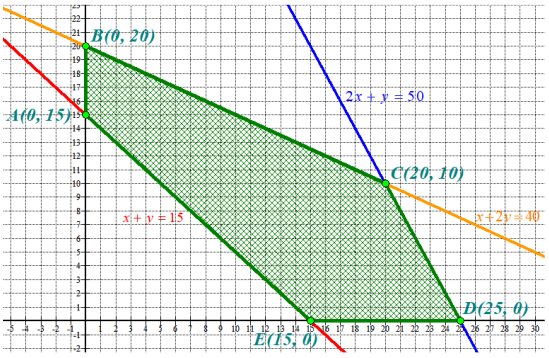
i) Plantee el problema. (4 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si se quiere elaborar al menos el triple de m^2 de tela T1 que de tela T2. (2 puntos)

Solución:

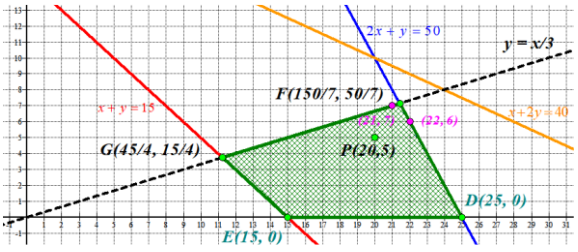
i) y ii) La función objetivo es $B(x,y)=45x+90y$

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x+y\ge 15 \\ 2x+4y\le 80 \\ 6x+3y\le 150 \\ x\ge 0;\quad y\ge 0 \end{array}\right\}$$



Todos los puntos del segmento que une el punto B con C dan un beneficio de 1800 €. La solución no es única.
Una solución: 0 m^2 de tela T1 y 20 de tela T2.
Otra solución: 2 m^2 de tela T1 y 19 de T2.
...
Última solución: 20 m^2 de tela T1 y 10 de T2.



iii) La solución del problema es ahora el punto F(150/7, 50/7). O si los metros cuadrados deben ser un valor entero, el punto de coordenadas enteras más próximo (21,7) con un beneficio de 1575, superior al de (22,6) que tiene de beneficio 1530.

170.Navarra. Ordinaria 2020. EJERCICIO 4:
Una empresa fabrica dos tipos de biocombustibles a partir de aceites vegetales (T1 y T2) y vende cada tonelada de biocombustible a un precio de 2000 euros y 1800 euros, respectivamente. Cada tonelada de

biocombustible T1 requiere 3 horas de proceso en la línea de producción y 2 unidades de materia prima. Cada tonelada de biocombustible T2 requiere 1 hora de proceso en la línea de producción y 4 unidades de materia prima. Cada semana la empresa dispone de 195 unidades de materia prima y de 90 horas de tiempo de proceso en la línea de producción. Determine cuántas toneladas de cada tipo de biocombustible se deberá fabricar semanalmente para maximizar el precio total de venta, sabiendo que además se desea fabricar un total de al menos 40 toneladas de biocombustible.

i) Plantee el problema. (4 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente. (4 puntos)

iii) Analice gráficamente qué ocurriría si se considerara un objetivo de tipo ecológico, y se deseara minimizar el nivel de contaminación asociado a este proceso de producción, sabiendo que fabricar una tonelada de biocombustible T1 produce 5 unidades de contaminación y fabricar una tonelada de biocombustible T2 produce 10 unidades de contaminación.(2 puntos)

Solución:

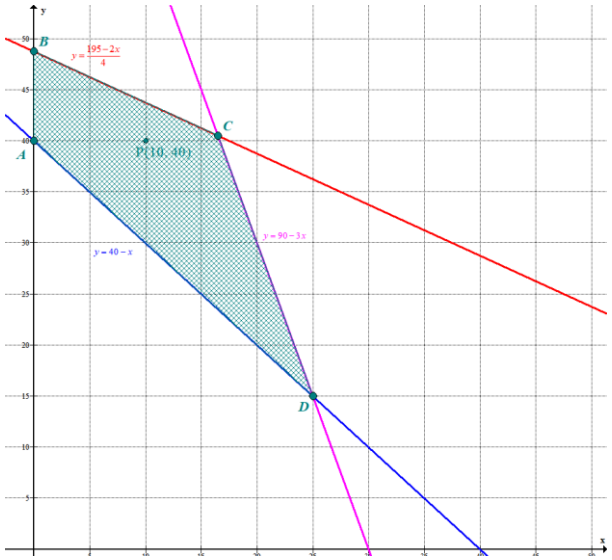
i) y ii) $f(x,y)=2000x+1800y$. *Es la función objetivo que deseamos maximizar.*

El resumen de las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ x+y\geq 40 \\ 2x+4y\leq 195 \\ 3x+y\leq 90 \end{array}\right\}$$

El máximo precio se consigue con una producción de 16.5 toneladas del biocombustible T1 y de 40.5 toneladas del biocombustible T2.

iii) La mínima contaminación se produce en el punto D(25, 15). De deben fabricar 25 toneladas del biocombustible T1 y 15 del T2 para minimizar la contaminación.



