2º de bachillerato
Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II
Bloque 2 de 3 - Análisis

www.ebaumatematicas.com

Ejercicios de análisis en pruebas de acceso a la universidad de ESPAÑA 2
ANDALUCÍA 2
ARAGÓN 14
ASTURIAS 24
BALEARES 40
CANARIAS 51
CANTABRIA 66
CASTILLA LA MANCHA 81
CASTILLA Y LEÓN 99
CATALUÑA 108
EXTREMADURA 120
GALICIA 133
LA RIOJA 146
MADRID 165
MURCIA 177
NAVARRA 194
PAÍS VASCO 205
VALENCIA 219

Cualquier error o ausencia en este documento, por favor, comunicarlo al correo
ebaumatematicas@gmail.com

Ejercicios de análisis en pruebas de acceso a la universidad de ESPAÑA

Resueltos con todo detalle en www.ebaumatematicas.com

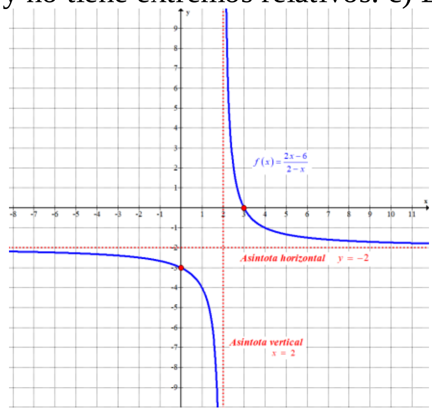
ANDALUCÍA

1. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 3.
Dada la función

$$f(x)=\frac{2x-6}{2-x}$$

a) **(0.75 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de dicha función. Calcule sus asíntotas.
b) **(0.75 puntos)** Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la existencia de extremos relativos.
c) **(1 punto)** Halle los puntos de corte con los ejes de coordenadas y represente gráficamente la función.

Solución: a) La función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$. *x = 2* es asíntota vertical, *y = –2* es asíntota horizontal. *b)* La función siempre decrece y no tiene extremos relativos. c) Los puntos de corte con los ejes son A(0, –3) y B(3, 0).

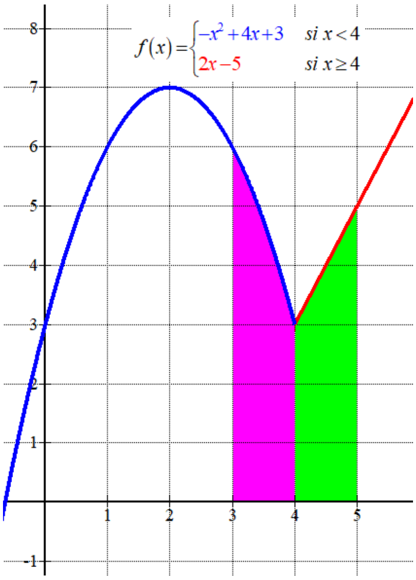


2. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 4.
Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+4x+3 & si\ x<4\\ 2x-5 & si\ x\geq 4\end{cases}$$

a) **(0.75 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(0.75 puntos)** Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.
c) **(1 punto)** Represente la región del plano limitada por la gráfica de *f*, las rectas $x=3$, $x=5$ y el eje de abscisas. Calcule su área.

Solución: a) La función es continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{4\}$. b) La función decrece en $(2,4)$ y crece en $(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$. La función tiene un máximo relativo en x = 2 y un mínimo relativo en x = 4.

c) 

El área tiene un valor aproximado de 8.67 unidades cuadradas

3. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2024. Ejercicio 3.

a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las funciones siguientes:

$$f(x)=\left(x^2+2\right)^3\cdot e^{-2x} \qquad\qquad g(x)=\frac{\ln\left(1-x^3\right)}{\left(1-2x^2\right)^2}$$

b) **(1 punto)** Halle los valores de *a* y *b* para que sea horizontal la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=x^3+ax^2+3x+b$ en el punto *P(1,2)*.

Solución: a) $f'(x)=-2\left(x^2-3x+2\right)\left(x^2+2\right)^2\cdot e^{-2x}$, $g'(x)=\dfrac{-3x^2\left(1-2x^2\right)+8x\left(1-x^3\right)\ln\left(1-x^3\right)}{\left(1-2x^2\right)^3\left(1-x^3\right)}$.

b) Los valores buscados son a = –3 y b = 1.

4. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2024. Ejercicio 4.

La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función *v(t)* expresada en km/h, donde *t* es el tiempo expresado en horas:

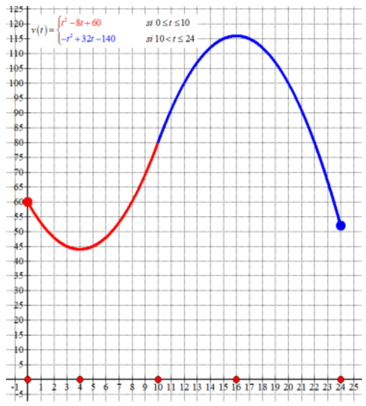
$$v(t)=\begin{cases}t^2-8t+60 & si\ \ 0\leq t\leq 10\\ -t^2+32t-140 & si\ 10<t\leq 24\end{cases}$$

a) **(0.75 puntos)** Comprueba que la función *v* es continua y derivable.

b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.

c) **(0.75 puntos)** La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 Km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa, ¿Se emitiría alerta roja?

Solución: a) www.ebaumatematicas.com b) La función decrece en $[0,4)\cup(16,24]$ *y crece en* $(4,16)$. *La función presenta un mínimo relativo en t = 4 y un máximo relativo en t = 16.*



c) Habrá alerta naranja entre las 12 y las 20 horas. Antes y después de este intervalo el viento será inferior a los 100 Km/h. No habrá alerta roja.

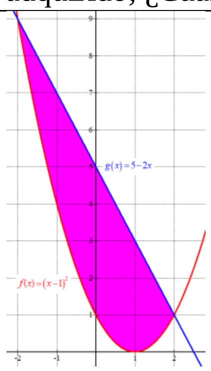
5. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 3.

El área quemada de la región plana de la cubierta de plástico de un invernadero, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)=(x-1)^2$ y $g(x)=5-2x$ donde x está expresado en metros.

a) **(1 punto)** Represente gráficamente la zona deteriorada.

b) **(1.5 puntos)** Para reparar la región quemada, se ha de utilizar plástico cuyo coste es de 15 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte del plástico adquirido, ¿Cuánto costará el plástico comprado?

Solución: a)



b) Hay que comprar 16 metros cuadrados de plástico, que costará 240 €.

6. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 4.

Sea la función $f(t)=\dfrac{12t-24}{t+3};\ t\ge 0$

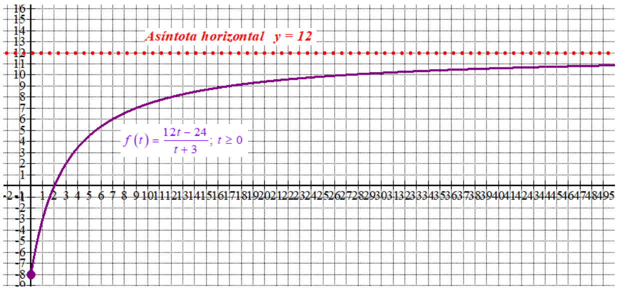
a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función *f*, determinando los puntos de corte con los ejes coordenados y las ecuaciones de las asíntotas, y estudiando la monotonía y la curvatura de *f*.

b) Si la función *f* representa los beneficios de una empresa, en millones de euros, donde *t* indica los años de vida de la empresa:

b1) **(0.5 puntos)** ¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas? Justifique la respuesta.

b2) **(0.5 puntos)** A medida que pasan los años, ¿están limitados los beneficios? En caso afirmativo, ¿cuál es su límite y por qué?

Solución: a) Los puntos de corte son P(0, –8) y Q(2, 0). No tiene asíntotas verticales. La recta y = 12 es asíntota horizontal cuando $t \to +\infty$. No tiene asíntota oblicua. La función crece en todo su dominio y la



función siempre es cóncava (∩). b.1) Deja de tener pérdidas a partir del año segundo. b.2) A medida que pasan los años (t crece y tiende a +∞) la función se acerca al valor 12, pero no lo sobrepasa (asíntota horizontal y = 12), por lo que el tope de beneficios es de 12 millones de euros.

7. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2023. Ejercicio 3.

Se considera la función $f(x)=x^3-3x^2+2x$.

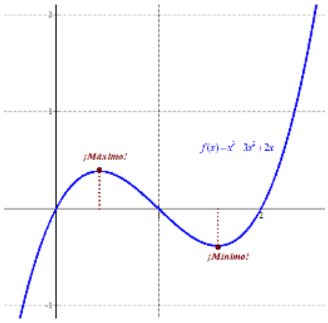
a) **(1 punto)** Halle los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos de *f* y su curvatura.

b) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente la función *f*.

c) **(1 punto)** Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.

Solución: a) Los puntos de corte con los ejes son P(0, 0), Q(2, 0) y R(1, 0). La función crece en $\left(-\infty,1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3},1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. *La función presenta un máximo relativo en* $x=1-\frac{\sqrt{3}}{3}$ *y un mínimo relativo en* $x=1+\frac{\sqrt{3}}{3}$. *La función es cóncava (∩) en* $(-\infty,1)$ *y convexa (∪) en* $(1,+\infty)$. *La función presenta un punto de inflexión en x = 1.*

b)



c) Área = 0.5 unidades cuadradas.

8. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2023. Ejercicio 4.

Se desea analizar el valor de las acciones de una empresa en un día, La función *v(t)* nos indica el valor, en euros, de cada acción de la empresa en función del tiempo *t*, medido en horas, a partir de la hora de apertura del mercado. De la función *v(t)* se conoce que su variación instantánea es

$$v'(t)=t^2-5t+6,\ t\in[0,6]$$

a) **(0.75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *v*.

b) **(0.75 puntos)** Si en el momento de la apertura del mercado se conoce que $v(0)=10$, halle la función *v*.

c) **(0.5 puntos)** Si un inversor compró 3000 de estas acciones en el instante *t = 2* y posteriormente las vendió en el instante *t = 4*, indique a cuánto ascendió la ganancia o la pérdida que obtuvo el inversor con esta gestión.

d) **(0.5 puntos)** ¿En qué momentos debería haber realizado este inversor las gestiones de compra y de venta para que la ganancia hubiese sido máxima? Justifique su respuesta.

Solución: a) La función crece en $[0,2)\cup(3,6]$ *y decrece en* $(2,3)$. *b)* $v(t)=\frac{t^3}{3}-\frac{5}{2}t^2+6t+10$.

