SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.

INFERENCIA ESTADÍSTICA.

TABLA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL. ESTIMACIÓN DE LA MEDIA. ESTIMACIÓN DE LA PROPORCIÓN.

1. Como utilizar la tabla de distribución normal (0,1).

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD: $P(z \le K)$. USO DE LA TABLA N(0, 1)	
VER VIDEO https://youtu.be/93IBoEpWVF8	
$P(z \le K+)$; VAMOS A LA TABLA	$P(z \le 1{,}13) = 0{,}8708$
$P(z \le K-) = 1 - P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \le -1{,}18) = 1 - P(z \le 1{,}18) = 1 - 0{,}8810 = 0{,}119$
$P(z \ge K+) = 1 - P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \ge 2{,}08) = 1 - P(z \le 2{,}08) = 1 - 0{,}9812 = 0{,}0188$
$P(z \ge K-) = P(z \le K+)$ Y VAMOS A LA TABLA	$P(z \ge -1{,}89) = P(z \le 1{,}89) = 0{,}9706$
$P(A \le z \le B) = p(z \le B) - P(z \le A)$	$P(0'97 < Z < 1'23) = P(z < 1'23) - P(z < 0'97) =$ $= 0'8907 - 0'8340 = 0'0567$

CÁLCULO DE LA PROBABILIDAD: $P(x \le K)$. USO DE LA TABLA $N(\mu, \sigma) \ne N(0, 1)$	
VER VIDEO https://youtu.be/gMpkG3TXeeU	
EJEMPLOS PARA N(20, 5)	
$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right)$	$P(x \le 25) = P\left(z \le \frac{25-20}{5}\right) = P(z \le 1) = 0{,}8413$
	$P(x \le 15) = P\left(z \le \frac{15-20}{5}\right) = P(z \le -1) = 1 - \overbrace{P(z \le 1)}^{0{,}8413} = 0{,}1587$
	$P(x \ge 31) = P\left(z \ge \frac{31-20}{5}\right) = P(z \ge 1{,}2) = 1 - \overbrace{P(z \ge 1{,}2)}^{0{,}8849} = 0{,}1151$
	$P(x \ge 17{,}4) = P\left(z \ge \frac{17{,}4-20}{5}\right) = P(z \ge -0{,}52) = P(z \le 0{,}52) = 0{,}6985$

CÁLCULO DE K CONOCIENDO LA PROBABILIDAD	
$P(z \le K) = p > 0{,}5 \rightarrow$ TABLA	$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p > 0{,}5 \rightarrow$ TABLA
$P(z \le K) = p < 0{,}5 \rightarrow P(z \le -K) = 1 - p \rightarrow$ TABLA	$P(x \le K) = P\left(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p < 0{,}5$ $P(z \le \frac{\mu-k}{\sigma}) = 1 - p \rightarrow$ TABLA
$P(z \ge K) = p > 0{,}5 \rightarrow P(z \le -K) = p \rightarrow$ TABLA	$P(x \ge K) = P\left(z \ge \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p > 0{,}5$ $P(z \le \frac{\mu-K}{\sigma}) = p \rightarrow$ TABLA
$P(z \ge K) = p < 0{,}5 \rightarrow P(z \le K) = 1 - p \rightarrow$ TABLA	$P(x \ge K) = P\left(z \ge \frac{K-\mu}{\sigma}\right) = p < 0{,}5$ $P(z \le \frac{K-\mu}{\sigma}) = 1 - p \rightarrow$ TABLA

2

Calcular K en los siguientes casos para una distribución normal (100, 10)

a. P(x ≤ K) = 0, 97 (97 %)
b. P(x ≤ K) = 0, 34 (34 %)
c. P(x ≥ K) = 0, 56 (56 %)
d. P(x ≥ K) = 0, 42 (42 %)

VER VIDEO https://youtu.be/CIh_pCMwQi4
VER VIDEO https://youtu.be/HwNLT2Hm3rY

TABLA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL (0,1)

z	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0'2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6065	0.6103	0.6141
0'3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0'4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
0'5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0'6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0'7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0'8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0'9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
1'0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1'1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1'2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1'3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1'4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
1'5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1'6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1'7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1'8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1'9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
ACADEMIA ALCOVER 660 41 88 26										
2'0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2'1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2'2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2'3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2'4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
2'5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2'6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2'7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2'8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2'9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
3'0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3'1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3'2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3'3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3'4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
	0'00	**0'01**	**0'02**	**0'03**	**0'04**	**0'05**	**0'06**	**0'07**	**0'08**	**0'09**
3'5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3'6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3'7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

3'8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

2. ESTIMACIÓN DE LA MEDIA

● Teorema central del límite:

Si $n \geq 30$ o la población es normal $\rightarrow \bar{x}$ es $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$\rightarrow$ Distribución de medias muestrales.