171.Navarra. Julio 2019. Opción B EJERCICIO 1:

Una empresa tiene dos plantas (P1 y P2) en las que produce bobinas de acero de tres anchuras (A1, A2, A3). La planta P1 tiene maquinaria capaz de fabricar cada hora 10 bobinas de anchura A1, 10 bobinas de anchura A2 y 20 bobinas de anchura A3. La planta P2 tiene capacidad para fabricar cada hora 10, 50 y 10 bobinas de cada tipo de anchura, respectivamente. El coste de operación por hora es de 70 euros en la planta P1 y de 120 euros en la planta P2. La empresa tiene que suministrar cada día al menos 180 bobinas de anchura A1, al menos 300 bobinas de anchura A2 y al menos 240 bobinas de anchura A3. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar cada planta para atender la demanda si se desea minimizar el coste total de operación?

i) Plantee el problema. (1.5 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)

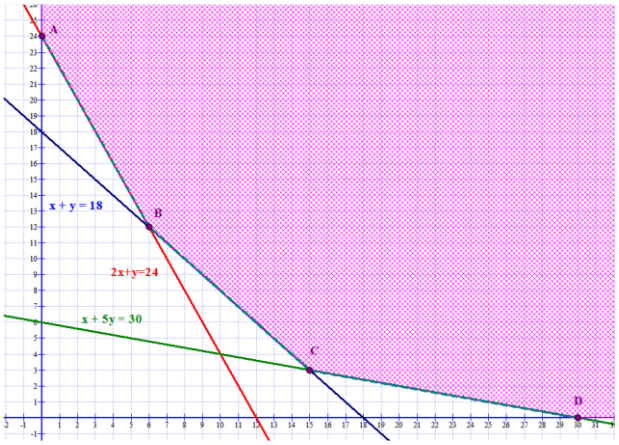
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si la demanda de bobinas de anchura A1 se redujera a la mitad. (0.5 puntos)

Solución:
i) y ii) La función a minimizar es la función gasto diario, que es $f(x,y)=70x+120y$.

Las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ 10x+10y\geq 180 \\ 10x+50y\geq 300 \\ 20x+10y\geq 240 \end{array}\right\}$$

El gasto es mínimo en C(15,3). Es decir 15 horas diarias en la planta P1 y 3 horas diarias en planta P2.
iii) La producción de bobinas A1 no influirá en la minimización del gasto.

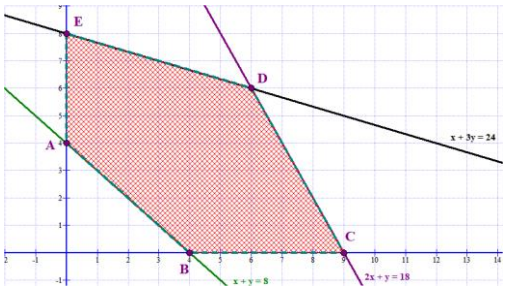


172.Navarra. Junio 2019. Opción B EJERCICIO 1:
Un agricultor quiere dedicar al menos 4 hectáreas al cultivo de dos productos (Cl y C2). El beneficio neto obtenido por cada hectárea cultivada es de 3000 € y 1500 €, respectivamente. Las necesidades por hectárea y temporada de horas de maquinaria y de kilos de abono son 20 horas y 100 kilos para el cultivo C1 y 10 horas y 300 kilos para el cultivo C2. Determine cuántas hectáreas conviene dedicar a cada cultivo para que el beneficio total sea máximo, si dispone para esta temporada de 180 horas maquinaria y de 2400 kilos de abono.
i) Plantee el problema. (1.5 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría si además se desea que el número de hectáreas dedicadas al cultivo C2 sea no menor que el doble del número de hectáreas dedicadas al cultivo Cl. (0.5 puntos)

Solución:
i) y ii) Las restricciones se resumen:

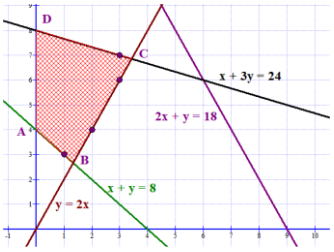
$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ x+y\geq 4 \\ 2x+y\leq 18 \\ x+3y\leq 24 \end{array}\right\}$$

La función beneficio es $B(x,y)=3000x+1500y$



La solución es múltiple:
9 hectáreas de C1 y 0 de C2 o bien 6 hectáreas de C1 y 6 de C2. También 8 de C1 y 2 de C2, 7 de C1 y 4 de C2.

iii) El máximo beneficio es en el punto H(3,7), es decir, 3 hectáreas de C1 y 7 de C2.



173.Navarra. Septiembre 2018. Opción B EJERCICIO 1:
Los estudiantes de bachillerato de un centro escolar han recolectado 6000 euros que quieren destinar a proyectos benéficos. Han seleccionado dos proyectos: el proyecto P1 colabora en la vacunación de niños y el proyecto P2 proporciona suplementos nutricionales a niños con alimentación incompleta. Por cada euro invertido en el proyecto P1 se podrá vacunar a tres niños y por cada euro invertido en el proyecto P2 se proporciona suplementos nutricionales a cinco niños. Los estudiantes deciden repartir el dinero en los proyectos de forma que se done para vacunas no más del doble de la donación para suplementos nutricionales. Además, quieren donar al menos 1500 euros al proyecto de vacunación y no más de 3500

euros al proyecto de alimentación. Determine cuántos euros deberán invertir en cada proyecto si se desea maximizar el número total de niños beneficiados.

i) Plantee el problema. (1.5 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)

iii) Analice gráficamente qué ocurriría si se elimina la restricción de no invertir más de 3500 euros en suplementos nutricionales. (0.5 puntos)

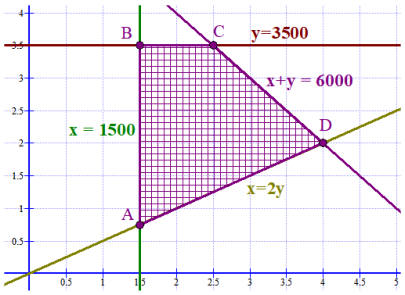
Solución:

i) y ii) La función a maximizar es el número de niños beneficiados →

$B(x, y) = 3x + 5y$

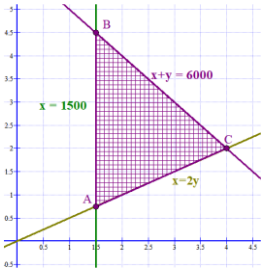
Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} y \geq 0 \\ y \leq 3500 \\ x + y \leq 6000 \\ x \leq 2y \\ x \geq 1500 \end{array}\right\}$$



El máximo número de beneficiarios se alcanza en el punto C(2500, 3500).
Con 2500 € destinados al proyecto P1 y 3500 € al proyecto P2.

iii) La nueva región es la del dibujo:



El máximo número de beneficiarios se alcanza en el punto B(1500, 4500).
Se maximizan los beneficiarios de estos proyectos invirtiendo 1500 € en el proyecto P1 y 4500 en el proyecto P2.

