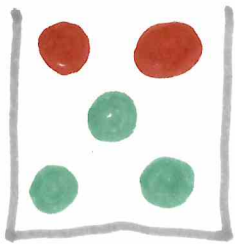


Tema 1 - Probabilitat.

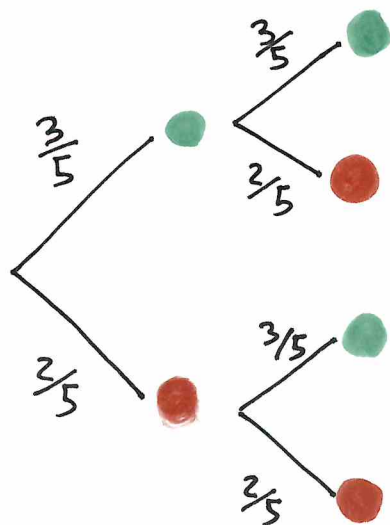
- Lleis de Morgan.

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$
- $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

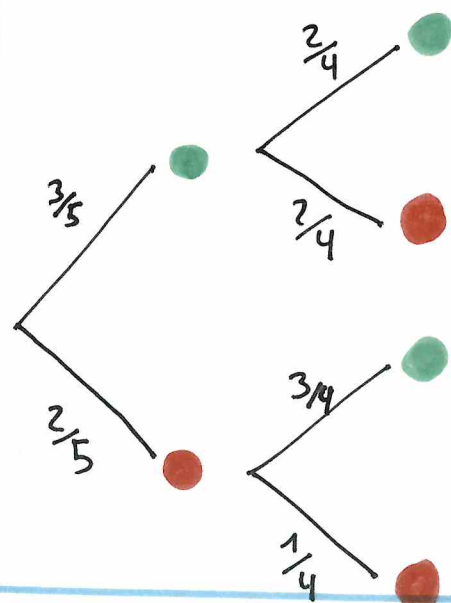
- Diagrama d'arbre.



* Sense reemplaçament

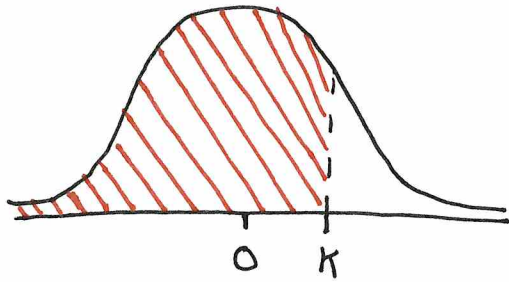


Amb reemplaçament



- Tema 2 - Estadística

- Distribució Normal [0,1]



$$P[Z \leq K] \xrightarrow{\text{Tavla}} \boxed{\text{shaded square}}$$

$$P(Z \leq 0,83) = 0,7967$$

$$P(Z \geq 1,86) = 1 - P(Z < 1,86) = 1 - 0,9686 = 0,0314$$

$$P(0,18 < Z \leq 1,29) = P(Z \leq 1,29) - P(Z \leq 0,18) = 0,9015 - 0,5714 = 0,3301$$

- Distribució (μ, σ)

Tipificar $\rightarrow Z = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow$ Resultat, cercar Taula (0,1)

- Interval·s característics

$$I = \mu \pm \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\left. \begin{array}{l} Z_{\alpha/2}(90\%) = 1,645 \\ Z_{\alpha/2}(95\%) = 1,96 \\ Z_{\alpha/2}(99\%) = 2,575 \end{array} \right\} \text{Més comuns.}$$

- Error estadístic

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Tamany mostra

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right)^2$$

Tema 3 - Sistemes d'equacions.

- Exercicis Tipo A (Resoldre)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & y_1 & z_1 & n_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & n_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & n_3 \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{A'}$

Gauss → Sumar i restar files

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & y_1 & z_1 & n_1 \\ 0 & y_2 & z_2 & n_2 \\ 0 & 0 & z_3 & n_3 \end{array} \right)$$

$\boxed{z = \frac{n_3}{z_3}}$
 $\boxed{y = \dots}$ $\boxed{x = \dots}$

Cramer → Calcular determinants.