● Intervalo de confianza de μ, con un nivel de confianza $1-\alpha$.

$$\left(\bar{x}-\overbrace{Z\alpha_{/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}^{\text{ERROR:E}};\bar{x}+Z\alpha_{/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\text{I. C.}:\left(\overbrace{\bar{x}-E}^{A},\overbrace{\bar{x}+E}^{B}\right)\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{A+B}{2}\\ E=\dfrac{B-A}{2}\end{cases}$$

Si tenemos como dato el Intervalo de confianza, podemos hallar $\bar{x}$ y E.

$$\text{I. C.}:(2'875,,3'125)\begin{cases}\bar{x}=\dfrac{2{,}875+3{,}125}{2}=3\\ E=\dfrac{3{,}125-2{,}875}{2}=0{,}125\end{cases}$$

● Error admisible y tamaño de la muestra.

$$E=Z\alpha_{/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\rightarrow\begin{cases}\text{Tamaño de la muestra: } n=\left(\dfrac{Z\alpha_{/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2\\ \text{Desviación típica: } \sigma=\dfrac{E\cdot\sqrt{n}}{Z\alpha_{/2}}\\ \text{Para el cálculo del nivel de confianza: } Z\alpha_{/2}=\dfrac{E\cdot\sqrt{n}}{\sigma}\end{cases}$$

1. El peso de los paquetes de azúcar en una determinada fábrica sigue una distribución normal de media 250 y desviación típica 20. Calcular:

a. La probabilidad de que un paquete pese menos de 260 gramos

b. La probabilidad de que la media del peso de 25 paquetes esté por encima de 252 gramos

c. La probabilidad de que el peso total de 25 paquetes no supere los 6150 gramos.

VER VIDEO https://youtu.be/1sd-VPTmonA

a.

$$N(\mu,\sigma); N(250,20); P(x<260)=P\left(z<\frac{260-250}{20}\right)=P(z<0{,}5)=0{,}6915$$

b.

$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right); N\left(250,\frac{20}{\sqrt{25}}\right); N(250,4); P(\bar{x} > 252) = P\left(z > \frac{252-250}{4}\right) = P(z > 0{,}5)$
$1 - P(z < 0{,}5) = 1 - 0{,}6915 = 0{,}3085$

c.

$N(\mu \cdot n, \sigma \cdot \sqrt{n}); N(250 \cdot 25, 20 \cdot \sqrt{25}); N(6250,100); P\left(\sum x < 6150\right);$
$= P\left(z < \frac{6150-6250}{100}\right) = P(z < -1) = 1 - P(z < 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

2. a. Los pesos de los habitantes de una ciudad tienen una media de 67 kg y una desviación típica de 5 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que la media del peso de 100 personas supere los 68.5 kg, y que sea menor que 68 kg?.

b. En un hospital se ha tomado la temperatura a una muestra de 64 pacientes, para estimar la temperatura media de los enfermos. La media de la muestra es 37,1 ºC, y la desviación típica de la población, es 1,04 ºC. Calcula un intervalo de confianza para la media poblacional con un nivel de confianza del 99%. Interpreta el resultado.

VER VIDEO https://youtu.be/hl73D8MxGIs

a.

$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(67,\frac{5}{\sqrt{100}}\right) = N(67{,}0'5)$

$P(x > 68{,}5) = P\left(z \geq \frac{68{,}5-67}{0{,}5}\right) = P(z \geq 3) = 1 - P(z \leq 3) = 1 - 0{,}9987 =$
$= 0{,}0013$

$P(x < 68) = P\left(z < \frac{68-67}{0{,}5}\right) = P(z < 2) = 0{,}9772$

b.

$I.C. = \left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(37'1 - 2'575 \cdot \frac{1'04}{\sqrt{64}}, 37'1 + 2'575 \cdot \frac{1'04}{\sqrt{64}}\right) =$
$= (36'765{,}37'435)$

Calculo de $Z_{1/2}$:

Nivel de confianza 99% → 1 – α = 0,99 → α = 0,01 → α/2 = 0,005 → 1 – α/2 = 0,995 → $Z_{\alpha/2}$ = 2,575.

3. a. En una fábrica de pilas se sabe que la desviación típica de la duración de un determinado tipo de pilas es de 80 horas. Si α = 0,2 (nivel de significación) y en una muestra de 50 de estas pilas la duración media es de 500 horas; determinar el intervalo de confianza para la duración media poblacional.

b. Si la duración de este tipo de pilas sigue una normal de media 500 horas y desviación típica 80 horas. ¿Cuál sería la probabilidad de que la duración media de 9 pilas fuese superior a 520 horas?