174.Navarra. Junio 2018. Opción A EJERCICIO 1:

Un estudiante de bachillerato ha decidido mejorar la dieta de su animal de compañía y analiza la composición de dos marcas de pienso (P1 y P2). La siguiente tabla recoge la información asociada a una ración de cada tipo de pienso:

	Hidratos de carbono	*Proteínas*	*Grasas*	*Hierro*	*Vitamina C*	*Precio de venta(€)*
P1	*4*	*7*	*2*	*0*	*0*	*0.8*
P2	*4*	*5*	*3*	*2*	*3*	*0.6*

Su veterinario le ha recomendado una dosis diaria de hidratos de carbono entre 12 y 40 unidades, una dosis mínima diaria de vitamina C de 6 unidades, una dosis máxima de hierro diaria de 10 unidades y no sobrepasar 17 unidades de grasas al día. Determine cuántas raciones de cada tipo de pienso deberá usar para alimentar diariamente a su mascota si el estudiante desea maximizar la ingesta diaria de proteínas.

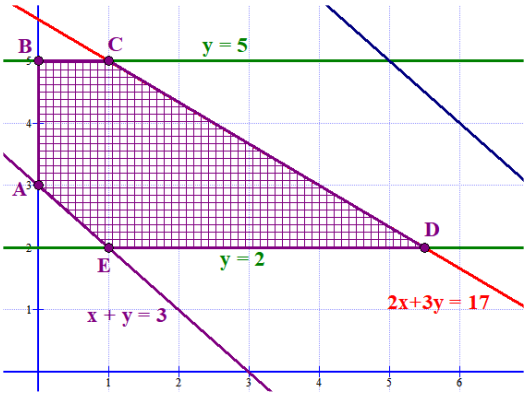
i) Plantee el problema. (1.5 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)

iii) Analice gráficamente qué ocurriría si el estudiante cambiara de opinión y deseara minimizar el gasto diario en pienso. (0.5 puntos)

Solución: i) y ii) Deseamos maximizar las proteínas ingeridas.
$P(x,y)=7x+5y$

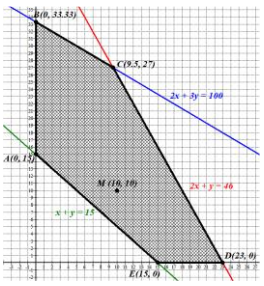
Las restricciones son
$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ 3\leq x+y\leq 10 \\ 2\leq y\leq 5 \\ 2x+3y\leq 17 \end{array}\right\}$$



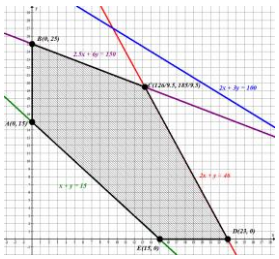
La máxima dosis de proteínas se consigue en el punto D(5.5, 2), pero las raciones del pienso P1 es decimal. Si deseamos unas raciones enteras, la solución es el punto (5,2). La solución es 5 raciones del pienso P1 y 2 raciones del pienso P2.
iii) El gasto mínimo se obtiene con el punto A. Con 3 raciones del pienso P2

175.Navarra. Septiembre 2017. Opción A EJERCICIO 1:
Una empresa fabrica y vende dos tipos de productos (A y B). El precio de venta de una tonelada del producto A en el mercado es de 200 euros y el de una tonelada de B es de 500 euros. Para su elaboración utilizan dos materias primas (M1 y M2), de la que disponen diariamente de 184 y 100 unidades, respectivamente. Para fabricar una tonelada de A se necesitan 8 unidades de M1 y 2 unidades de M2. Para elaborar una tonelada de B se necesitan 4 unidades de M1 y 3 unidades de M2. El coste unitario asociado a la fabricación del producto A es de 25 euros y el de B es de 275 euros. Determine cuántas toneladas de cada producto deberá fabricar diariamente esta empresa si desea maximizar el beneficio, garantizando un nivel de fabricación total de al menos 15 unidades.
i) Plantee el problema. (1.5 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)
iii) Una nueva normativa en el sector de esta empresa exige que las emisiones contaminantes derivadas del proceso de fabricación no supere el nivel de 150 unidades de emisiones diarias. La fabricación de una tonelada de A genera 2,5 unidades de emisiones contaminantes y la de una tonelada de B genera 6 unidades. Analice gráficamente cómo afectaría a la política de fabricación el cumplimiento de la nueva normativa. (0.5 puntos)

Solución:
i) y ii) La función a maximizar es el beneficio $B(x,y)=175x+225y$
Las restricciones son:
$$\left.\begin{array}{l} 2x+y\leq 46 \\ 2x+3y\leq 100 \\ x+y\geq 15 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$



El máximo beneficio se obtiene en el punto C(9.5, 27). Hay que producir 9,5 toneladas del producto A y 27 del producto B para maximizar el beneficio.
iii)
La región factible se reduce a la nueva gráfica.
El nuevo valor máximo se alcanza en el punto C(13.26, 19.47). Deben producirse 13.26 toneladas de A y 19.47 de B.