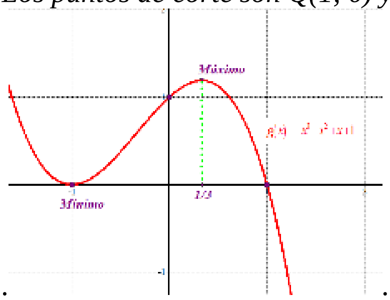
c) Las ganancias son $3000 \cdot \frac{2}{3} = 2000$ € . *d) Debería haber comprado en t = 0 y haber vendido en t = 6. Habría comprado al valor más bajo y hubiese vendido al valor más alto del intervalo [0,6]*

9. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 3.

a) (1 punto) Se considera la función $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 1$, donde b y c son números reales. Determine el valor de b y c para que la función f presente un extremo en el punto de abscisa $x = \frac{1}{3}$ y además la gráfica de la función f pase por el punto (–2, –3).

b) (1.5 puntos) Dada la función $g(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$, realice el esbozo de su gráfica, estudiando los puntos de corte con los ejes coordenados y su monotonía. Determine el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función g y el eje de abscisas.

Solución: a) Los valores buscados son b = 1 y c = –1. b) Los puntos de corte son Q(1, 0) y R(–1,0). La



función decrece en $(-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ *y crece en* $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$. *Área = 4/3 u*^{2}.

10. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 4.

El beneficio, en miles de euros, que se obtiene en una pequeña finca familiar por la venta de aceitunas, en miles de kilogramos, viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -0.02x^2 + 1.3x - 15, \quad x \geq 0$$

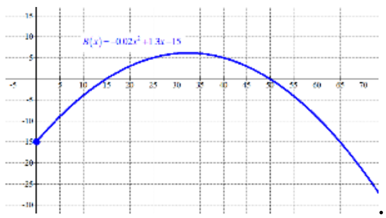
a) **(0.75 puntos)** Represente la función beneficio y calcule los puntos de corte con el eje OX.

b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de x la finca no tiene pérdidas?

c) **(0.5 puntos)** ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?

d) **(0.75 puntos)** ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?

Solución: a)



. Los puntos de corte con el eje OX son (15, 0) y (50, 0).
b) No tiene pérdidas con la venta de 15000 a 50000 kilos de aceitunas.
c) Con la venta de 32.500 kilogramos de aceitunas se consigue un beneficio máximo de 6.125 €. d) con la venta de 25.000 kilos de aceitunas y también con la venta de 40.000 kilos de aceitunas.

11. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2022. Ejercicio 3.

a) (1.25 puntos) Se considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, con a, b y c números reales. Calcule los valores a, b y c, sabiendo que la gráfica de f posee un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 3$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto P(0, 18) es –3.

b) (1.25 puntos) Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función $g(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ y el eje de abscisas.

Solución: a) Los valores buscados son a = –4; b = –3; c = 18. b) Área = 625/12 u².

12. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2022. Ejercicio 4.

a) **(1.25 puntos)** Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases}6x-3 & x\le 1\\ ax^2+bx+2 & x>1\end{cases}$$

Con *a* y *b* números reales. Determine los valores de *a* y *b* para que *f* sea continua y derivable en todo su dominio.

b) **(1.25 puntos)** Calcule el área del recinto acotado, limitado por el eje OX y la gráfica de la función $g(x)=-2x^2+8x-6$.

Solución: a) Los valores buscados son a = 5 y b = –4. b) Área = 8/3 u².

13. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}2^{x+1} & si\ \ x<0\\ x^2-2x & si\ \ x\ge 0\end{cases}$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio.

b) **(0.8 puntos)** Estudie la monotonía de la función *f* y calcule el mínimo.

c) **(0.7 puntos)** Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)dx$.

Solución: a) La función no es continua en x = 0, por lo que tampoco es derivable en x = 0. La función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{0\}$ *b) La función crece en* $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(0,1)$*. La función tiene un mínimo relativo en x = 1, el vértice de la parábola. Como* $f(1)=1^2-2=-1$ *el mínimo tiene coordenadas (1, –1) c)* $\dfrac{3}{2\ln 2}-\dfrac{4}{3}\simeq 0.8307$

14. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 4.

El número de diagnosticados de COVID-19 por PCR en Andalucía, medido en miles de personas, se aproxima por la siguiente función:

$$f(t)=\begin{cases}-t^2+2t-0.3 & si\ \ 0.2\le t\le 1.8\\ 0.1t-0.12 & si\ \ 1.8<t\le 5\\ -0.5t^2+8.3t-28.62 & si\ \ 5<t\le 10\end{cases}$$

donde *t* es el tiempo, medido en meses, a partir del inicio de conteo en el mes de marzo de 2020.

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en su dominio.

b) **(1 punto)** ¿En qué instante o instantes es máximo el número de diagnosticados? ¿Cuál es ese número?

Solución: a) La función es continua en [0.2, 10] y es derivable en $[0.2,1.8)\cup(1.8,5)\cup(5,10]$

b) El valor máximo de diagnosticados se produce al cabo de 8.3 meses y es de 5825 personas

15. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2021. Ejercicio 3.

Se considera la función $f(x)=x^3-4x^2+4x$

a) **(1 punto)** Estudie su monotonía y calcule sus extremos.

b) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente la función.

c) **(0.5 puntos)** Calcule $\int f(x)dx$.

d) **(0.5 puntos)** Calcule el área del recinto acotado limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.

Solución: a) La función crece en $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right) \cup (2, +\infty)$ *y decrece en* $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$*. La función tiene un máximo relativo en x = 2/3. La función tiene un mínimo relativo en x = 2.*

b)

c) $\frac{x^4}{4} - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + K$ *d) 4/3 u²*.

16. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2021. Ejercicio 4.

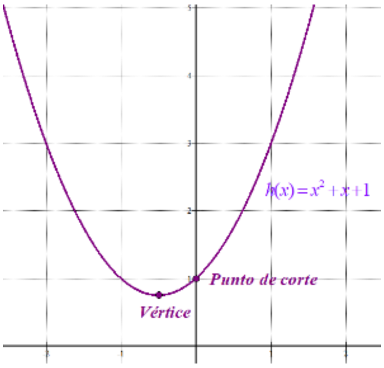
a) **(1 punto)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \qquad g(x) = x^3 \cdot e^{2x^2}$$

b) **(0.7 puntos)** Represente gráficamente la parábola $h(x) = x^2 + x + 1$, indicando el vértice y los puntos de corte con los ejes coordenados.

c) **(0.8 puntos)** Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de $h(x) = x^2 + x + 1$, el eje de abscisas y las rectas $x = -\frac{1}{2}$ y $x = 0$.

Solución: a) $f\,'(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$; $g\,'(x) = e^{2x^2}\left(3x^2 + 4x^4\right)$ *b)*



c) 5/12 u².

17. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2020. Ejercicio 3.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{a}{x-1} & si \quad x < 0 \\ a + be^x & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

a) **(1,25 puntos)** Calcule los valores *a* y *b* para que la función sea continua y derivable en su dominio.

b) **(0,75 puntos)** Para $a = 2$ y $b = -2$, estudie la monotonía de la función *f* y calcule sus extremos relativos.

c) **(0,5 puntos)** Para $a = 2$ y $b = -2$, determine las ecuaciones de las asíntotas de *f*, si existen.

Solución: a) a = 2 y b = –2. b) La función decrece en todo su dominio $\mathbb{R}$ *y no presenta extremos. c) No presenta asíntota vertical. La asíntota horizontal en –∞ es* $y = 2$*. No tiene asíntota horizontal en +∞. No tiene asíntota oblicua.*

18. Andalucía. PEvAU Extraordinaria 2020. Ejercicio 4.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x+2 & si \quad x\le 2 \\ -x^2+6x-8 & si \quad 2<x<4 \\ \dfrac{x-3}{x} & si \quad x\ge 4 \end{cases}$

a) **(1,25 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de *f* en su dominio.
b) **(0,75 puntos)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f*.
c) **(0,5 puntos)** Calcule $\int_2^3 f(x)dx$

Solución: a) La función es continua en $\mathbb{R}-\{4\}$. *Es derivable en* $\mathbb{R}-\{2,4\}$.

b) La función decrece en $(-\infty,2)$, *crece en (2, 3), decrece en* $(3,\ 4)$ *y crece en* $(4,+\infty)$.

c) $\int_2^3 f(x)dx=\int_2^3 -x^2+6x-8dx=\frac{2}{3}$

19. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2020. Ejercicio 3.

Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+4$, con *a* y *b* números reales.
a) **(1 punto)** Determine los valores de *a* y *b* para que *f* tenga un extremo relativo en el punto $(2,\ 36)$
b) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, estudie la monotonía de *f* y determine sus extremos. relativos.
c) **(0.75 puntos)** Para $a=4$ y $b=-3$, calcule la función *F(x)* que verifica *F´(x)=f(x)* y *F(2)=10*.

Solución: a) $a=-2; \quad b=24$. *b) La función crece en* $(-\infty,-0.5)\cup(0.5,+\infty)$ *y decrece en* $(-0.5,0.5)$. *El máximo relativo es el punto (–0.5, 5) y el mínimo relativo es (0.5, 3).*

c) $F(x)=x^4-3\frac{x^2}{2}+4x-8$.

20. Andalucía. PEvAU Ordinaria 2020. Ejercicio 4.

a) **(1.2 puntos)** Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x)=\left(-5+x^2\right)^2\cdot e^{3x} \qquad g(x)=\frac{\ln\left(x^3-5x\right)}{1-x^2}$$

b) **(1.3 puntos)** Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de $h(x)=-x^2+2x+3$ y el eje de abscisas.

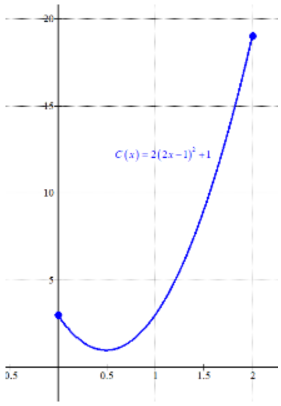
Solución: a) $f\,'(x)=\left(-15+4x+3x^2\right)\left(-5+x^2\right)\cdot e^{3x}$ $\quad g\,'(x)=\frac{3x^2-5}{\left(x^3-5x\right)\left(1-x^2\right)}+\frac{2x\ln\left(x^3-5x\right)}{\left(1-x^2\right)^2}$ *b)* *Área* $=\frac{32}{3}u^2$

21. Andalucía. PEvAU Septiembre 2019. Opción A. Ejercicio 2.

El coste de producción de un bien en una fábrica viene dado por $C(x)=2(2x-1)^2+1$, con $0\le x\le 2$, donde *x* es la cantidad producida en millones de kilogramos.
a) **(1 punto)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función *C(x)*.
b) **(0.75 puntos)** Determine la cantidad a producir para que el coste de producción sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?
c) **(0.75 puntos)** Realice un esbozo de la gráfica de la función *C(x)*.

Solución: a) El coste decrece en $(0,1/2)$ *y crece en* $(1/2,2)$

b) Para que el coste sea mínimo hay que producir medio millón de kilogramos. Este coste mínimo es de $C(0.5)=1$.

c) 

22. Andalucía. PEvAU Septiembre 2019. Opción B. Ejercicio 2.

De una cierta función *f*, sabemos que su función derivada es $f\,'(x)=3x^2-3$.

a) **(1 punto)** Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f*, y calcule la abscisa de sus extremos relativos.

b) **(0.75 puntos)** Determine la curvatura de *f* y halle la abscisa de su punto de inflexión.

c) **(0.75 puntos)** Calcule la función *f*, sabiendo que su gráfica pasa por el punto (–1, 3).