VER VIDEO https://youtu.be/Q2yNrwCN18E

a.

$\alpha = 0{,}2 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}1 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}285$

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(500 - 1{,}285\frac{80}{\sqrt{50}}; 500 + 1{,}285\frac{80}{\sqrt{50}}\right)$$
$$= (485{,}46; 514{,}54)$$

b.

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(500, \frac{80}{\sqrt{9}}\right) = N(500; 26{,}67)$$

$$P(\bar{x} \geq 520) = P\left(z \geq \frac{520 - 500}{26{,}67}\right) = P(z \geq 0{,}75) = 1 - \overbrace{P(z \leq 0{,}75)}^{0{,}7734} = 0{,}2266$$

4. A lo largo de diferentes pruebas de acceso a la Universidad se ha observado que la distribución de las calificaciones en la asignatura de matemáticas sigue una ley normal de media 5,3 y desviación típica 0,8.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 49 alumnos tenga una media superior a 5,7?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno elegido al azar suspenda la asignatura de matemáticas?

VER VIDEO https://youtu.be/MqgBf_PboWM

a.

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(5{,}3, \frac{0{,}8}{\sqrt{49}}\right) = N\left(500; \frac{4}{35}\right)$$

$$P(\bar{x} \geq 5{,}7) = P\left(z \geq \frac{5{,}7 - 5{,}3}{\frac{4}{35}}\right) = P(z \geq 3{,}5) = 1 - \overbrace{P(z \leq 3{,}5)}^{0{,}9998} = 0{,}0002$$

b.

$$N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(5{,}3, \frac{0{,}8}{1}\right) = N(500; 0{,}8)$$

$$P(\bar{x} \leq 5) = P\left(z \leq \frac{5 - 5{,}3}{0{,}8}\right) = P(z \leq 0{,}38) = 0{,}6480$$

5. Se sabe que el peso de los jugadores de la liga de fútbol profesional se distribuye según una normal de desviación típica de 6 Kg. Para estudiar el peso medio de los jugadores, se extrae una muestra de tamaño 8, obteniendo los siguientes resultados: 63,7; 48; 43,5; 65; 82; 70,3; 56,5; 50.

a. Calcular un intervalo de confianza a un nivel de significación del 10% para el peso medio de los jugadores.

b. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que con el mismo nivel de significación el error cometido en la estimación no exceda de 1,2 Kg?

VER VIDEO https://youtu.be/_EtrGBjIgv4

a.

$$\bar{x} = 59{,}875$$
$$\alpha = 0{,}1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}65$$
$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(59{,}875 - 1{,}645\frac{6}{\sqrt{8}}; 59{,}875 + 1{,}645\frac{6}{\sqrt{8}}\right) =$$
$$= (56{,}37; 63{,}37)$$

b.

$$n=\left(\frac{Z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{1,645\cdot 6}{1,2}\right)^2=67,65\rightarrow n>67$$

6. a. Para estudiar el consumo de leche, en litros, por persona y mes, se ha escogido una muestra de 150 personas con un consumo medio de 22 L. por persona y mes. Si este consumo sigue una distribución normal de desviación típica 6, determina un intervalo de confianza para el consumo medio por persona y mes con un nivel de confianza del 96 %.

b. Se quiere estimar el consumo medio de leche, en litros, por persona y mes. Si este consumo sigue una distribución normal con desviación típica 6, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra que se necesita para dicha estimación con un error menor de 1 L y un nivel de confianza del 90 %?

VER VIDEO https://youtu.be/d6z0f_RUZXE

a.

$$1-\alpha=0,96\rightarrow\alpha=0,04\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0,02\rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0,98\rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=2,055$$

$$\left(\bar{x}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\bar{x}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(20,9933;23,0067)$$

b.

$$n=\left(\frac{Z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{1,645\cdot 6}{1}\right)^2=97,4169\rightarrow n>97$$

7. Se asume que la cantidad de agua (en litros) recolectada cada día en una estación meteorológica se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución típica normal σ = 2. Se elige una muestra aleatoria y se obtienen los siguientes resultados de agua recogida cada día en litros: 8,8; 3,8; 6,5; 3,6; 5,5; 7,5; 3,5; 8,9; 7,9; 4

a. Determina un intervalo de confianza para la cantidad promedio de agua recolectada cada día en la estación, con un nivel de confianza de 95%.

b. Calcular el tamaño de la muestra para estimar el promedio de agua recolectada cada día, mediante la estimación de la media de esta muestra, siendo la amplitud del intervalo de confianza menor de un litro, con un 98% de nivel de confianza.