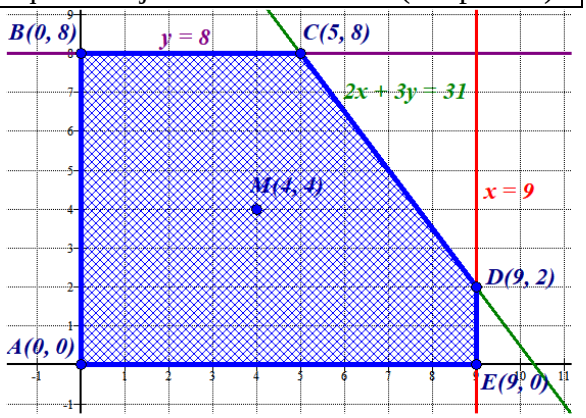
176.Navarra. Junio 2017. Opción A EJERCICIO 1:
Una empresa va a contratar personal para la campaña de rebajas. Cada dependienta que contrate trabajará 8 horas al día y cobrará 60 euros diarios. Cada cajera trabajará 10 horas al día y cobrará 90 euros diarios. Se seleccionan 8 dependientas y 9 cajeras en paro. Si la empresa dispone de 930 euros diarios para sueldos, ¿cuántas empleadas de cada clase debe contratar para que cubran el mayor número de horas?

i) Plantee el problema. (1.5 puntos)
ii) Resuélvalo gráficamente. (1.5 puntos)
iii) Analice gráficamente qué ocurriría sí cada cajera tuviera que trabajar 12 horas diarias. (0.5 puntos)

Solución: La función a maximizar es el número de horas que trabajan → $f(x,y)=10x+8y$.

Las restricciones son

$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0;\ y\geq 0 \\ y\leq 8 \\ x\leq 9 \\ 2y+3x\leq 31 \end{array}\right\}$$



El valor máximo se alcanza en el punto C(5, 8). Significa que se deben contratar 5 cajeras y 8 dependientas para cubrir el máximo posible de horas, atendiendo a las restricciones consideradas.

iii) La nueva función a maximizar es $f(x,y)=12x+8y$

Como en el punto C(5, 8) y D(9, 2) se obtiene el mismo número máximo de horas, la solución al problema serían todos los puntos con valores enteros comprendidos en el segmento CD:

C(5, 8) → *5 cajeras y 8 dependientas*
F(7, 5) → *7 cajeras y 5 dependientas*
D(9, 2) → *9 cajeras y 2 dependientas*

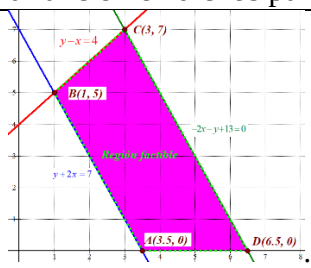
PAÍS VASCO

177.País vasco. Extraordinaria 2022. A 1 [hasta 2.5 puntos]

Se quiere obtener el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=4x+2y-1$ en el recinto definido por las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} y-x\le 4 \\ y+2x\ge 7 \\ -2x-y+13\ge 0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$$

a) **[1 punto]** Representa el recinto mencionado.
b) **[1,5 puntos]** Obtén los puntos en los que se alcanza el máximo y el mínimo de la función, así como los valores de la función en dichos puntos.



Solución: a) . *b) El máximo valor de la función es 25 y se obtiene en cualquier punto del segmento CD, siendo C(3,7) y D(6.5, 0). El mínimo valor de la función es 13 y se obtiene en cualquier punto del segmento AB. Siendo A(3.5, 0) y B(1, 5)*

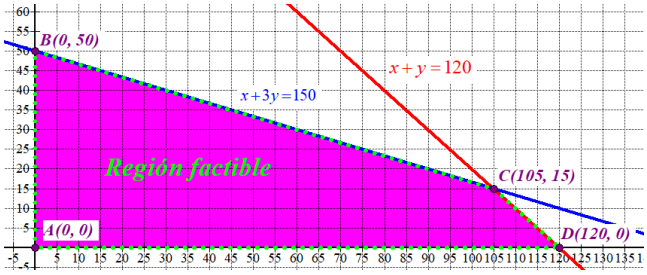
178.País vasco. Ordinaria 2022. B 1 [hasta 2.5 puntos]

El ayuntamiento de una determinada ciudad ha concedido la licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B.

Para ello, la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros. El coste de construcción de la vivienda de tipo A es 100.000 €, y el de la del tipo B 300.000 €. Además, el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20.000 € y por una del tipo B a 40.000 €.

	Coste de construcción	Beneficio
A	100.000 €	20.000 €
B	300.000 €	40.000 €

a) [2,2 puntos] ¿Cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener el máximo beneficio?
b) [0,3 puntos] ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?



Solución: *El máximo beneficio que se puede obtener es 2 700 000 € y se obtiene construyendo 105 casas del tipo A y 15 del tipo B.*

179.País vasco. Extraordinaria 2021. A 1 [hasta 2.5 puntos]

Se quiere obtener el máximo y el mínimo de la función $f(x,y)=5x+4y$ en el recinto definido por las siguientes restricciones:

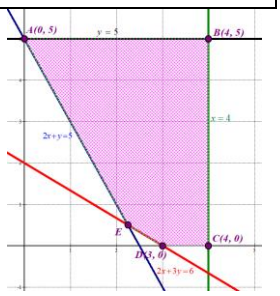
$$\begin{cases} 2x+3y \geq 6 \\ 2x+y \geq 5 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

a) ⟦ 1 punto⟧ Representa el recinto mencionado.

b) ⟦ 1,5 puntos⟧ Obtén los puntos en que se alcanza el máximo y el mínimo de la función, así como los valores de ésta en dichos puntos.

Solución: a)

b) El valor máximo de la función es 40 y se alcanza en el punto B(4,5) y el mínimo valor de la función es 13.25 y se alcanza en el punto E(2,25, 0.5)



180.País vasco. Ordinaria 2021. B 1 [hasta 2.5 puntos]

Una empresa produce dos tipos de camisas con perlas blancas, grises y rosas. Para hacer una camisa del tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 rosas, mientras que para una camisa del tipo B se necesitan 10 perlas blancas, 20 grises y 60 rosas.