Solución: a) La función crece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,1)$. *La función tiene un máximo relativo en x = –1 y un mínimo relativo en x = 1. b) La función es cóncava en* $(-\infty,0)$ *y convexa en* $(0,+\infty)$. *Hay un punto de inflexión en x = 0. c) La función es* $f(x)=x^3-3x+1$

23. Andalucía. PEvAU Junio 2019. Opción A. Ejercicio 2.

Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x + 2$.

a) (1 punto) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica que sean paralelas a la recta $y = 3x - 3$.

b) (1 punto) Estudie la monotonía y la curvatura de la función *f*.

c) (0’5 puntos) Calcule $\int f(x)\,dx$.

Solución: a) $y = 3x + 18$; $y = 3x - 14$ *b) Creciente en* $(-\infty,-\sqrt{3})\cup(+\sqrt{3},+\infty)$ *y decreciente en* $(-\sqrt{3},+\sqrt{3})$. *Es cóncava (∩) en* $(-\infty,0)$ *y convexa en* $(0,+\infty)$ *c)* $\frac{x^4}{4}-\frac{9x^2}{2}+2x+K$

24. Andalucía. PEvAU Junio 2019. Opción B. Ejercicio 2.

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 + a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) (1 punto) Determine el valor del parámetro *a* para que *f* sea continua en todo su dominio. Para ese valor de *a*, estudie la derivabilidad de *f*.

b) (1'5 puntos) Para *a* = –2, estudie la monotonía y curvatura de la función *f*. ¿Tiene algún punto de inflexión?

Solución: a) a = –1. Sólo es derivable en R – {0} b) Es creciente en $(0,+\infty)$ *y decreciente en* $(-\infty,0)$.
Es cóncava (∩) en $(-\infty,0)$ *y convexa en* $(0,+\infty)$. *No tiene punto de inflexión.*

25. Andalucía. PEvAU Septiembre 2018. Opción A. Ejercicio 2. El consumo de cereales en una ciudad, en miles de toneladas, viene dado por la función $c(t) = t^3 - 15t^2 + 63t + 10$, para $0 \le t \le 12$, donde t representa el tiempo.

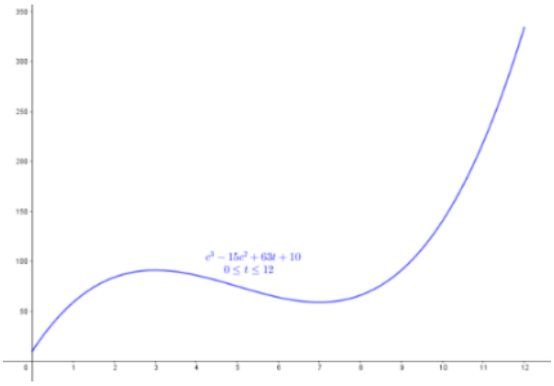
a) (0'8 puntos) ¿En qué instante se alcanza el máximo consumo de cereales y cuantas toneladas se consumen en ese momento?

b) (0'7 puntos) ¿En qué intervalo de tiempo decrece el consumo de cereales?

c) (1 punto) Represente gráficamente la función.

Solución: a) El máximo consumo de cereales es de 334 toneladas y se alcanza en el tiempo $t = 12$.

b) El consumo de cereales decrece en el intervalo de tiempo. $3 < t < 7$.

c) 

26. Andalucía. PEvAU Septiembre 2018. Opción B. Ejercicio 2. El beneficio, en miles de euros, que ha obtenido una almazara lo largo de 50 años viene dado por

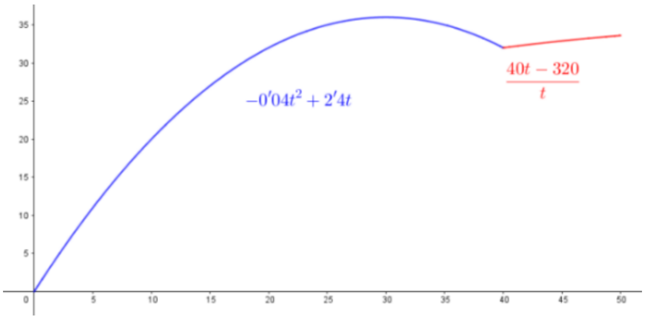
$$B(t) = \begin{cases} -0'04t^2 + 2'4t & \text{si} \quad 0 \le t < 40 \\ \dfrac{40t - 320}{t} & \text{si} \quad 40 \le t \le 50 \end{cases},$$ donde t es el tiempo transcurrido.

a) (1 punto) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función B(t) en el intervalo [0, 50].

b) (1 punto) Estudie la monotonía de la función B(t) y determine en qué momento fueron mayores los beneficios de la almazara, así como el beneficio máximo.

c) (0'5 puntos) Represente la gráfica de la función y explique la evolución del beneficio.

Solución: a) Es continua en [0, 50]. Y no es derivable en t = 40 b) los máximos beneficios de la almazara es 36000 € y se alcanza en el año t = 30.

c) 

Teniendo en cuenta lo anterior el beneficio crece desde el año 0 hasta el año 30, decrece del año 30 al 40 y vuelve a crecer del año 40 al 50.

27. Andalucía. PEvAU Junio 2018. Opción A. Ejercicio 2.
La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión $f(x) = 40 - 6x + x^2$, para $x \ge 0$ donde "x" representa la cantidad producida de un determinado artículo.

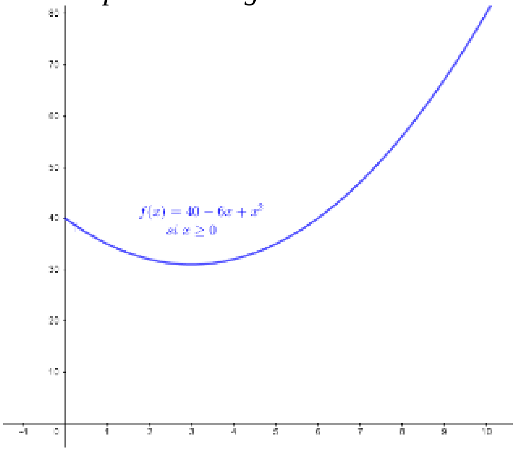
a) (1 punto) ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste.

b) (0'8 puntos) ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿Cuántas serían las unidades producidas?

c) (0’7 puntos) Represente gráficamente la función.

Solución: a) El coste disminuye con $0 \leq x \leq 3$, y para x = 3 artículos el coste es mínimo y vale f(3) = 31
b) Si no se produce ningún artículo el coste es de 40. si el coste es de 80, se producen 10 artículos.

c)



28. Andalucía. PEvAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 2.

Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 & \text{si} \quad x < 1 \\ bx + \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$.

a) (1’5 puntos) Calcule los valores de “a” y “b” para que la función sea continua y derivable en $x = 1$.

b) (1 punto) Para b = 3, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa x = 2.

Solución: a) a = –6, b = –7 b) 5x – 2y + 4 = 0

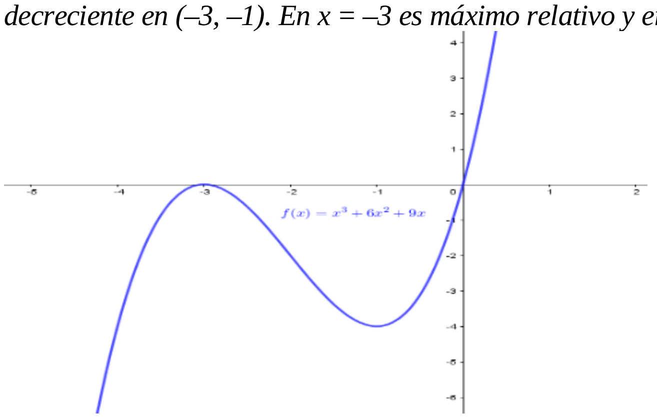
29. Andalucía. PEvAU Septiembre 2017. Opción A. Ejercicio 2.

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$.

a) (1 punto) Halle *a* y *b* sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa *x = –1* y un punto de inflexión en el punto de abscisa *x = –2*.

b) (1’5 puntos) Para *a = 6* y *b = 9*, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función

Solución: a) a = 6, b = 9 b) Los puntos de corte son (0, 0) y (–3, 0). Es creciente en $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$ y decreciente en (–3, –1). En x = –3 es máximo relativo y en x = –1 es mínimo relativo.



30. Andalucía. PEvAU Septiembre 2017. Opción B. Ejercicio 2.

Se consideran las siguientes funciones $f(x) = \dfrac{5x - 16}{x}$ y $g(x) = x^2$.

a) (1 puntos) Determine la abscisa del punto donde se verifique *f ‘(x) = g ‘(x)*.

b) (1’5 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa $x = 2$ y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.

Solución: a) En x = 2 b) La recta tangente a f(x) en x = 2 es y = 4x – 11. Y a g(x) es y = 4x – 4. No se cortan.

31. Andalucía. PEvAU Junio 2017. Opción A. Ejercicio 2.

Sea $f(t)$ el porcentaje de ocupación de un determinado complejo hotelero en función del tiempo t, medido en meses, transcurrido desde su inauguración:

$$f(t) = \begin{cases} -\frac{5}{2}t^2 + 20t & si \quad 0 \le t \le 6 \\ \frac{90t - 240}{t + 4} & si \quad t > 6 \end{cases}$$

a) (0’5 puntos) ¿Evoluciona la función f de forma continua?

b) (0’5 puntos) ¿Cuál sería el porcentaje de ocupación al finalizar el segundo año?

c) (1 punto) ¿En qué momentos el porcentaje de ocupación sería del 40%?

d) (0’5 puntos) ¿Llegaría en algún momento a estar completo en caso de que estuviese abierto indefinidamente?

Solución: a) Si evoluciona de forma continua b) f(24) = 68.57. Del 68.57 % c) En el mes número 4 y el 8 d) El porcentaje de ocupación no llegaría al 90 % aunque estuviese abierto indefinidamente.

32. Andalucía. PEvAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 2.

a) (1’5 puntos) Calcule la derivada de las siguientes funciones: $f(x) = \frac{e^{5x} - x}{x^2 - x}$,

$g(x) = (2x^2 - x)^3 \cdot \ln(x^3 + 2)$.

b) (1 punto) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \frac{1}{x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución: a) $f'(x) = \frac{(e^{5x} \cdot 5 - 1)\cdot(x^2 - x) - (e^{5x} - x)\cdot(2x - 1)}{(x^2 - x)^2}$, *g ‘(x) = [3·(2x² - x)²·(4x – 1)]·ln(x³ + 2) +* $(2x^2 - x)^3 \cdot \left[\frac{3x^2}{x^3+2}\right]$ *b) y = –x + 2.*

ARAGÓN

1. Aragón. EvAU Extraordinaria 2024. 3.- (*10 puntos*) El cálculo del índice de progreso real *(IPR)* de un país viene determinado por la función $IPR(t) = -t^3 + 54t^2 + 480t + 6000$ siendo $t \in [0, 62]$ el número de años transcurridos desde 1.932. Se pide:

a.- *(4 puntos)* Estudie el crecimiento y decrecimiento del IPR del país.

b.- *(3 puntos)* ¿En qué año el IPR alcanza su valor máximo y cuál es dicho valor? Asimismo ¿en qué año el IPR registra su valor mínimo y cuál es dicho valor?

c.- *(3 puntos)* Analice la concavidad y convexidad de la función $IPR(t)$, e identifique, si existe, algún punto de inflexión.