VER VIDEO https://youtu.be/t6gRQUxGO7I

a.

$$\bar{x}=6$$

$$1-\alpha=0,95\rightarrow\alpha=0,05\rightarrow\frac{\alpha}{2}=0,025\rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=0,975\rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}=1,96$$

$$\left(\bar{x}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\bar{x}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=(4,7604;7,2396)$$

b. Amplitud del intervalo = 2·E → E = 0,5

$$n=\left(\frac{Z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2=\left(\frac{2,325\cdot 2}{0,5}\right)^2=86,49\rightarrow n>86$$

8. Una empresa dedicada a la elaboración de productos derivados del maíz tiene una determinada máquina que empaqueta los granos de maíz en sacos que siguen una distribución normal con μ = 250 g. y σ = 25 g. Las bolsas están empaquetadas en cajas de 200 unidades.

a. Determine la distribución de las medias de las muestras.

b. Calcule la probabilidad de que la media de los pesos de las bolsas en un paquete sea más pequeña de 245 g.

c. Calcula la probabilidad de que una caja de 200 sacos pese más de 51 kg.

VER VIDEO VER VIDEO https://youtu.be/BarAlI97ilQ

a.

$$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(250,\frac{25}{\sqrt{200}}\right)$$

b.

$$P(\bar{x}\leq 245)=P\left(z\leq\frac{245-250}{\frac{25}{\sqrt{200}}}\right)=P(z\leq -2{,}83)=1-\overbrace{P(z\leq 2{,}83)}^{0{,}9977}=0{,}0023$$

c. En este caso tenemos:

$$N(n\cdot\mu,\sigma\cdot\sqrt{n})=N(50000{,}25\sqrt{200})$$

$$P\left(\sum_{i=1}^{200}x_i\geq 51000\right)=P\left(z\geq\frac{51000-50000}{25\sqrt{200}}\right)=P(z\geq 2{,}83)=1-\overbrace{P(z\leq 2{,}83)}^{0{,}9977}$$
$$=0{,}0023$$

9. La altura media de los jóvenes de 20 años de un pueblo sigue una distribución normal en media de 174 cm. y desviación típica 10 cm. Se elige una muestra simple de 144 jóvenes. Sea $\bar{x}$ la media de la muestra de las alturas observadas.

a. ¿Cuál es la media y la varianza de la variable aleatoria x?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la altura media de la muestra este entre 173 cm. y 175 cm.?

VER VIDEO https://youtu.be/TDT4xT8_x5c

a. Media $\mu=174$ cm. y varianza $\sigma^2=100$ cm²

b.

$$N\left(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=N\left(174,\frac{10}{\sqrt{144}}\right)=N(174;0{,}833)$$

$$P(173<\bar{x}<175)=P(\bar{x}<175)-P(\bar{x}<173)=$$

$$=P\left(z<\frac{175-174}{0{,}833}\right)-P\left(z<\frac{173-174}{0{,}833}\right)=\overbrace{P(z<1{,}2)}^{0{,}8849}-P(z<-1{,}2)=$$

$$\overbrace{P(z<1{,}2)}^{0{,}8849}-\left(1-\overbrace{P(z<1{,}2)}^{0{,}8849}\right)=0{,}7698$$

10. a. La antigüedad de los aviones comerciales sigue una distribución normal con una desviación típica de 8,28 años. Se toma una muestra de 40 aviones y la antigüedad media es de 13,41 años. Obtener un intervalo de confianza del 90 % para la antigüedad media.

b. ¿Cuál es el tamaño mínimo de la muestra para obtener un intervalo de confianza del 95% con la misma amplitud del anterior?

VER VIDEO https://youtu.be/dAq5K6T5Eng

a.

$$1-\alpha = 0{,}90 \rightarrow \alpha = 0{,}1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}05 \rightarrow 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$$

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (11{,}26; 15{,}56)$$

b.

$$E = \frac{15{,}56 - 11{,}26}{2} = 2{,}15$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$$

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1{,}96 \cdot 8{,}28}{2{,}15}\right)^2 = 56{,}98 \rightarrow n > 56$$

11. Una variable estadística sigue una distribución normal con desviación típica 10. Para un tamaño de muestra de 100 se ha hallado un intervalo de confianza igual a (69'355, 72'645) ¿Con que nivel de confianza se ha hecho la estimación?