La empresa dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, y decide utilizar al menos 1800 perlas rosas.

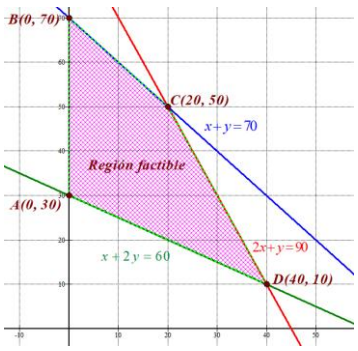
Se sabe que el beneficio que se obtiene por cada camisa del tipo A es de 60 euros, y por cada camisa del tipo B de 50 euros.

a) [2 puntos] Calcula cuántas unidades de cada tipo de camisa debe producir para obtener el máximo beneficio, así como el valor de dicho beneficio.

b) [0,5 puntos] ¿Es posible que la empresa fabrique 40 camisas del tipo A y 20 del tipo B? Razona la respuesta.

Solución: a) Llamamos "x" a las unidades de camisas de tipo A que debe producir e "y" a las unidades de camisa tipo B. La función a maximizar es el beneficio $B(x,y)=60x+50y$ *. Las restricciones del problema son*

$$\begin{cases} 2x+y \leq 90 \\ x+y \leq 70 \\ x+2y \geq 60 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{cases}$$



El máximo beneficio que se puede obtener en la región factible es 3700 € y

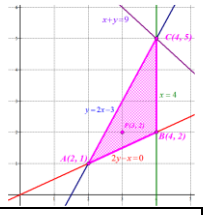
se obtiene fabricando 20 camisas del tipo A y 50 del tipo B.

b) Fabricar 40 camisas del tipo A y 20 del tipo B viene reflejado en el punto (40, 20). Este punto está fuera de la región factible y por tanto no cumple todas las restricciones pedidas en el ejercicio.

181.País vasco. Extraordinaria 2020. A 1 [hasta 2.5 puntos]
Determina el valor máximo de la función objetivo $F(x, y) = 5x + 4y$ restringida por las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} 2y - x \geq 0 \\ y \leq 2x - 3 \\ x + y \leq 9 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Solución:
La función objetivo toma un valor máximo de 40 en el punto C(4, 5), para x = 4 e y = 5.

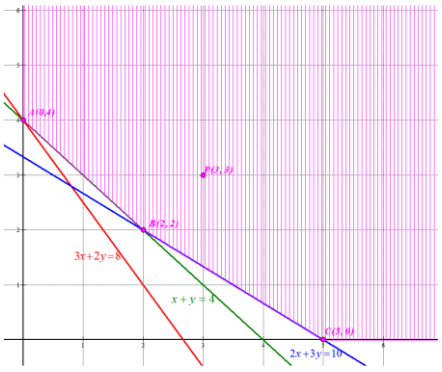


182.País vasco. Ordinaria 2020. B 1 [hasta 2,5 puntos]
Un guía de turismo quiere adquirir tickets de diferentes actividades para sus clientes. En concreto, quiere comprar al menos 16 tickets para acudir a un museo, 20 para realizar una visita guiada y 16 para asistir a un espectáculo.
Dos agencias disponen de ofertas para dichos tickets combinados en paquetes:
♦ La agencia A ofrece paquetes formados por 6 tickets para el museo, 4 para la visita guiada y 4 para el espectáculo, a 210 € cada paquete.
♦ La agencia B ofrece paquetes formados por 4 tickets para el museo, 6 para la visita guiada y 4 para el espectáculo, a 230 € cada paquete.
¿Cuántos paquetes deberá comprar el guía a cada agencia para que su coste sea mínimo? ¿A cuánto asciende dicho coste?

Solución:
La función objetivo es el coste → $C(x, y) = 210x + 230y$
Las restricciones son:

$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 8 \\ 2x + 3y \geq 10 \\ x + y \geq 4 \\ x \geq 0; \quad y \geq 0 \end{cases}$$

El coste mínimo se produce en el vértice B(2, 2). Significa que comprando 2 paquetes de cada agencia el coste es mínimo, de 880 €.

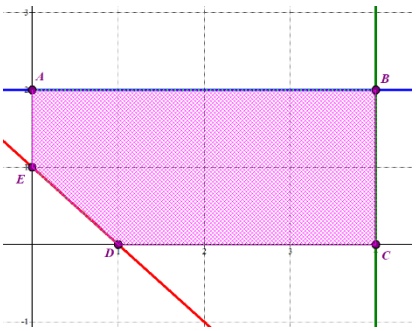


183.País vasco. Julio 2019. A 1 [hasta 3 puntos]
Sea la región definida por las inecuaciones:

$$x + y - 1 \geq 0, \qquad 0 \leq x \leq 4, \qquad 0 \leq y \leq 2$$

Determinar los puntos de dicha región en los que la función $F(x, y) = 4x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcular los valores de la función en dichos puntos.

Solución:
La función alcanza un máximo en el punto B(4, 2) siendo F(4, 2) = 20.
La función alcanza un mínimo en el punto E(0, 1) siendo F(0, 1) = 2.



184.País vasco. Junio 2019. A 1 [hasta 3 puntos]
Una pastelera fabrica dos tipos de tartas. La tarta de tipo A se elabora con 1 kg. De masa y 1,5 kg. de chocolate, y se vende a 24 euros. La de tipo B se vende a 30 euros y se elabora con 1,5 kg. de masa y 1 kg. de chocolate, tal como aparece en la siguiente tabla:

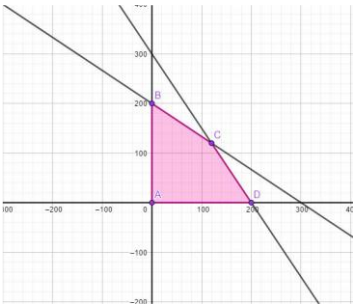
	Masa	Chocolate
A	1 kg	1,5 kg
B	1,5 kg	1 kg

Si la pastelera sólo dispone de 300 kg. de cada ingrediente, ¿cuántas tartas ha de fabricar de cada tipo para obtener el máximo ingreso? Calcula el valor de dicho ingreso.