Solución: a.- El IPR del país crece los primeros 40 años y decrece a partir del año 1972. b.- El valor máximo del IPR es de 47600 en el año 1972. El valor mínimo del IPR es 5008 que se produce en el año 1994. c.- La función tiene un punto de inflexión en el año 1950, siendo convexa de 1932 a 1950 y cóncava del año 1950 a 1994.

2. Aragón. EvAU Extraordinaria 2024. 4.- (*10 puntos*)

Sea $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2-x} & si \quad x < 2 \\ 1 & si \quad x = 2 \\ x - \sqrt{x^2 - 2x} & si \quad x > 2 \end{cases}$

a.- (3 puntos) Estudie la continuidad de *f(x)*.

b.- (3 puntos) Calcule $\int_0^1 f(x)\,dx$.

c.- (4 puntos) Calcule $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

Solución: a.- La función es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$. *b.-* $\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 2$ *c.-* $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

3. Aragón. EvAU Ordinaria 2024. 3.- (*10 puntos*)

Dada la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 50, \quad 0 \le x \le 8$.

a.- *(4 puntos)* Calcule el valor máximo y mínimo de *f(x)* cuando $x \in [0, 8]$ y la abscisa donde se obtienen dichos valores, especificando si se corresponde con extremos relativos y/o absolutos.

b.- *(3 puntos)* ¿*f(x)* tiene algún punto de inflexión? Analice la concavidad y convexidad de *f(x)*.

c.- *(3 puntos)* Calcule $\int_1^3 f(x)\,dx$.

Solución: a.- El valor mínimo de la función está en x = 0 y el máximo en x = 8. El valor mínimo de la función es 50 y el valor máximo es 306. Ambos son extremos absolutos. b.- La función tiene un punto de inflexión en x = 3, es cóncava en $[0, 3)$ *y convexa en* $(3, 8]$. *c.-* $\int_1^3 f(x)\,dx = 202$

4. Aragón. EvAU Ordinaria 2024. 4.- (*10 puntos*) La obsolescencia tecnológica implica una disminución del valor de un producto con el tiempo. En cierto dispositivo, el valor $V(t)>0$ viene dado por $V(t)=200-\dfrac{100t}{10+2t}$ €, siendo t los años transcurridos desde la compra del dispositivo.

a.- *(3 puntos)* Calcule el valor inicial del producto y su valor en un horizonte infinito de tiempo.

b.- *(4 puntos)* Calcule $V'(t)$ y justifique que $V(t)$ es decreciente. Utilice esta conclusión y los resultados obtenidos en **a.-** para argumentar que no será posible que el valor de $V(t)$ sea igual a 125 €.

c.- *(3 puntos)* ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el dispositivo tenga un valor de 175 €?

Solución: a.- El valor inicial del dispositivo es de 200 €. El valor del dispositivo en un horizonte infinito de tiempo es de 150 €.

b.- $V'(t)=\dfrac{-1000}{(10+2t)^2}$*. La derivada es siempre negativa. La función V(t) es siempre decreciente. El máximo absoluto es V(0) = 200 €, la función decrece alcanzando en un horizonte infinito de tiempo un valor de 150 €, por lo que es imposible que el dispositivo alcance un valor inferior a 150 €, en particular no puede alcanzar un precio de 125 €.*

c.- El dispositivo alcanza un valor de 175 € al cabo de 5 años.

5. Aragón. EvAU Extraordinaria 2023. 3.- (*10 puntos*) El coste total de fabricación, en euros, de cierto producto viene dado por la función $C(x)=x^2+80x+10.000$, donde x representa el número de unidades producidas y vendidas.

a.- (*5 puntos*) Si cada producto se vende a 400 euros, plantee la función beneficio (ingresos menos costes) en función del número de unidades producidas y vendidas. Determine el número de unidades del producto que deben venderse para que el beneficio sea máximo (justificando que lo es). ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

b.- (*5 puntos*) ¿En qué nivel de producción se minimiza el coste medio por unidad $CM(x)=\dfrac{C(x)}{x}$?

Solución: a.- $B(x)=-x^2+320x-10000$. *El beneficio máximo es de 15600 € y se obtiene con 160 unidades producidas y vendidas. b.- El coste medio se minimiza en un nivel de producción de 100 unidades.*

6. Aragón. EvAU Extraordinaria 2023. 4.- (*10 puntos*) Dada $f(x)=\dfrac{mx^3-1}{x^2}$.

a.- *(6 puntos)* Determine el valor del parámetro *m* para que la función tenga un extremo relativo en $x=-1$. Razone si se trata de un máximo o un mínimo relativo.

b.- *(4 puntos)* Calcule el valor de *m* para que $\int_1^2 f(x)dx=4$

Solución: a.- El valor del parámetro es m = 2. En x = –1 hay un máximo relativo. b.- El valor del parámetro es m = 3.

7. Aragón. EvAU Ordinaria 2023. 3.- (*10 puntos*) Sea $P(t)=1000\left(15+\dfrac{t}{100+t^2}\right)$ una función que representa el número de habitantes de cierta población, siendo *t* el número de años transcurridos desde el año 2000. Se pide:

a.- *(2 puntos)* Calcule el tamaño de la población en un horizonte infinito de tiempo.

b.- *(5 puntos)* Estudie el crecimiento y decrecimiento de la población. ¿En qué momento la población es máxima? y ¿cuántos habitantes tiene la población en ese momento?
c.- *(3 puntos)* ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener una población de 15.040 individuos?

Solución: a.- $\lim_{t\to+\infty} P(t)=15000$. *El número de habitantes con el paso del tiempo se estabiliza en 15000. b.- La población crece desde el año 2000 al año 2010 y decrece del año 2010 en adelante. La población es máxima en el año 2010 y su población máxima es 15050 habitantes. c.- La población es de 15040 en dos momentos: en el año 2005 y en el 2020.*

8. Aragón. EvAU Ordinaria 2023. 4.- (*10 puntos*) Sean las funciones

$$g(x)=a\left(1-\frac{1}{2}x\right)^3,\ h(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2-x}$$

a.- (*3 puntos*) Calcule $\lim_{x\to 1} h(x)$.

b.- (*4 puntos*) Determine el valor de $a\in\mathbb{R}$ para que $f(x)=\begin{cases} g(x) & si\ \ x\le 1 \\ h(x) & si\ \ x>1 \end{cases}$ sea continua en $x=3$

c.- (*3 puntos*) Calcule $\int_0^2 (1-2x)^3\,dx$.

Solución: a.- $\lim_{x\to 1} h(x)=3$ *b.- El valor buscado es a = 24.* *c.-* $\int_0^2 (1-2x)^3\,dx=-10$

9. Aragón. EvAU Extraordinaria 2022. 3.- (*10 puntos*) Dada $f(x)=50+\frac{1}{100}(1-x)+\frac{1}{1-x}$. Se pide:
a.- (*2 puntos*) Calcule el dominio y, si existen, las asíntotas verticales y horizontales.
b.- (*5 puntos*) Razone que *f(x)* tiene dos extremos relativos, uno mínimo y otro máximo ¿El valor en el mínimo de la función es mayor o menor que el valor en el máximo?
c.- (*3 puntos*) Supongamos que *x* representa el precio de venta de un kg de solomillo según la época del año, $x\in[5,21]$ euros por kilo, y *f(x)* el ingreso diario de un mayorista (en cientos de euros) por la venta del producto ¿A qué precio debe vender para obtener el máximo ingreso? ¿A cuántos euros asciende dicho ingreso máximo?

Solución: a) $Dominio\ f(x)=\mathbb{R}-\{1\}$. $x=1$ *es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal.*
b) En x = –9 hay un mínimo relativo, en x = 11 hay un máximo relativo. El valor en el mínimo relativo es mayor que en el máximo relativo $f(11)=\frac{249}{5}<\frac{251}{5}=f(-9)$. *c) con un precio de 11 €/kg se obtienen unos ingresos máximos de 4980 €.*

10. Aragón. EvAU Extraordinaria 2022. 4.- (*10 puntos*) La primera derivada de una cierta función es $f'(x)=x(x-1)^2$
a.- (*3 puntos*) ¿En qué intervalo *f(x)* es creciente? y ¿decreciente? Calcule los extremos relativos.
b.- (*4 puntos*) ¿En qué intervalo es cóncava la gráfica de *f(x)*? ¿y convexa? Calcule los puntos de inflexión de *f(x)*.
c.- (*3 puntos*) Determine *f(x)* sabiendo que *f(0) = 10.*

Solución: a) La función decrece en $(-\infty, 0)$ *y crece en* $(0, +\infty)$. *Tiene un mínimo relativo en x = 0. b) La función es convexa (∪) en* $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$ *y cóncava (∩) en* $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$. *Presenta dos puntos de inflexión (cambio de curvatura):* $x = \frac{1}{3}$ *y* $x = 1$. *c)* $f(x) = \frac{x^4}{4} - 2\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 10$

11. Aragón. EvAU Ordinaria 2022. 3.- (*10 puntos*) En una empresa el coste total, en euros, de producir q unidades viene dado por:

$$C(q) = 300q - 10q^2 + \frac{q^3}{3}$$

donde t representa los años transcurridos desde la apertura. Los emprendedores quieren saber:

a.- (*3 puntos*) Calcule la función coste marginal $\left(C_m(q) = C'(q)\right)$ ¿A partir de qué unidad el coste marginal aumenta al aumentar la producción?

b.- (*3 puntos*) Determine el nivel de producción para el que se minimiza el coste medio $CM(q) = \frac{C(q)}{q}$.

c.- (*4 puntos*) Si el precio de venta unitario, en euros, del artículo en el mercado es $P(q) = 240 - 2q$ determine para qué nivel de producción se maximiza el beneficio (ingresos menos costes).

Solución: a) $C_m(q) = 300 - 20q + q^2$ *. El coste marginal aumenta a partir de la producción de 10 unidades.b) Con la producción de 15 unidades. c) El beneficio es máximo con la producción de 10 unidades*

12. Aragón. EvAU Ordinaria 2022. 4.- (*10 puntos*) Siendo a, b parámetros reales, se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{3} & si \quad x \le 0 \\ \sqrt{ax+b} & si \quad 0 < x \le 3 \\ \frac{7}{2} - \frac{x}{6} & si \quad x > 3 \end{cases}$$

a.- (*3 puntos*) Determine el valor de los parámetros para que *f(x)* sea continua.

b.- (*4 puntos*) Para dichos valores, analice si *f(x)* es derivable en $x = 0$ y en $x = 3$.

c.- (*3 puntos*) Calcule el valor máximo y mínimo de *f(x)* si $x \in [6,9]$ y las coordenadas de los puntos donde se alcanzan dichos valores.