VER VIDEO https://youtu.be/UHBiE_0X-Vo

$$(69'355, 72'645)\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{69'355 + 72'645}{2} = 71 \\ E = \dfrac{69'355 - 72'645}{2} = 1{,}65 \end{cases}$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{E \cdot \sqrt{n}}{\sigma} = 1{,}65 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9505 \rightarrow \alpha = 0{,}099 \rightarrow 1-\alpha = 0{,}901 \rightarrow 90{,}1\%$$

12. Se hace una encuesta sobre el nivel de conocimientos generales de los estudiantes de bachillerato de Palma. Para eso se toma una muestra aleatoria de 9 estudiantes a los cuales se ha realizado un examen. Las notas obtenidas han sido las siguientes:

7'8 6'5 5'4 7'1 5'0 8'3 5'6 6'6 6'2

Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de desviación típica 1. Determinar un intervalo de confianza al 98 % para la media de las calificaciones del examen.

$$\left.\begin{array}{c} n = 9 \\ \bar{x} = \dfrac{7'8+6'5+5'4+7'1+5'0+8'3+5'6+6'6+6'2}{9} = 6'5 \\ Z_{\alpha/2} = 2'33 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\text{I. C.}\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (5'724, 7'276)$$

13. En una oposición en la cual participan miles de candidatos, se hizo un examen tipo test. La desviación típica de las calificaciones fue de 10 puntos. Si se toma una muestra de tamaño 100 con media muestral de 71 puntos, ¿cuál será el intervalo de confianza de la media poblacional con un nivel de confianza del 90 %?

Confianza: 90% $\rightarrow 1 - \alpha = 0'9 \rightarrow \alpha = 0'1 \rightarrow \alpha/2 = 0'05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0'95 \rightarrow Z_{\alpha/2} =$ 1'645

Int. de confianza: $\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(\underbrace{69'355}_{71-1'645\frac{10}{\sqrt{100}}} ; \underbrace{72'645}_{71+1'645\frac{10}{\sqrt{100}}}\right)$

14. Se supone que la vida de las bombillas que fabrica una determinada empresa sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 60 horas. Para estimar la vida media de las bombillas se quiere hacer servir una muestra de tamaño *n*. Calcula el valor mínimo de *n* para el cual, con un nivel de confianza del 99 %, el error de estimación sea menor qué 10.

Si $1 - \alpha = 0'99 \to Z_{\alpha/2} = 2'575$.

$$\left\{\begin{array}{l} E > 10 \text{ h.} \\ \sigma = 60 \text{ h.} \\ Z_{\alpha/2} = 2'575 \end{array}\right. \to n = \left(\frac{Z_{\alpha/2}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{2'575.60}{10}\right)^2 = 238'7 \to n > 238$$

15. Se quiere estimar el gasto diario medio en la oferta complementaria del turismo, con un error no superior a 2 €, utilizando una muestra aleatoria de 64 turistas. Sabemos que la de desviación típica poblacional es de 8 €. ¿Cuál será el nivel máximo de confianza con el que se realiza la estimación?

$$\left\{\begin{array}{l} E < 2\,€ \\ n = 64 \\ \sigma = 8 \end{array}\right. \to Z_{\alpha/2} = \frac{E.\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{2.8}{8} = 2$$

De donde, $\alpha/2 = P[z > 2] = 1 - P[z < 2] = 1 - 0.9772 = 0.0228$. Por tanto, $\alpha = 0.0456$ y $1 - \alpha = 0.9544$. El máximo nivel de confianza es del 95'44 %.

16. La vida media de una muestra tomada al azar de 144 bombillas de bajo consumo, de un determinado tipo, es de 10200 horas y la desviación típica de 180. Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional para un nivel de confianza del 97 %.

Cálculo de $Z_{\alpha/2}$: $1 - \alpha = 0'97 \to \alpha = 0'03 \to \alpha/2 = 0'015 \to 1 - \alpha/2 = 0'985 \to$
$\to Z_{\alpha/2} = 2'17$.

$$\text{I. C.}\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(10200 - 2'17\frac{180}{\sqrt{144}}; 10200 + 2'17\frac{180}{\sqrt{144}}\right) =$$

$= (10167'45; 10232'55)$

17. Se supone que el peso de los limones de una determinada variedad sigue una distribución normal de media 250 g. y desviación típica 24 g. Se toma una muestra al azar de 64 de estos limones y se calcula la media. ¿Cuál es la probabilidad de que esta media sea menor que 244 g.?

$$\left\{\begin{array}{l} \mu = 250 \\ \sigma = 24 \\ n = 64 \end{array}\right. \to \text{Distribución de las medias muestrales: } N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N(250,3)$$

Calcular $P(\bar{x} < 244) = P\left(z < \dfrac{244 - 250}{3}\right) = P(z < -2) = 1 - P(z < 2) =$