Solución: Llamamos "x" al nº de tartas tipo A e "y" al nº de tartas de tipo B. La función objetivo es $f(x,y)=24x+30y$.

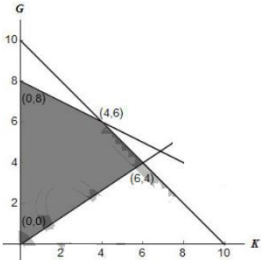
Las restricciones son $\left.\begin{array}{l} x+1.5y\le 300 \\ 1.5x+y\le 300 \\ x\ge 0;\ \ y\ge 0 \end{array}\right\}$

Para conseguir el ingreso máximo se deberían hacer 120 tartas de cada tipo. Ese ingreso máximo es de 6480 €



185.País vasco. Julio 2018. A 1 [hasta 3 puntos]
Un vehículo utiliza como combustible una mezcla de gasolina y queroseno. Se deben cumplir las restricciones: (i) La capacidad del depósito es de 10 litros; (ii) la cantidad G (en litros) de gasolina debe ser, como mínimo, 2/3 de la de queroseno K, donde $K\ge 0$; (iii) un litro de gasolina cuesta 1 € y uno de queroseno 0.5 €, siendo 8 € el límite de gasto total. Responder las siguientes cuestiones:
a) Dibuja la región del plano KG en la que las cantidades de litros de gasolina G y queroseno K son compatibles con las restricciones (i), (ii) y (iii).
b) La función $F(G,K)=8G+5K$ representa la distancia, en kilómetros, recorrida por el vehículo en función de los consumos de gasolina y queroseno.
Calcular los valores óptimos de G y K compatibles con las restricciones y que le permitan recorrer mayor distancia.

Solución: a)
b) El trayecto más largo que se puede realizar es de 68 km eligiendo G = 6 y K = 4.

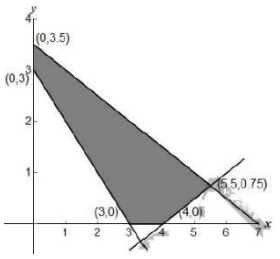


186.País vasco. Junio 2018. A 1 [hasta 3 puntos]
Considérense las siguientes desigualdades en el plano XY cuando x ≥ 0 e y ≥ 0:

$$x+2y\le 7,\ \ x+y\ge 3,\ \ 2y-x\ge -4$$

a) Dibuja el recinto restringido por las desigualdades anteriores en el plano XY.
b) Encuentra el máximo de la función $F(x,y)=2x+3y$ en el recinto del apartado anterior.
c) Encuentra el máximo de la función *F(x,y)* cuando *x* e *y* son números enteros en el espacio de soluciones del apartado (a)

Solución:
b) El máximo de la función es 13.25 y está en el punto (5.5, 0.75).
c) El máximo está en (5, 1) y el valor máximo es de 13.

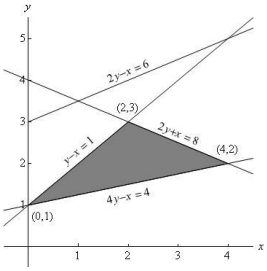


187.País vasco. Julio 2017. A 1 [hasta 3 puntos]
Sean las cuatro inecuaciones lineales:

$$(i)\ 4y-x\geq 4,\ (ii)\ 2y-x\leq 6,\ (iii)\ y-x\leq 1,\ (iv)\ 2y+x\leq 8$$

a) Dibuja en el plano *XY* el recinto limitado por las inecuaciones (i), (ii), (iii) y (iv). ¿Qué inecuación es superflua? (su ausencia no altera dicho recinto).
b) ¿Cuál es el máximo de la función *F*(*x*,*y*) = 3*xEl más*-2*y* en el recinto definido en el apartado anterior?

Solución: a)
Es superflua la inecuación (ii) 2y – x = 6
b) El máximo de la función es 8 y se alcanza en el vértice C (4, 2).



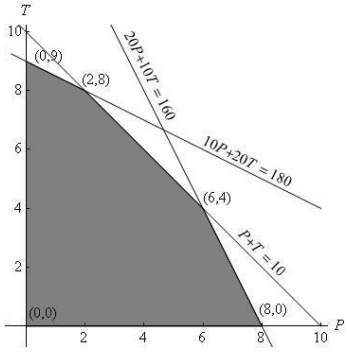
188.País vasco. Junio 2017. B 1 [hasta 3 puntos]
Para optimizar las ganancias un agricultor debe repartir sus 10 áreas de terreno cultivando una cierta superficie de pimientos "*P*" y de tomates "*T*". Descontando gastos, el beneficio por área de pimiento es de 200 € y de tomate 250 €. Diariamente hay 180 l. de agua para regar todo el terreno; un área de pimiento consume 10 l. mientras que una de tomate 20 l. La siembra de un área de pimiento cuesta 20 € y de una de tomate 10 €, siendo el presupuesto disponible 160 €.
a) Dibuja en el plano (*P*,*T*) el recinto de posibles repartos de la superficie respetando las restricciones del problema.
b) Escribe la función que calcula el beneficio *F*(*P*,*T*) y encuentra el valor (*P*,*T*) en el que se alcanza el máximo. Calcula dicho máximo.