Solución: a) Los valores buscados son a = –1 y b = 12. b) No es derivable en x = 0. Si es derivable en $x = 3$. *c) El valor máximo es 2.5 y el mínimo es 2. Las coordenadas del máximo son (6, 2.5) y del mínimo (9, 2)*

13. Aragón. EvAU Extraordinaria 2021. 3.- (*10 puntos*) Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & si \quad x < 0 \\ x^3 - 6x^2 + 9x & si \quad x \ge 0 \end{cases}$$

a.- *(3 puntos)* Estudia si $f(x)$ es continua en $x = 0$, ¿$f(x)$ es continua en la recta real?

b.- *(3 puntos)* Halla los mínimos y máximos absolutos de $f(x)$ en $x \in [1,4]$.

c.- *(1 punto)* Analiza la concavidad (∩) - convexidad (∪) de $f(x)$ cuando $x > 0$.

d.- *(3 puntos)* Calcula $\int_1^2 f(x)\,dx$

Solución: a) Es continua en toda la recta b) Los máximos absolutos son (1, 4) y (4, 4). El mínimo absoluto es (3, 0) c) La función es cóncava (∩) en $(0,2)$ y convexa (∪) en $(2,+\infty)$ d) 3.25

14. Aragón. EvAU Extraordinaria 2021. 4.- (*10 puntos*) Dada la función:

$$f(x)=\frac{2x^2-16}{x+3}$$

a.- *(4 puntos)* Calcula el dominio y las asíntotas de $f(x)$.

b.- *(6 puntos)* Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de $f(x)$ en su dominio.

Solución: a.- Dominio f(x) = $\mathbb{R}-\{-3\}$. La recta x = –3 es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal. La asíntota oblicua es la recta $y=2x-6$ b.- El máximo relativo tiene coordenadas (–4, –16). El mínimo relativo tiene coordenadas (–2, –8)

15. Aragón. EvAU Ordinaria 2021. 3.- (*10 puntos*) Un grupo de jóvenes emprendedores valoran abrir una empresa y, para ello, han encargado un estudio de mercado en el que estimaron que los beneficios para los próximos años, en cientos de miles de euros, vendrán dados por la función:

$$B(t)=\frac{2t-6}{t+4}$$

donde t representa los años transcurridos desde la apertura. Los emprendedores quieren saber:

a.- *(2 puntos)* ¿En qué intervalo la empresa tendrá pérdidas?

b.- *(4 puntos)* En qué momento $t \in [3,10]$ se alcanza el máximo beneficio y a cuántos euros asciende su valor. Justifica la respuesta.

c.- *(2 puntos)* ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener un beneficio de 150.000 €?

d.- *(2 puntos)* En un horizonte infinito de tiempo, ¿existe límite para el beneficio? En caso afirmativo, ¿cuál es ese límite?

Solución: a.- La empresa tiene pérdidas entre los años 0 y 3, durante los tres primeros años
b.- Son 10000 € y se consigue en el décimo año c.- Al cabo de 24 años.
d.- Existe un límite para el aumento del beneficio. Ese límite son 200000 €.

16. Aragón. EvAU Ordinaria 2021. 4.- (*10 puntos*) Dada la función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{a}{1-x} & si \quad x\le 0\\ bx^2+2x+c & si \quad x>0\end{cases}$$ donde a, b, c son parámetros reales. Se pide:

a.- *(5 puntos)* Determina los valores de los parámetros para que $f(x)$ sea continua en $x = 0$, la función tenga un extremo relativo en $x = 1$ y $f'(-1) = -1$. Caracteriza si el extremo es máximo o mínimo.

b.- (*2 puntos)* Calcula, para los valores $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c.- *(3 puntos)* Calcula, para los valores $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$; $\int_1^2 f(x)dx$.

Solución: a.- Los valores son a = –4, b = –1, c = –4 b.- $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ y $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ *c.- 4/3*

17. Aragón. EvAU Extraordinaria 2020. 3.- (*10 puntos*) Dada la función:

$$f(x)=\frac{x^2-4x+12}{x-1}$$

Calcular:
a.- (1 *punto*) Dominio de *f*.
b.- (3 *puntos*) Para que valores de x se cumple $f(x)<0$?
c.- (2 *puntos*) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
d.- (4 *puntos*) Máximos y mínimos relativos de *f*.

Solución: a.- $\text{Dominio}=\mathbb{R}-\{1\}$ *b.-* $f(x)=\dfrac{x^2-4x+12}{x-1}<0$ *cuando* $x<1$.
c.- $x=1$ *es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal. La asíntota oblicua tiene ecuación* $y=x-3$. *d.- Máximo en (–2, –8). Mínimo en (4, 4)*

18. Aragón. EvAU Extraordinaria 2020. 4.- (*10 puntos*) Dada la función, definida para $x\in\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{x+1} & si \quad x<-1\\ x^3-4x^2+2x-10 & si \quad -1\le x\le 4\\ \sqrt{4x^2-7x}-2x & si \quad x>4\end{cases}$$

a.- *(3 puntos)* Estudiar la continuidad de *f*
b.- *(4,5 puntos)* Calcular:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)$$

c.- *(2,5 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 f(x)dx$$

Solución: a. La función es continua en $\mathbb{R}-\{-1\}$. *b.* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{-7}{4}$ *c.* $\int_1^2 f(x)dx=-\dfrac{151}{12}$

19. Aragón. EvAU Ordinaria 2020. 3.- (*10 puntos*)
a.- (*3 puntos*) Calcular la derivada de: $f(x)=e^{3x^2-5x}$
b.- (*3 puntos*) Calcular: $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x+2}{\sqrt{16x^2+5}}$
c.- (*4 puntos*) Calcular: $\int_0^2\left(3x^2-\dfrac{1}{\sqrt{4x+1}}\right)dx$

Solución: a. $f'(x)=e^{3x^2-5x}(6x-5)$ *b.* $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{3x+2}{\sqrt{16x^2+5}}=\dfrac{3}{4}$ *c.* $\int_0^2\left(3x^2-\dfrac{1}{\sqrt{4x+1}}\right)dx=7$

20. Aragón. EvAU Ordinaria 2020. 4.- (*10 puntos*) El coste unitario de fabricación de un producto (en euros) depende del tamaño de la producción a través de la siguiente fórmula:

$$C(x)=\frac{1}{10}\left(x^2-16x+100\right)$$

Donde $x\in[2,15]$ es el tamaño de la producción (en miles de unidades) y C es el coste unitario (en euros). Calcular:
a.- *(1 punto)* Si se producen 5000 unidades, ¿cuánto vale el coste unitario?

b.- *(4 puntos)* ¿Para qué valores del tamaño de la producción $x \in [2,15]$ el coste unitario es inferior a 4 euros?

c.- *(5 puntos)* ¿Para qué tamaño de la producción $x \in [2,15]$ se alcanza el coste unitario mínimo? ¿Y el máximo? ¿Cuánto valen estos costes?

Solución: a. $C(5) = 4,5$ € *b. Entre 6000 y 10000 unidades. c. El coste unitario mínimo se obtiene produciendo 8000 unidades siendo de 3.6 €. El coste unitario máximo se obtiene produciendo 15000 unidades siendo de 8.5 €.*

21. Aragón. EvAU Septiembre 2019. Opción A. 2. (*3,25 puntos*) Dada la función

$$f(x) = \frac{4x^2 + 4x + 5}{2x + 1}$$

Calcular:

a) (*0,25 puntos*) Dominio de f.

b) (*0,75 puntos*) ¿Para qué valores de x se cumple $f(x) = 5$?

c) (*1 punto*) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) (*1,25 puntos*) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) Dominio = $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ *b) 0 y 3/2 b) La asíntota vertical es* $x = -\frac{1}{2}$*, no hay horizontal y la oblicua es* $y = 2x + 1$*. c) Crece en* $(-\infty, -1.5) \cup (0.5, +\infty)$ *y decrece en* $(-1.5, -0.5) \cup (-0.5, 0.5)$

22. Aragón. EvAU Septiembre 2019. Opción B. 2. (*3,25 puntos*)

a) (*2 puntos*) Tenemos 4000 euros para invertir en dos fondos M y N. Sea x la cantidad, en miles de euros, que invertimos en el fondo M e y la cantidad, en miles de euros, que invertimos en el fondo N; así, se cumple $x+y=4$. El beneficio que se obtiene, en euros, viene dado por

$$B = 10(2x+1)^2 y$$

Determinar cuánto dinero tenemos que invertir en cada fondo para obtener el máximo beneficio y cuál será ese beneficio máximo.

b) (*1,25 puntos*) Calcular $\int_0^1 \left(\frac{5}{3x+1} - \frac{4}{\sqrt{3x+1}} \right) dx$

Solución: a) El máximo beneficio es de 540 € para una inversión de 2500 euros en el fondo M y 1500 en el fondo N. b) $\int_0^1 \left(\frac{5}{3x+1} - \frac{4}{\sqrt{3x+1}} \right) dx = \frac{5\ln 4 - 8}{3}$

23. Aragón. EvAU Junio 2019. Opción A. 2. (*3,25 puntos*) El precio (en euros) de una acción de una compañía entre las nueve y las diez de la mañana ha venido dado por la siguiente expresión

$$P(x) = 12 - \frac{2x - 8}{x^2 + 4x + 4}$$

donde $x \in [0,60]$ es el tiempo en minutos desde las nueve de la mañana. Calcular:

a) (*0,25 puntos*) El precio de la acción a las nueve y media.

b) (*1 punto*) Entre las nueve y las diez de la mañana, ¿durante cuánto tiempo la acción ha tenido un precio mayor que 12 euros?

c) (*2 puntos*) El máximo y mínimo precio que ha alcanzado la acción entre las nueve y las diez de la mañana.

Solución: a) 11.95 € b) Entre las 9:00 h y las 9:04 h c) El precio mínimo lo alcanza a las 9:10 h siendo de 11.92 €. El precio máximo lo alcanza a las 9:00 h siendo de 14 €.