$= 1 - 0'9772 = 0'0228$

18. El peso medio de una muestra tomada al azar de 196 manzanas de una determinada variedad es de 320 g. y la desviación típica es de 35 g. Calcular el intervalo de confianza aproximado para la media poblacional para un nivel de confianza del 95 por ciento.

$$\begin{cases} \bar{x} = 320 \\ \sigma = 35 \\ n = 196 \\ 1-\alpha = 0'95 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 1'96 \end{cases} \quad \text{I. C.}: \left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = (315'1, 324'9)$$

19. Se supone que el peso de las mujeres de una determinada región sigue una distribución normal de media 64 Kg. y desviación típica 6 Kg. Si se toma una muestra al azar de 144 de estas mujeres y se calcula su media, ¿cuál es la probabilidad de que esta media sea al menos de 63 Kg.?

$$\text{La distribución de las medias muestrales es: } N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(64, \frac{6}{12}\right) = \left(64, \frac{1}{2}\right)$$

$$P(x \geq 63) = P\left(z \geq \frac{63-64}{0'5}\right) = P(z \geq 2) = 1 - P(z \leq 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$$

20. La altura media de una muestra, tomada al azar, de 324 hombres de una determinada región es de 171 cm. Y una desviación típica de 9 cm. Calcula el intervalo de confianza aproximado para la altura media poblacional con un nivel de confianza del 97 %.

$$1-\alpha = 0'97 \rightarrow \alpha = 0'03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'015 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'985 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'17$$

$$\text{I. C. } \left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(171 - 2'17.\frac{9}{\sqrt{324}}, 171 - 2'17.\frac{9}{\sqrt{324}}\right) =$$

(169’915, 172’085). Existe una probabilidad del 97% de que la media poblacional se encuentre en el intervalo dado.

21. En una encuesta se pregunta a 10.000 estudiantes de bachillerato sobre su consumo de refrescos semanal y se calcula una media de 5 refrescos y una desviación típica de 2.

a. Determinar el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza del 95 %.

b. Si aceptamos un error máximo de 0,25 refrescos para la media poblacional, y si queremos un nivel de confianza del 95 % ¿Cuantas personas es necesario entrevistar como mínimo?

$$\begin{cases} n = 10000 \\ \bar{x} = 5 \\ \sigma = 2 \\ 1-\alpha = 0'95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96 \end{cases}$$

a)

$$\text{I. C.} \left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(5 - 1'96\frac{2}{100}, 5 + 1'96\frac{2}{100}\right) = (4'9608, 5'0392)$$

b)

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}.\sigma}{E}\right)^2 = \left(\frac{1'96.2}{0'25}\right)^2 = 245'86 \rightarrow n > 245.$$

3. ESTIMACIÓN DE LA PROPORCIÓN.

Distribución de las proporciones muestrales. p_r es $N\left(p, \sqrt{\frac{p.q}{n}}\right)$, siendo $q = 1 - p$

Intervalo de confianza de p, con un nivel de confianza $1 - \alpha$.

$$\left(p_r - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p.q}{n}}; p_r + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p.q}{n}}\right)$$

Error admisible y tamaño de la muestra.

$$E = Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p.q}{n}} \rightarrow n = \frac{\left(Z_{\alpha/2}\right)^2 .p.q}{E^2}$$

22. Sobre la base de una muestra de 100 individuos, se ha realizado una estimación de la proporción mediante el intervalo de confianza (0,17, 0,25). ¿Cuál es el nivel de confianza con el que se ha realizado la estimación?

VER VIDEO https://youtu.be/ydOgtBwTXLw

$$N\left(\mu, \sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}\right) \rightarrow I.C.\left(\overbrace{p - Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}}^{0,17}; \overbrace{p + \underbrace{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}}}_{E}}^{0,25}\right)$$

p = 0,21
E = 0,04

$$Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot q}{n}} = Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{0,79\cdot 0,21}{100}} = 0,04 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 0,98 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,8365 \rightarrow \alpha = 0,327$$

Nivel de confianza = 1 – α = 0,6730 (67,3%)

23. Un fabricante de automóviles ha realizado un estudio de mercado en un determinado municipio tomando una muestra de 500 turismos ya encontrado que 80 tienen motor diesel para un nivel de confianza del 94 por ciento determinar

a. el intervalo de confianza de la proporción de turismos qué tiene motor diesel en este municipio

b. cuál es el error máximo de la proporción.