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} ; y = \frac{|A_y|}{|A|} ; z = \frac{|A_z|}{|A|}$$

- Discutir sistemes (Exercicis Tipo B)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} x_1 & y_1 & z_1 & n_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & n_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 & n_3 \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{A'}$

$|A| = 0 \rightarrow$ Resoldre $\rightarrow$ Si $m \neq n_1; m \neq n_2 \dots \rightarrow \text{Rang } |A| = \text{Rang } |A'| = n^\circ \text{ incòg.}$

S.C.D

S'ha de posar.

Si $m = n_1; m = n_2; \dots$

• Si $\text{Rang } |A| \neq \text{Rang } |A'| = n^\circ \text{ incògnites} \rightarrow \text{S.I}$

• Si $\text{Rang } |A| = \text{Rang } |A'| \neq n^\circ \text{ incògnites} \rightarrow \text{S.C.I}$

- Tema 4 - Matrics i Determinants

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Fila} \\ \text{Columna} \end{array}$$

$$B = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot A = 2 \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix}$$

$$A \pm B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \pm A & b \pm B \\ c \pm C & d \pm D \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aA + bC & aB + bD \\ cA + dC & cB + dD \end{pmatrix}$$

- Producte de matrics.

Per poder multiplicar matrics $\rightarrow$ $n^{\circ} \text{Columnes } 1a = n^{\circ} \text{files } 2a$

- Inversa d'una matriu

Una matriu té inversa si és quadrada ($n^{\circ} \text{files} = n^{\circ} \text{columnes}$) i el seu determinant és diferent de 0.

Gauss

$$\left(\begin{array}{cc|cc} a & b & 1 & 0 \\ c & d & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} (A) \\ I \end{array}$$

operar
 $\downarrow$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & a^{-1} & b^{-1} \\ 0 & 1 & c^{-1} & d^{-1} \end{array} \right) \begin{array}{l} I \\ A^{-1} \end{array}$$

$$A \cdot A^{-1} = I$$

Determinants

- 1- Determinant $|A| \neq 0$
- 2- Menors complementaris
- 3- Canvis de signe
 $\begin{pmatrix} + & - \\ - & + \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$
- 4- Transposar matriu
- 5- Dividir per $|A|$.

- Ecuaciones matriciales.

$$A \cdot X = B$$

↓

$$\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{I} \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

↓

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

↓

$$X = A^{-1} \cdot B$$

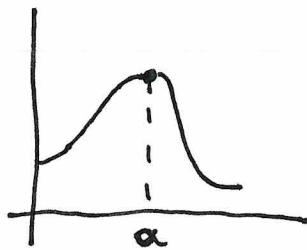
Tema 5 - Càlcul de límits.

- Límits quan $x \rightarrow \pm\infty$

Comparació d'infinites $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{\pm\infty}{a} \pm \frac{\infty}{b}$ El que vençgui d'un polinomi de grau major guanya.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} \begin{cases} \rightarrow \text{Si } \text{grau } f(x) > \text{grau } g(x) \rightarrow \pm\infty \text{ (mirar signes)} \\ \rightarrow \text{Si } \text{grau } f(x) < \text{grau } g(x) \rightarrow 0 \text{ (AH en 0)} \\ \rightarrow \text{Si } \text{grau } f(x) = \text{grau } g(x) \rightarrow n^0 \text{ (mirar coeficients principals)} \end{cases}$$

- Continuitat $\lim_{x \rightarrow a}$

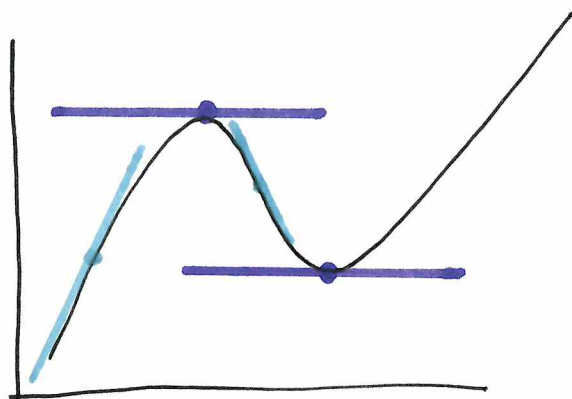


Una funció és contínua si els límits laterals coincideixen.