Solución: a) Las restricciones son

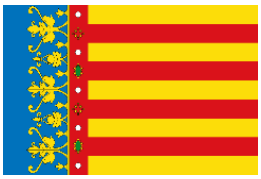
$$\{P+T\leq 10,\ 10P+20T\leq 180,\ 20P+10T\leq 160\}$$

b) Función objetivo: $F(P,T)=200P+250T$

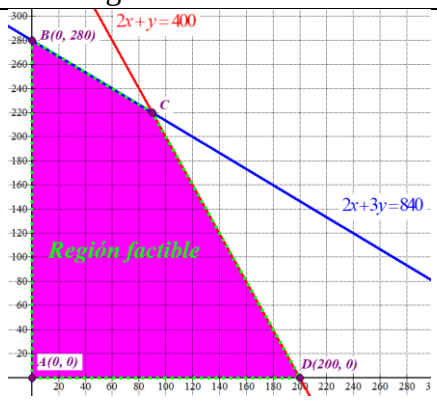
El máximo de la función es 2400 y se alcanza en el punto C (2, 8). Hay que sembrar 2 áreas de pimiento y 8 de tomate.



VALENCIA

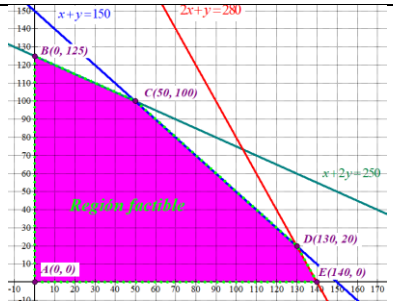


189.Valencia. Extraordinaria 2022. Problema 2. Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer las dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.
a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo. *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo? *(2 puntos)*



Solución: *Con 90 kilos de café mezclado a partes iguales y 220 kilos del café mezclado 1 a 3 se satisfacen las restricciones con unos ingresos máximos de 3550 €.*

190.Valencia. Ordinaria 2022. Problema 2. Una empresa apícola vende dos tipos de cajas con tres variedades de miel en cada una: miel de romero, miel de azahar y miel multifloral. La caja de tipo A contiene 2 tarros de miel de romero, 2 de azahar y 1 de multifloral. La caja de tipo B contiene 1 tarro de miel de romero, 2 de azahar y 2 de multifloral. Cada día la empresa dispone de 280 tarros de miel de romero, 300 de miel de azahar y 250 de miel multifloral. Con cada caja de tipo A obtiene un beneficio de 7 euros y con cada caja de tipo B obtiene un beneficio de 5 euros.
a) ¿Cuántas cajas de cada tipo debe comercializar para obtener un beneficio máximo? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*



Solución: Con 130 cajas del tipo A y 20 del tipo B se satisfacen las restricciones con un beneficio máximo de 1010 €.

191.Valencia. Ordinaria 2021. Problema 1. En una explotación ganadera se crían 100 animales. Cada ejemplar necesita diariamente como mínimo 5 kg de piensos de origen animal y como mínimo 3 kg de piensos de origen vegetal. Hay dos marcas A y B que venden sacos con mezclas de dichos piensos. La marca A vende sacos con 7 kg de piensos animales y 3 kg de piensos vegetales. La marca B vende sacos

con 6 kg de piensos animales y 4 kg de piensos vegetales. Si los sacos de la marca A cuestan 12 euros y los de la marca B cuestan 11 euros,
a) ¿cuál es la combinación de compra de sacos de cada marca que se ha de realizar semanalmente para minimizar el coste? *(8 puntos)*
b) ¿cuál sería dicho coste mínimo? *(2 puntos)*

Solución: a) Llamamos "x" al número de sacos semanales a comprar de la marca A e "y" al número de sacos semanales a comprar de B. La función objetivo que deseamos minimizar es el coste semanal: $C(x,y)=12x+11y$. *Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones.*

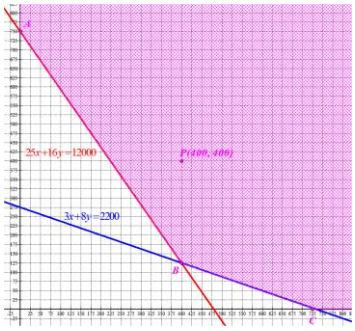
$$\left.\begin{array}{r} 7x+6y\geq 3500 \\ 3x+4y\geq 2100 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

Con 140 sacos de A y 420 de B se satisfacen las restricciones con un coste semanal mínimo (6300 €)

192.Valencia. Ordinaria 2020. Problema 1. Para fertilizar una parcela de cultivo se utilizan dos tipos de fertilizantes, *A* y *B*. El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 120 kilos de nitrógeno y 110 kilos de fósforo. El fertilizante *A* contiene un 25% de nitrógeno y un 15% de fósforo, siendo su precio de 1,2 euros el kilo, mientras que el fertilizante *B* contiene un 16% de nitrógeno y un 40% de fósforo y cuesta 1,6 euros el kilo.
a) ¿Qué cantidad se necesita de cada tipo de fertilizante para que el coste de la fertilización resulte mínimo? *(8 puntos)*
b) ¿Cuál es este coste mínimo? *(2 puntos)*

Solución:
La función objetivo es el coste → $f(x,y)=1,2x+1,6y$
Las restricciones son:

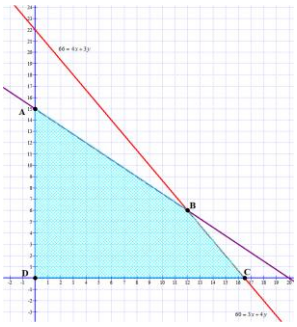
$$\left.\begin{array}{l} 3x+8y\geq 2200 \\ 25x+16y\geq 12000 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$



El mínimo coste se produce en el vértice B(400, 125). Con 400 kilos del fertilizante A y 125 del fertilizante B el coste de fertilizar la parcela es mínimo. Ese coste mínimo es de 680 €.