VER VIDEO https://youtu.be/n3wN4Qi240Q

a)

$$\left.\begin{array}{r} n = 500 \\ p = \frac{80}{500} = 0'16 \\ q = 1 - 0'16 = 0'84 \\ Z_{\alpha/2} = 1'88 \end{array}\right\} I.C.\left(p_r - Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{p_r.q_r}{n}}, p_r + Z_{\alpha/2}.\sqrt{\frac{p_r.q_r}{n}}\right) = (0'129, 0'191)$$

b) $E = Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_r \cdot q_r}{n}} = 0'031$

24. Se sabe que el 12 % de los habitantes de una determinada ciudad padece sobrepeso. Se toma una muestra al azar de 66 habitantes de esta ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos el 10 % de ellos padezca sobrepeso?

VER VIDEO https://youtu.be/3mjqf-ZKXJU

$$\text{Datos:}\begin{cases} p = 0'12 \\ q = 1 - p = 0'88 \\ n = 66 \end{cases} \rightarrow \text{Calcular } P(p_r > 0'1).$$

$$\text{Distribución } N\left(p, \sqrt{\frac{p.q}{n}}\right); N\left(0'12, \sqrt{\frac{0'12.0'88}{66}}\right); \ N(0'12, 0'04)$$

$$P(p_r > 0'1) = P\left(z > \frac{0'1 - 0'12}{0'04}\right) = P(z > -0'5) = P(z < 0'5) = 0'6915$$

25. De una muestra aleatoria de 525 habitantes de una determinada ciudad hay 84 que tienen motocicleta. Calcular el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional para un nivel de confianza del 97 %.

$$\begin{cases} n = 525 \\ p = \frac{84}{525} = 0'16 \\ q = 1 - p = 0'84 \\ 1 - \alpha = 0'97 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'17 \end{cases} \quad \left(p_r - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p.q}{n}}; p_r + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p.q}{n}}\right) = (0'1253, 0'1947)$$

Existe un 97% de probabilidad de que la proporción poblacional de habitantes con motocicleta se encuentre entre 0'1253 y 0'1947.

26. Para estimar la proporción de los habitantes de una determinada ciudad que tienen aire acondicionado, se quiere hacer servir una muestra aleatoria de tamaño n. Calcular el valor mínimo de n para que con un nivel de confianza del 97 % el error en la estimación sea menor que 0,5.

VER VIDEO https://youtu.be/DUgsvuMwPIQ

En un problema de proporciones si desconocemos el valor de la misma si ha de tomar el caso más desfavorable que será $p = 0,5$ y $q = 0,5$.

$$\begin{cases} p = 0'5 \\ q = 1 - p = 0'5 \\ n = ? \\ E < 0'05 \\ 1 - \alpha = 0'97 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2'17 \end{cases} \quad n = \frac{\left(Z_{\alpha/2}\right)^2 . p.q}{E^2} = 470'89 \rightarrow n > 470.$$

27. De una muestra aleatoria de 300 personas de una determinada ciudad hay 75 que fuman. Calcular el intervalo de confianza aproximado para la población para un nivel de confianza del 97%.

VER VIDEO https://youtu.be/w7Q_JdH5AAY

$$\begin{cases} n = 300 \\ p = \dfrac{75}{300} = 0'25 \\ q = 0'75 \\ 1-\alpha = 0'97 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17 \end{cases}$$

$$\text{I. C.}\left(0'25 - 2'17\sqrt{\frac{0'25.0'75}{300}}, 0'25 - 2'17\sqrt{\frac{0'25.0'75}{300}}\right) = (0'1958, 0'3043)$$

28. Para estimar la proporción de los habitantes de una determinada ciudad que tienen microondas se quiere hacer servir una muestra aleatoria de tamaño n. Calcula el valor mínimo de n para que, con un nivel de confianza del 97%, el error en la estimación sea menor que 0,02. (como se desconoce la proporción, tomamos el caso más desfavorable, que será 0,5)

$$1-\alpha = 0'97 \rightarrow Z\alpha/_2 = 2'17$$

$$n = \frac{\left(Z\alpha/_2\right)^2 . p. q}{E^2} = \frac{2'17^2 . 0'5.0'5}{0'02^2} = 2943'06 \rightarrow n > 2943$$

29. Para estimar la proporción de los habitantes de una determinada ciudad que tienen lavavajillas se hace servir una muestra aleatoria de tamaño n. Calcula el valor mínimo de n para que, con un nivel de confianza del 95%, el error en la estimación sea menor que 0'05. (Cuando desconocemos la proporción tomamos p = 0'5)

$$\begin{cases} 1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96 \\ E < 0{,}05 \\ p = 0{,}5 \\ q = 0{,}5 \end{cases}$$

$$n = \frac{\left(Z\alpha/_2\right)^2 . p. q}{E^2} = \frac{1{,}96^2 . 0'5.0'5}{0'05^2} = 384{,}18 \rightarrow n > 384$$