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)}$$

Tema 6 - Derivades

- Concepte de derivada



La derivada en un punt, indica el pendent de la recta tangent.

Si $f'(x) > 0 \rightarrow$ Creixent

Si $f'(x) < 0 \rightarrow$ Decreixent

Si $f'(x) = 0 \rightarrow$ Indica màxim o mínim

- Derivabilitat.

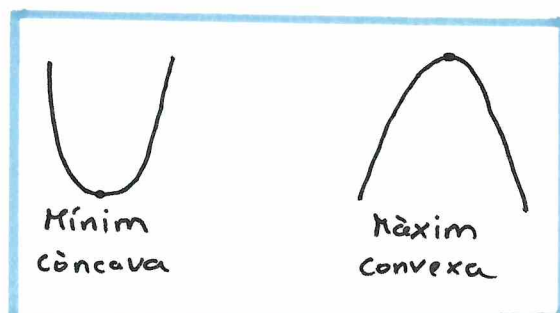
Perquè una funció sigui derivable, ha de ser **continua** i els seus límits laterals derivats han de coincidir.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$$

- Curvatura

Si $f''(x) > 0$ còncava

Si $f''(x) < 0$ convexa



Tema 7 - Representació de funcions.

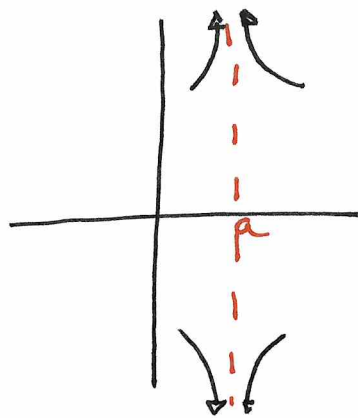
- Asímtotes verticals

$$f(x) = \frac{n}{g(x)} \rightarrow \text{valors que fan que sigui } 0.$$

Calcular els límits laterals

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$



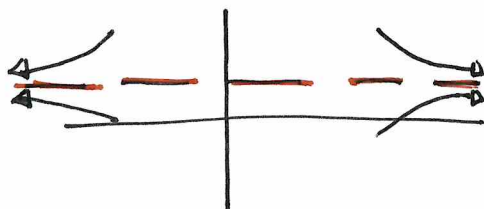
- Asímtotes horitzontals

$$y = \frac{f(x)}{g(x)} \begin{cases} \text{Si grau } f(x) = g(x) \Rightarrow \text{Comparar coeficients} \\ \text{Si grau } g(x) > f(x) \Rightarrow \text{A.H en } 0. \end{cases}$$

Calcular límits a un valor gran (p.e. $x=100$) i veure si va per adalt o abaix

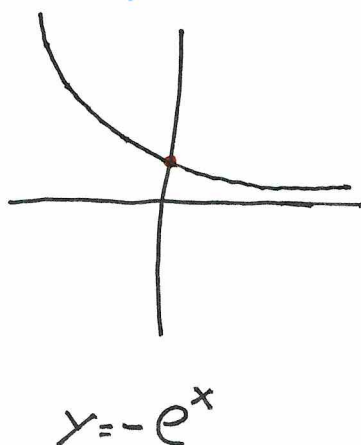
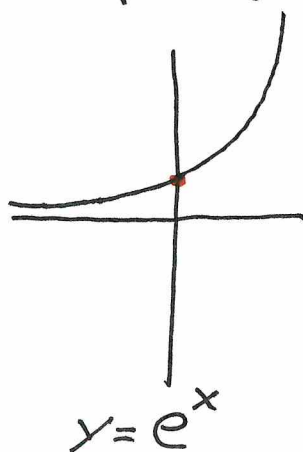
$$\lim_{x \rightarrow 100} y$$