24. Aragón. EvAU Junio 2019. Opción B. 2.

a) (*2 puntos*) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x - 6$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tales que f tenga un máximo relativo en $x = -2$ con valor $f(-2) = -6$.

b) (*1,25 puntos*) Calcular:

$$\int_0^1 \left(\frac{5x}{\sqrt{8x^2+1}} - 3xe^{-4x^2} \right) dx$$

Solución: a) a = 3/4, b = 3 b) 7/8 +3/(8·e⁴) ≈ 0.88

25. Aragón. EvAU Septiembre 2018. Opción A. 2. *(3,25 puntos)* Dada la función, definida para $x \in \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & si \quad x < -2 \\ \dfrac{x+b}{x^2+1} & si \quad -1 \le x < 0 \\ x^3 - 9x^2 + 24x + 4 & si \quad x \ge 0 \end{cases}$$

a) *(1 punto)* Calcular a y b sabiendo que f es continua en todos los puntos

b) *(1,5 puntos)* Calcular el mínimo valor que toma la función f para $x \in [3, 8]$.

c) *(0,75 puntos)* Calcular

$$\int_1^2 f(x)\,dx$$

Solución: a) a = 3/10, b = 4 b) el mínimo valor lo tiene en (4 ,20) c) 91/4

26. Aragón. EvAU Septiembre 2018. Opción B. 2. *(3,25 puntos)* Un programa de televisión emitido ayer duró 120 minutos. La cuota de pantalla que tuvo el programa, medida en porcentaje, fue variando a lo largo del tiempo según la función:

$$C(x) = \frac{1}{200}\left(-x^2 + 100x + 7500\right)$$

donde $x \in [0, 120]$ es el tiempo (en minutos) transcurrido desde el inicio del programa y C es la cuota de pantalla, en porcentaje.

a) *(0,75 puntos)* Encontrar los valores de tiempo, si los hubo, en los que la cuota de pantalla fue igual a 18.

b) *(1,5 puntos)* ¿En qué instantes de tiempo se alcanzaron la mínima y máxima cuotas de pantalla del programa? ¿Cuáles fueron dichas cuotas?

c) *(1 punto)* Calcular:

$$\int_{10}^{20} C(x)\,dx$$

Solución: a) No hubo ningún momento b) La mínima cuota de pantalla se produjo en el minuto 120 y fue del 25,5% y la máxima en el minuto 50 con un 50%. c) 1315/3

27. Aragón. EvAU Junio 2018. Opción A. 2. *(3,25 puntos)* Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x+3}$$

Calcular:

a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.

b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?

c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

Solución: a) Dominio f = $\mathbb{R}-\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ *b)* $x\in\left(-\frac{3}{2},1\right)\cup(1,+\infty)$ *c) vertical x = –3/2. Horizontal: no tiene.*

Oblicua: $y=\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}$ *d) Máximo relativo en el punto (–4, –5) y un mínimo relativo en (1, 0)*

28. Aragón. EvAU Junio 2018. Opción B. 2. *(3,25 puntos)* Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo juguete para la campaña de Navidad. Tiene que decidir el precio de venta al público del juguete, que estará entre 1 y 10 euros. Ha realizado un estudio y sabe que el beneficio B que obtendrá en la campaña dependerá del precio de venta que le ponga al juguete. Así, si le pone un precio de venta x (en euros), el beneficio que obtendrá será de

$$B(x)=\frac{9}{x}-\frac{18}{x^2}-1$$

donde B está expresado en millones de euros.

a) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de $x\in[1,10]$ el beneficio es positivo?

b) *(1,5 puntos)* ¿Qué precio de venta $x\in[1,10]$ tiene que poner al juguete para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?

c) *(1 punto) Calcular*

$$\int_1^{10} B(x)\,dx$$

Solución: a) Para x ∈ (3, 6) b) 4 € para conseguir un beneficio máximo de 125000 €.
c) 9·ln10 – 25.2

29. Aragón. EvAU Septiembre 2017. Opción A. 2. *(3,25 puntos)* Los ingresos por ventas (en millones de euros) que obtiene una empresa dependen del gasto que haga en publicidad, de forma que, si gasta x millones de euros, los ingresos por ventas son iguales a:

$$V(x)=\frac{21x+12}{x+1}$$

a) *(0,75 puntos)* Encontrar, si existe, el valor o valores de x para los cuales los ingresos por ventas son iguales a 18 millones de euros.

b) *(1 punto)* Calcular:

$$\lim_{x\to+\infty} V(x)$$

¿Cómo se puede interpretar el resultado?

c) *(1,5 puntos)* Si definimos el beneficio por ventas como la diferencia entre los ingresos por ventas y el gasto en publicidad (esto es, $B(x)=V(x)-x$), calcular el máximo beneficio que se puede alcanzar cuando $x\in[0,5]$.

Solución: a) Con un gasto de 2 millones en publicidad
b) $\lim_{x\to+\infty} V(x)=21$*; La interpretación es que por mucho que aumente el gasto en publicidad, los ingresos por ventas no sobrepasarán los 21 millones de euros*
c) El máximo beneficio es de 16 millones de euros obtenidos al gastar 2 millones de euros en publicidad.

30. Aragón. EvAU Septiembre 2017. Opción B. 2. *(3,25 puntos)* Dada la función, definida para $x\in\mathbb{R}$,

$$f(x)=\begin{cases} ax+2 & si\ \ x<-1 \\ 18-4x+x^2 & si\ \ -1\le x<3 \\ x^3-9x^2+15x+20 & si\ \ x\ge 3\end{cases}$$

a) *(0,75 puntos)* Calcular a sabiendo que f es continua en $x=-1$.

b) *(1,5 puntos)* Calcular el máximo valor que toma la función f para $x\in[4,8]$.

c) *(1 punto)* Calcular:

$$\int_1^2 f(x)\,dx$$

Solución: a) a = –21 b) El máximo valor es de 76 y lo toma en x = 8 c) 43/3

31. Aragón. EvAU Junio 2017. Opción A. 2. *(3,25 puntos)*

a) *(2 puntos)* Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+2x+2$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tal que f tenga un máximo relativo en $x=-1$ con valor $f(-1)=2$.

b) *(1,25 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(7e^{3x}+\frac{4}{3}x^2-3\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)dx$$

Solución: a) a = 2, b = 4 b) $\frac{7}{3}e^3\left(e^3-1\right)+\frac{46}{9}-4\sqrt{2}+\ln 2\approx 894.615$

32. Aragón. EvAU Junio 2017. Opción B. 2. *(3,25 puntos)* Dada la función

$$f(x)=\frac{x^2-4}{2x-5}$$

calcular:

a) *(0,25 puntos)* Dominio de f.

b) *(0,75 puntos)* ¿Para qué valores de x es la función positiva?

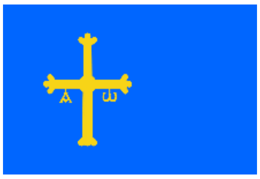
c) *(1 punto)* Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

d) *(1,25 puntos)* Sus máximos y mínimos relativos, si existen.

Solución: a) Dominio f = $\mathbb{R}-\{5/2\}$ *b)* $(-2,2)\cup\left(\frac{5}{2},+\infty\right)$ *c) Vertical: x = 5/2. Horizontal: no tiene.*

Oblicua: $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$ *d) La función tiene un máximo relativo en (1, 1) y un mínimo relativo en (4, 4).*

ASTURIAS



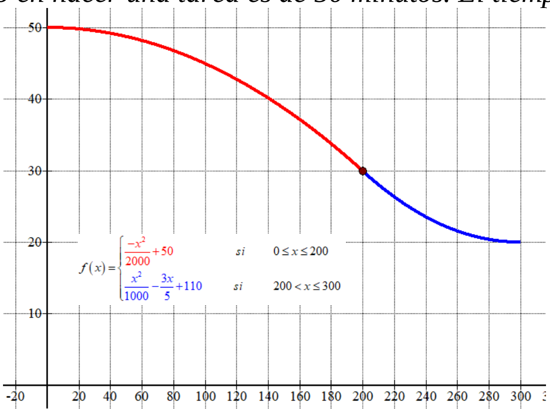
1. Asturias. EBAU Extraordinaria 2024. Pregunta 3. El tiempo en minutos que un empleado tarda en completar cierta tarea (*f*) se puede expresar en función de las horas de experiencia (*x*) como sigue:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^2}{2000}+50 & si \quad 0\le x\le 200\\[2mm] \dfrac{x^2}{1000}-\dfrac{3x}{5}+a & si \quad 200<x\le 300\end{cases}$$

a) **[0.75 puntos]** Determina el valor de ≪a≫ para que el tiempo de ejecución de la tarea sea continuo entre 0 y 300 horas.

b) **[1.75 puntos]** Considerando el valor de ≪a≫ obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función *f* en el intervalo [0, 300]. ¿Cuál es el tiempo máximo que puede tardar un empleado en realizar la tarea? ¿Y el mínimo?

Solución: a) Para a =110 la función es continua en todo su dominio. b) El tiempo máximo que tarda un empleado en hacer una tarea es de 50 minutos. El tiempo mínimo que tarda en hacer una tarea es de 20 minutos.

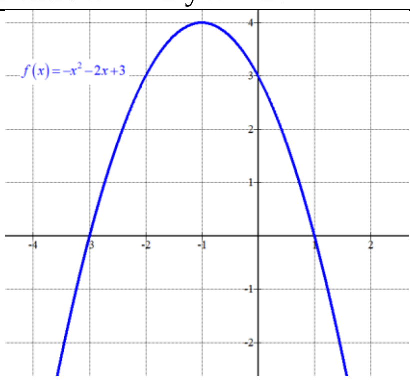


2. Asturias. EBAU Extraordinaria 2024. Pregunta 4. Dada la función $f(x)=-x^2-2x+3$, se pide:

a) **[0.5 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F(1) = 1*.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva *f* y el eje *X* entre *x* = −*2* y *x* = *2*.

Solución: a) $F(x)=\dfrac{-x^3}{3}-x^2+3x-\dfrac{2}{3}$ *b)*



El área tiene un valor de $\dfrac{38}{3}\simeq 12.667$ *unidades cuadradas.*

3. Asturias. EBAU Ordinaria 2024. Pregunta 3. Tras ingerir cierta cantidad de alcohol en ayunas, el nivel de etanol en sangre (medido en mg/dl) de una persona se ajusta aproximadamente, durante las 5 horas siguientes a la ingesta, a la función:

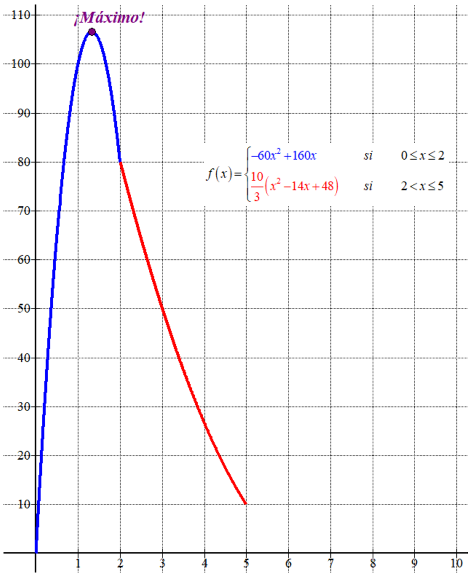
$$f(x)=\begin{cases}-60x^2+160x & si \quad 0\le x\le 2\\ \frac{10}{3}\left(x^2-14x+48\right) & si \quad 2<x\le 5\end{cases}$$

donde x representa el tiempo (en horas) transcurrido desde la ingesta.

a) **[1.75 punto]** Estudia y representa gráficamente la función f entre las 0 y las 5 horas.

b) **[0.75 puntos]** Si la persona es un conductor novel y el límite de alcohol en sangre permitido a un conductor novel es de 30 mg/dl, ¿podría esta persona conducir a las 3 horas de la ingesta? ¿Y a las 5 horas?, ¿cuál sería el nivel de etanol en sangre en ese momento?

Solución: a) La función es continua en todo su dominio. La función crece en $\left[0,\frac{4}{3}\right)$ *y decrece en* $\left(\frac{4}{3},5\right]$.



La función tiene un máximo relativo en $x=\frac{4}{3}$.