193.Valencia. Julio 2019. Opción A Problema 1. Un taller fabrica dos productos A y B. La producción de una unidad del producto A requiere 30 minutos para montar las piezas que lo forman y 40 minutos para pintarlo y la producción de una unidad del producto B exige 40 minutos para montar las piezas y 30 minutos para pintarlo.
Cada día se puede destinar como máximo 10 horas para montar piezas y 11 horas, también como máximo, para pintar los productos producidos.
Cada unidad del producto A se vende a 40 euros y cada unidad del producto B se vende a 35 euros.
¿Cuántas unidades se han de producir cada día de cada producto para obtener el máximo ingreso?
¿Cuál es dicho ingreso máximo?

Solución: El beneficio viene dado por la función: $B(x, y) = 40\,x + 35\,y$



Restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 4y \le 60 \\ 4x + 3y \le 66 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{cases}$$

Para obtener el máximo ingreso cada día hay que producir 12 unidades del producto A y 6 del B. Con esta producción el máximo ingreso será de 690€.

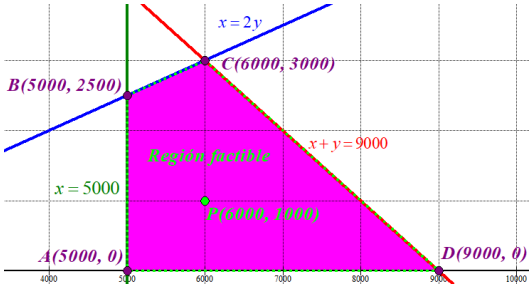
194.Valencia. Junio 2019. Opción A Problema 1. Un inversor dispone de 9000 euros y quiere invertir en dos tipos de productos financieros: A y B. La inversión en el producto A debe superar los 5000 euros y, además, esta debe ser el doble, al menos, que la inversión en el producto B. Se sabe que la rentabilidad del producto A es del 2,7% y la del producto B del 6,3%.

a) ¿Cuánto ha de invertir en cada producto para que la rentabilidad sea máxima? *(8 puntos)*

b) ¿Cuál es esa rentabilidad máxima? *(2 puntos)*

Solución: a) Llamamos x = cantidad invertida en el producto A; y = cantidad invertida en el producto B. Juntamos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x + y \le 9000 \\ x \ge 5000 \\ x \ge 2y \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{cases}$$



La rentabilidad total será: $B(x,y) = \frac{2.7}{100}x + \frac{6.3}{100}y$. *Esta función es la que deseamos maximizar.*

El máximo se alcanza en el punto C(6000, 3000). Lo que significa invertir 6000 € en producto A y 3000 € en producto B. *b) 351 €*

195.Valencia. Junio 2018. Opción A Problema 1. Una pastelería vende dos clases de cajas de bombones. En las cajas denominadas EXTRA incluye 15 bombones de tipo A y 30 de tipo B, mientras que las cajas denominadas DELUXE contienen 30 bombones de tipo A y 15 de tipo B.

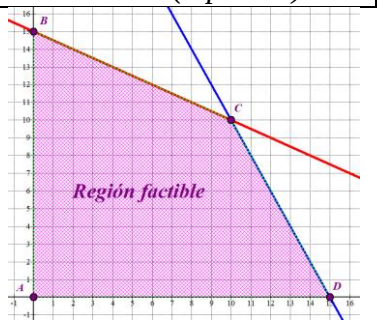
Con cada bombón de tipo A obtiene un beneficio de 50 céntimos, y con cada uno de tipo B un beneficio de 40 céntimos. Denominando *x* al número de cajas EXTRA, e *y* al número de cajas DELUXE que vende, se pide:

a) Calcula la función de beneficios de la pastelería. *(2 puntos)*

b) Si dispone de 450 bombones de cada tipo, calcula el número de cajas *x* e *y* que deberá vender de cada clase para obtener un beneficio máximo. *(6 puntos)*

Calcula dicho beneficio máximo. *(2 puntos)*

Solución: a) $B(x,y) = 19.5x + 21y$



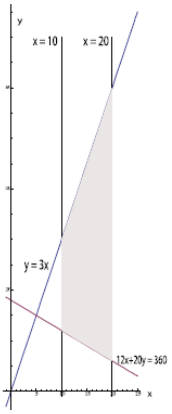
b) El valor máximo de la función beneficio se consigue en el vértice C(10, 10). 10 cajas de cada clase proporcionan un beneficio máximo de 405 €.

196.Valencia. Julio 2017. Opción A Problema 1. Representa gráficamente la región determinada por el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ x \leq 20 \\ x \geq \dfrac{y}{3} \\ 12x + 20y \geq 360 \end{cases}$$

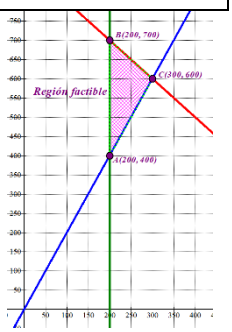
y calcula sus vértices. ¿Cuál es el mínimo de la función $f(x, y) = x - 2y$ en esta región? ¿En qué punto se alcanza?

Solución: Sus vértices tienen coordenadas (10, 30), (10, 12), (20, 6), (20, 60).
El valor mínimo de la función es –100 y se alcanza en el punto (20, 60).



197.Valencia. Junio 2017. Opción A Problema 1. Una empresa produce dos tipos de cerveza artesanal, A y B. La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios. La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A. La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza. Los beneficios que obtiene por litro de A y B son 2 y 2,5 euros, respectivamente. ¿Cuántos litros diarios se han de producir de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Solución: Llamamos "x" a los litros de cerveza A e "y" a los litros de cerveza B. La función que hay que maximizar es el beneficio que viene dado por $f(x, y) = 2x + 2.5y$

Las restricciones son:
$$\left.\begin{array}{l} x \geq 200 \\ y \geq 2x \\ x + y \leq 900 \end{array}\right\}$$

El beneficio máximo que se puede conseguir es de 2150 € con 200 litros de cerveza A y 700 litros de la cerveza B.