$$\lim_{x \rightarrow -100} y$$



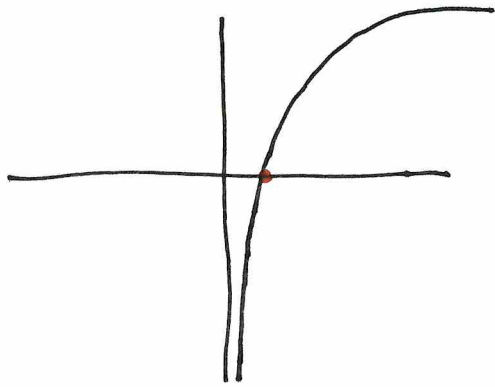
- Funcions exponencials

Sempre passen per $(0, 1)$



- Funcions logarítmiques

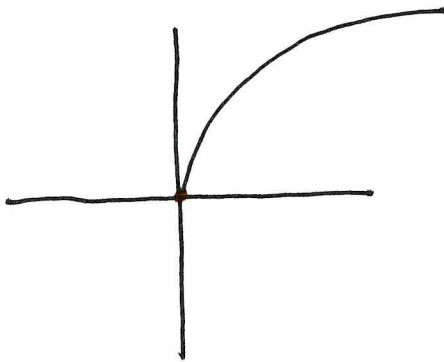
Sempre passen per $(1,0)$ i no tenen valors de x negatius



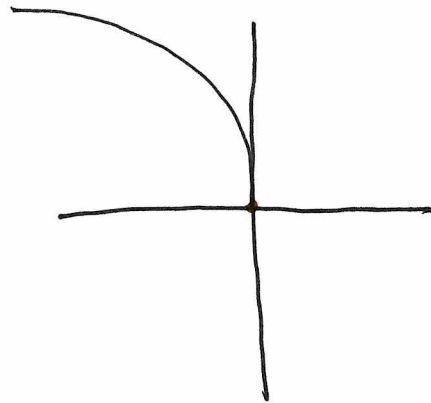
$$y = \ln x$$

- Arrels

S'ha de calcular el valor a partir del qual l'arrel és negativa i, per tant, no existeix.



$$y = \sqrt{x}$$



$$y = \sqrt{-x}$$

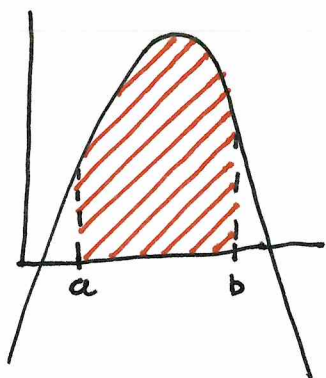
Tema 8 - Integrals

- Integrals indefinides.

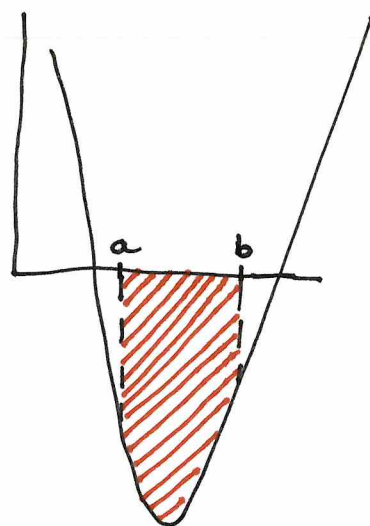
Aplicar les regles d'integració → Afegir sempre $+C$

- Integrals definides

$$A = \int_{\text{limit inferior}}^{\text{limit superior}} f(x) dx = n \text{ } \textcircled{u^2} \rightarrow \text{Molt important.}$$



Àrea > 0



Àrea < 0

S'ha de posar positiva!