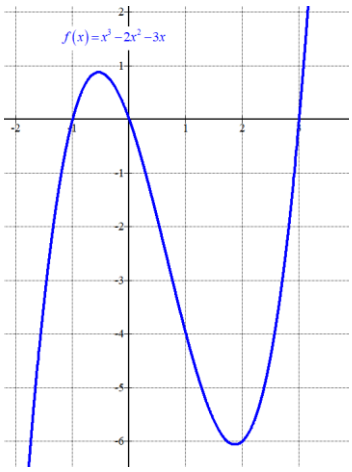
b) A las 3 horas de la ingesta el nivel de alcohol en sangre es de 50 mg/dl. Por lo que no podría conducir. A las 5 horas de la ingesta el nivel de alcohol en sangre es de 10 mg/dl. Por lo que si podría conducir.

4. Asturias. EBAU Ordinaria 2024. Pregunta 4. Dada la función $f(x)=x^3-2x^2-3x$, se pide:

a) **[0.5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 0$.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -2$ y $x = 1$.

Solución: a) $F(x)=\frac{x^4}{4}-2\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+\frac{22}{3}$ *b) La función es continua en* $\mathbb{R}$. *La función crece en* $\left(\frac{2+\sqrt{13}}{3},+\infty\right)\cup\left(-\infty,\frac{2-\sqrt{13}}{3}\right)$ *y decrece en* $\left(\frac{2-\sqrt{13}}{3},\frac{2+\sqrt{13}}{3}\right)$. *La función tiene un máximo relativo en*



$x=\frac{2-\sqrt{13}}{3}$ *y un mínimo relativo en* $x=\frac{2+\sqrt{13}}{3}$ *El área vale* $\frac{77}{12}\simeq 6.42$ *u*^{2}.

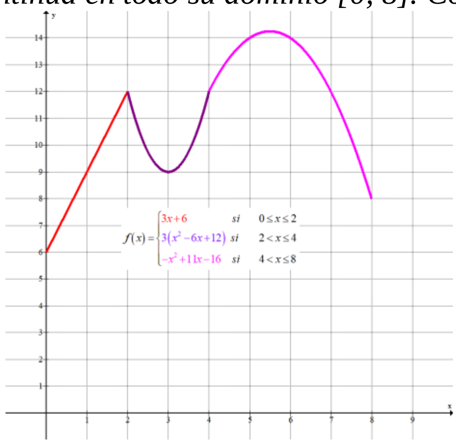
5. Asturias. EBAU Extraordinaria 2023. Pregunta 3. El consumo energético de una comunidad de vecinos durante una mañana se ajusta aproximadamente a la siguiente función donde *x* representa las horas transcurridas desde las 6:00 de la mañana:

$$f(x)=\begin{cases} a(x+2) & si \quad 0\le x\le 2 \\ 3(x^2-6x+12) & si \quad 2<x\le 4 \\ -x^2+11x-16 & si \quad 4<x\le 8 \end{cases}$$

a) **[0.75 puntos]** Estudia la continuidad de la función. Determina el valor de *a* para que dicha función sea continua en todo su dominio.

b) **[1.75 puntos]** Considerando el valor de *a* obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente *f* en todo su dominio. ¿En qué momento el consumo es máximo? ¿Y mínimo?

Solución: a) Con a = 3 la función es continua en todo su dominio [0, 8]. Con $a\neq 3$ *la función es continua en [0, 2)∪(2, 8]. b) Con a = 3*

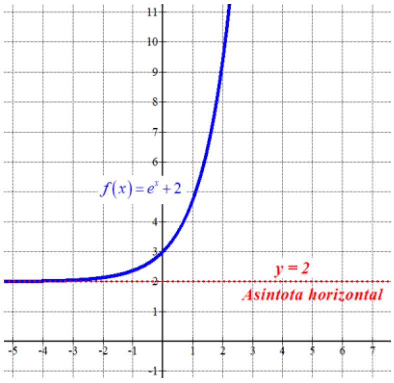


el consumo es máximo en x = 5.5, es decir, a las 11 horas y 30 minutos. El consumo es mínimo en x = 0, es decir, a las 6 horas.

6. Asturias. EBAU Extraordinaria 2023. Pregunta 4. Dada la función $f(x)=e^x+2$, se pide:

a) **[0.5 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F(0) = 3*.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre *x* = −*1* y *x* = *2*.



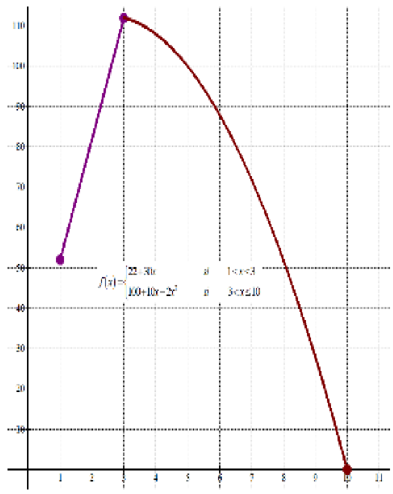
Solución: a) $F(x)=e^x+2x+4$ *b)* *El área es* $e^2-\frac{1}{e}+6\simeq 13.02\ u^2$

7. Asturias. EBAU Ordinaria 2023. Pregunta 3. La producción diaria de una determinada empresa oscila entre 1 y 10 toneladas. El beneficio diario (*f*), en miles de euros, depende de la producción (*x*) y su relación puede expresarse como sigue:

$$f(x)=\begin{cases}22+a\cdot x & si \quad 1\le x\le 3\\ 100+10\cdot x+b\cdot x^2 & si \quad 3<x\le 10\end{cases}$$

a) **[0.75 puntos]** Determina las constantes *a* y *b* si se sabe que los días en los que se producen 3 toneladas el beneficio es de 112 miles de euros y que la función *f* es continua en todo su dominio.

b) **[1.75 puntos]** Considerando los valores de *a* y *b* obtenidos en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función *f* en el intervalo [1, 10]. Si un día el beneficio ha sido de 100 miles de euros, ¿cuánto se ha producido ese día? ¿Cuál es el beneficio mínimo un día cualquiera? ¿Y el beneficio máximo?



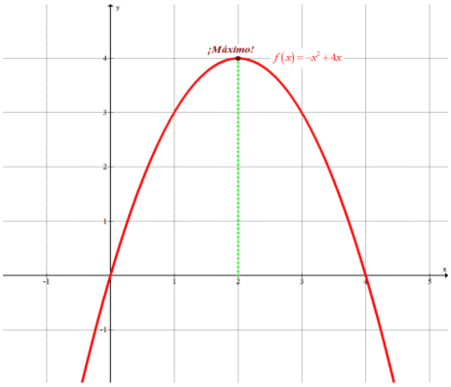
Solución: a) Los valores buscados son a = 30 y b = –2. b) Si el beneficio es de 100 miles se han producido 2.6 toneladas o 5 toneladas. el beneficio máximo es de 112 000 € y el mínimo beneficio es de 0 €.

8. Asturias. EBAU Ordinaria 2023. Pregunta 4. Dada la función $f(x)=-x^2+4x$, se pide:

a) **[0.5 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F(1) = 2.*

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva *f* y el eje *X* entre *x = −1* y *x = 3.*

Solución: a) $F(x)=\dfrac{-x^3}{3}+2x^2+\dfrac{1}{3}$. *b)*



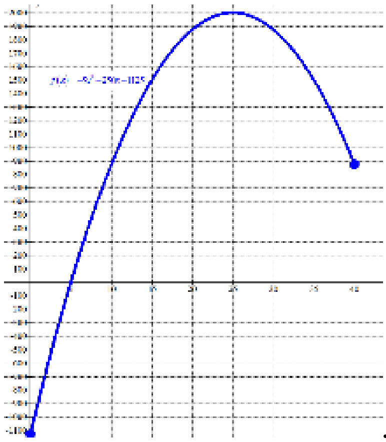
El área es 34/3 = 11.33 unidades cuadradas.

9. Asturias. EBAU Extraordinaria 2022. 2A. Una empresa ingresa 500 miles de euros por cada tonelada de producto que vende. En cuanto a costes, tiene unos costes de producción, entre mano de obra y materia prima, de 250 miles de euros por cada tonelada que produce. Además, cada año debe pagar como impuestos el x% de sus ingresos, si ha vendido x toneladas de producto. Por último, la empresa tiene unos costes fijos anuales de 1125 miles de euros. Si f representa los beneficios (ingresos - costes) anuales, la producción máxima anual es de 40 toneladas y esta empresa vende cada año todo lo que produce, se pide:

a) **[1,75 puntos]** Obtener la expresión de la función f en función de x. Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo [0, 40].

b) **[0,75 puntos]** ¿Qué cantidad debe producir en un año para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Qué cantidad hay que producir en un año para que el beneficio sea positivo?

Solución: a) $f(x)=-5x^2+250x-1125$. *La función crece en (0, 25). La función decrece en (25, 40). presenta un máximo relativo en x = 25.*



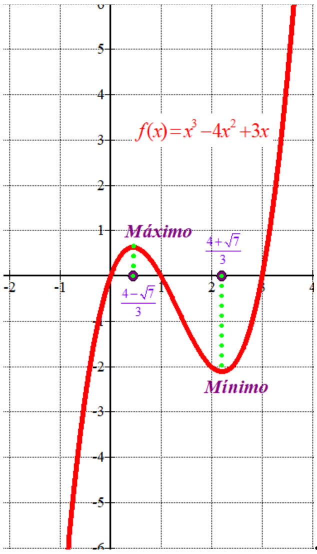
. b) Hay que fabricar 25 toneladas para obtener un beneficio máximo de 2 000 000 €. Para obtener beneficios hay que producir al menos 5 toneladas.

10. Asturias. EBAU Extraordinaria 2022. 2B. Dada la función $f(x)=x^3-4x^2+3x$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que F(1) = 1.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre x = 0 y x = 4.

Solución: a) $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{4}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{7}{12}$ *b)*



. Área = 8 u².

11. Asturias. EBAU Ordinaria 2022. 2A. El salario diario (f) de un trabajador durante los primeros cinco años en una determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

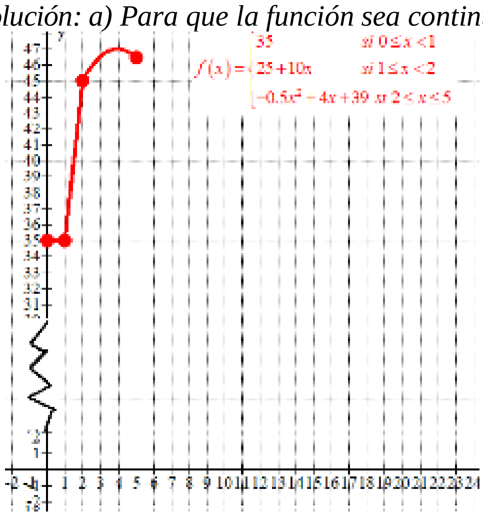
$$f(x)=\begin{cases}35 & si\ 0\le x<1\\ 25+10x & si\ 1\le x<2\\ -0.5x^2+4x+a & si\ 2\le x\le 5\end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** Estudia la continuidad de la función, determinando el valor de a para que dicha función sea continua en todo su dominio.

b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento el salario fue máximo? ¿y mínimo?