30. De una muestra aleatoria de 2100 personas de una población hay 630 que leen un determinado periódico calcular el intervalo de confianza aproximado para proporción poblacional para un nivel de confianza del 99 %

$$\begin{cases} 1-\alpha = 0{,}99 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}575 \\ p = \dfrac{630}{2100} = 0{,}3 \\ q = 0{,}7 \\ n = 2100 \end{cases}$$

$$\left(p_r - Z\alpha/_2\sqrt{\frac{p.q}{n}}; p_r + Z\alpha/_2\sqrt{\frac{p.q}{n}}\right) = (0'2743, 0'3258)$$

31. Se sabe que el 10% de los habitantes de una determinada ciudad van regularmente al teatro. Se toma una muestra al azar de 100 habitantes de esta ciudad, ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que al menos el 13% de ellos vaya regularmente al teatro?

$$\begin{cases} p = 0{,}1 \\ q = 0{,}9 \\ n = 100 \end{cases} \rightarrow N\left(p, \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}\right) = N(0'1{,}0'03) \rightarrow P(x \geq 0{,}13) = P\left(z \geq \frac{0'13 - 0{,}1}{0{,}03}\right) =$$

$P(z \geq 1) = 1 - p(z < 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

32. Para estimar la proporción de habitantes de una determinada ciudad que están conectados a internet se quiere hacer servir una muestra aleatoria de medida n. Calcular el valor mínimo de n, para que, con un nivel de confianza del 95%, el error en la estimación sea menor que 0, 06

$$\begin{cases} 1 - \alpha = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96 \\ E < 0{,}06 \\ p = 0{,}5 \\ q = 0{,}5 \end{cases}$$

$$n = \frac{\left(Z\alpha/_2\right)^2 . p . q}{E^2} = \frac{1{,}96^2 . 0'5 . 0'5}{0'06^2} = 266{,}77 \rightarrow n > 266$$

33. Se sabe que el 20 por ciento de los habitantes de una determinada ciudad habla inglés se toma una muestra al azar de 100 habitantes de esta ciudad cuál es la probabilidad aproximada de que al menos 16 de ellos hablen inglés.

$$\begin{cases} p = 0{,}2 \\ q = 0{,}8 \\ n = 100 \end{cases} \rightarrow N\left(p, \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}}\right) = N(0'2{,}0'04) \rightarrow P(x \geq 0{,}16) = P\left(z \geq \frac{0'16 - 0{,}2}{0{,}04}\right) =$$

$P(z \geq -1) = p(z \geq 1) = 0{,}8413.$

34. Se sabe que el 30% de los habitantes de una determinada población lleva gafas graduadas. Se toma una muestra al azar de 84 habitantes de esta población, ¿cuál es la probabilidad aproximada de que al menos el 25 por ciento de ellos lleve gafas graduadas?

$$\begin{cases} p = 0{,}3 \\ q = 0{,}7 \\ n = 84 \end{cases} \rightarrow N\left(p, \sqrt{\frac{p \cdot p}{n}}\right) = N(0'3{,}0'05) \rightarrow P(x \geq 0{,}25) = P\left(z \geq \frac{0'25 - 0{,}3}{0{,}05}\right) =$$

$P(z \geq -1) = p(z \geq 1) = 0{,}8413.$

35. En una muestra aleatoria de 400 personas de una población hay 80 que tienen teléfono móvil. Calcular el intervalo de confianza aproximado para la proporción poblacional para un nivel de confianza del 95%.

$$\begin{cases} 1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96 \\ p = \dfrac{80}{400} = 0{,}2 \\ q = 0{,}8 \\ n = 400 \end{cases}$$

$$\left(p_r - Z\alpha/_2\sqrt{\frac{p.q}{n}}; p_r + Z\alpha/_2\sqrt{\frac{p.q}{n}}\right) = (0'1608, 0'2392).$$

36. Para determinar la proporción de los habitantes de una determinada ciudad que poseen ordenador personal tomamos una muestra de tamaño n. Calcular el valor mínimo de n para que, con un nivel de confianza del 95%, el error sea menor que el 2%. Al desconocer la proporción, tomamos p = 0'5.

$$\begin{cases} 1-\alpha = 0{,}95 \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96 \\ E < 2 \\ p = 0{,}5 \\ q = 0{,}5 \end{cases}$$

$$n = \frac{\left(Z\alpha/_2\right)^2 . p.q}{E^2} = \frac{1{,}96^2 . 0'5.0'5}{0{,}02^2} = 2401 \rightarrow n \geq 2401$$