Solución: a) Para que la función sea continua en todo su dominio debe ser a = 39.

b)



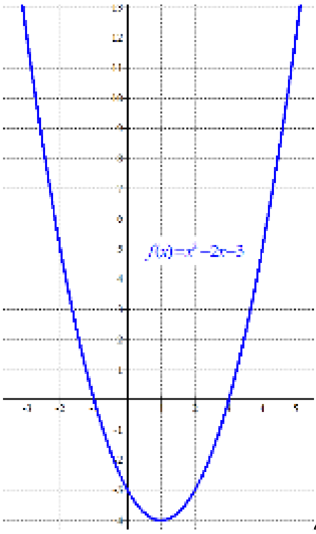
El salario máximo se produce en x = 4 (al cuarto año) y el mínimo en los años 0 y 1.

12. Asturias. EBAU Ordinaria 2022. 2B. Dada la función $f(x)=x^2-2x-3$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que F(0) = 0.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre x = –3 y x = 4.

Solución: a) $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-x^2-3x$ *b)*



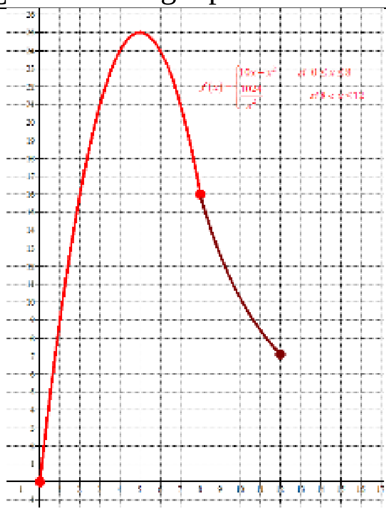
Área $= \dfrac{71}{3} \simeq 23.67\,u^2$

13. Asturias. EBAU Extraordinaria 2021. 2A. Se ha investigado la energía que produce una placa solar (f) en función del tiempo transcurrido, en horas, desde que amanece (x), obteniéndose que:

$$f(x)=\begin{cases} 10x-x^2 & si\ \ 0\le x\le 8 \\ \dfrac{a}{x^2} & si\ 8< x\le 12 \end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** Determina el valor de a para que la energía producida varíe de forma continua al variar el tiempo transcurrido desde que amanece.

b) **[1,75 puntos]** Considerando el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿En qué momento del día la placa produce más energía? ¿Cuánta energía produce en ese momento?



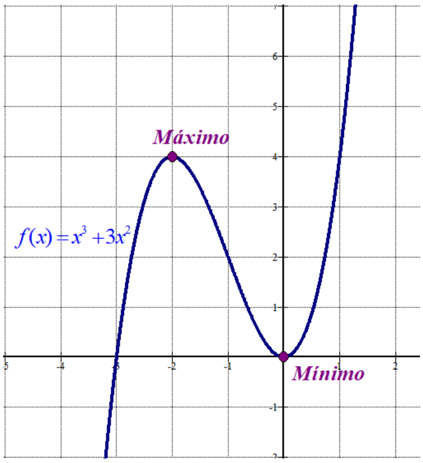
Solución: a) a = 1024 b) Se observa que el máximo de energía se produce a las 5 horas produciendo 25 de energía

14. Asturias. EBAU Extraordinaria 2021. 2B. Dada la función $f(x)=x^3+3x^2$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que *F(2) = 10*.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x=-3{,}2$ y $x=-2$.

Solución: a) $F(x)=\frac{x^4}{4}+x^3-2$ *b)*



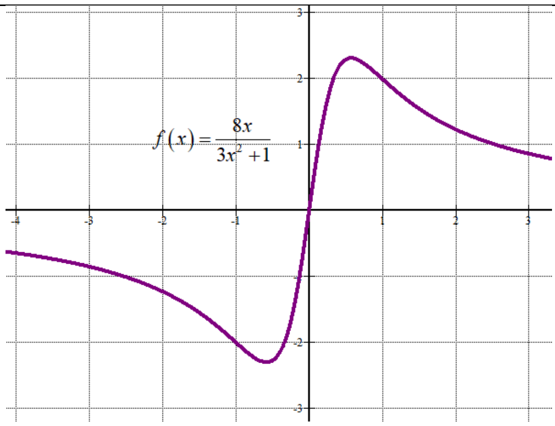
Área = 2.75 + 0.1964 = 2.9464 u^2

15. Asturias. EBAU Ordinaria 2021. 2A. Dada la función $f(x)=\frac{a\cdot x}{3\cdot x^2+1}$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar el valor de a que verifica que $F(0)=0$ y $F(1)=\frac{4}{3}\cdot\ln(4)$, donde F denota una primitiva de f.

b) **[2 puntos]** Suponiendo el valor de a obtenido en el apartado anterior, estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x=-1$ y $x=1$.

Solución: a) a = 8 *b)*



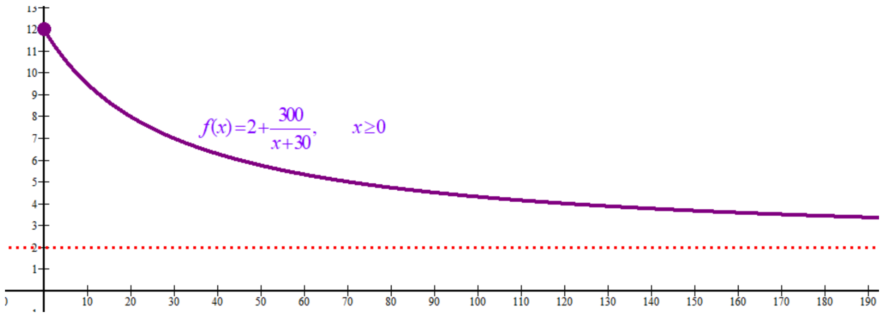
El área es $\frac{8}{3}\ln 4 \simeq 3{,}687\ u^2$

16. Asturias. EBAU Ordinaria 2021. 2B. Se ha investigado el tiempo en minutos (*f*) que se tarda en realizar cierta prueba de atletismo en función del tiempo de entrenamiento en días (x) de los deportistas, obteniéndose que:

$$f(x)=2+\frac{300}{x+30}, \qquad x\geq 0$$

a) **[2 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función f en todo su dominio. ¿Aumenta en algún momento el tiempo que se tarda en realizar la prueba?

b) **[0,5 puntos]** Por mucho que entrene un deportista, ¿será capaz de hacer la prueba en menos de 2 minutos? ¿Cuánto tiempo hay que entrenar para realizar la prueba en menos de 4 minutos?

Solución: a) 

En ningún momento aumenta el tiempo que se tarda en realizar la prueba, pues la función que nos da el tiempo es siempre decreciente.

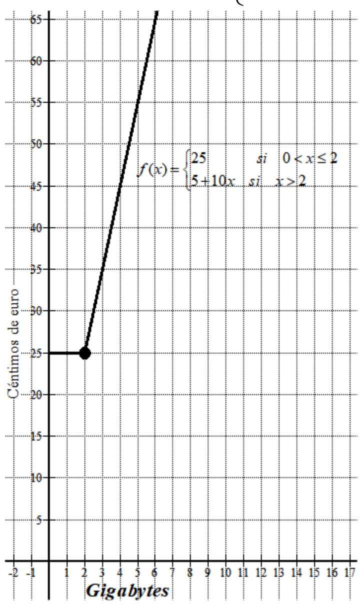
b) No es posible tardar menos de 2 minutos. Para hacer la prueba en menos de 4 minutos necesita entrenar más de 120 días.

17. Asturias. EBAU Extraordinaria 2020. 2A. Según una compañía telefónica, el coste de la transferencia de datos se descompone en dos conceptos: un coste fijo de 25 céntimos de euro por transferencia realizada más un coste variable en función de los gigabytes transferidos. El coste variable asociado a los 2 primeros gigabytes en gratis, pero a partir de 2 gigabytes, pasa a tarifar los gigabytes restantes a 10 céntimos de euro por gigabyte.

a) **[0,75 puntos]** Si $f(x)$ representa el coste total en céntimos de euro de una transferencia en función de la cantidad de gigabytes transferidos en la misma (x), obtén la expresión de dicha función f para cualquier valor positivo x. ¿Es el coste una función continua de la cantidad transferida?

b) **[1,75 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0,\infty)$. Si el coste total de una transferencia ha sido de 2,25 euros, ¿cuántos gigabytes se han transferido? ¿Cuál es el coste mínimo de una transferencia cualquiera? ¿Y el coste máximo?

Solución: a) $f(x)=\begin{cases}25 & si \quad 0<x\leq 2\\ 5+10x & si \quad x>2\end{cases}$ *Es continua en todo su dominio.*

b) 

22 gigabytes. El coste mínimo es 25 céntimos y el coste máximo no existe.

18. Asturias. EBAU Extraordinaria 2020. 2B. Dada la función $f(x)=\dfrac{6}{x+1}-2$, se pide:

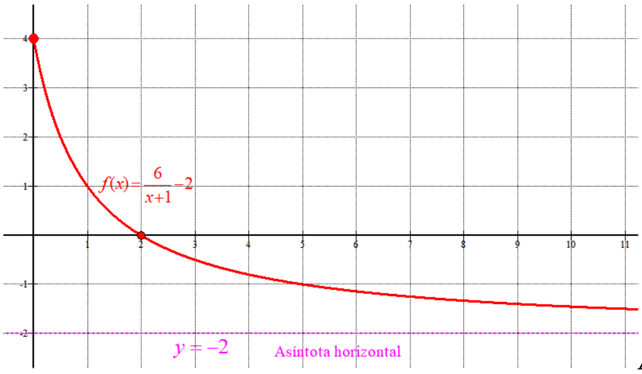
a) **[0,5 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(0)=2$.

b) **[2 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en el intervalo $[0,\infty)$, Calcular el área limitada por la curva f y el eje X entre $x = 0$ y $x = 3$.

Solución:

a) La primitiva buscada es $F(x) = 6\ln|x+1| - 2x + 2$

b)



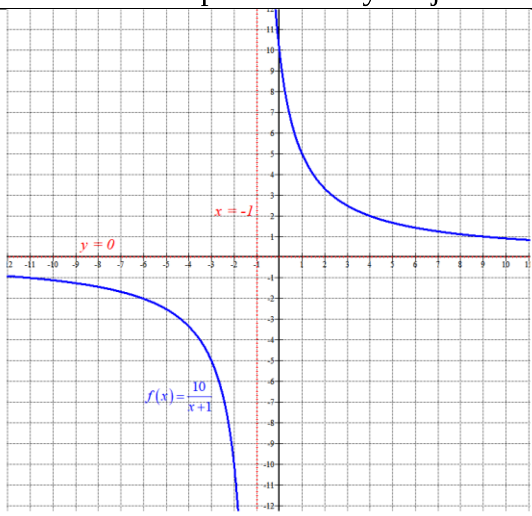
Área total = 2.59 + 0.27 = 2.86 u^2

19. Asturias. EBAU Ordinaria 2020. 2A. Dada la función $f(x) = \dfrac{a}{x+1}$, se pide:

a) **[0,5 puntos]** Encontrar el valor de a que verifica que $F(0) = 0$ y $F(1) = 10 \cdot \ln(2)$, donde F denota una primitiva de f.

b) **[2 puntos]** Suponiendo que $a = 10$, estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = -3$ y $x = -2$.

Solución: a) a = 10.   b)



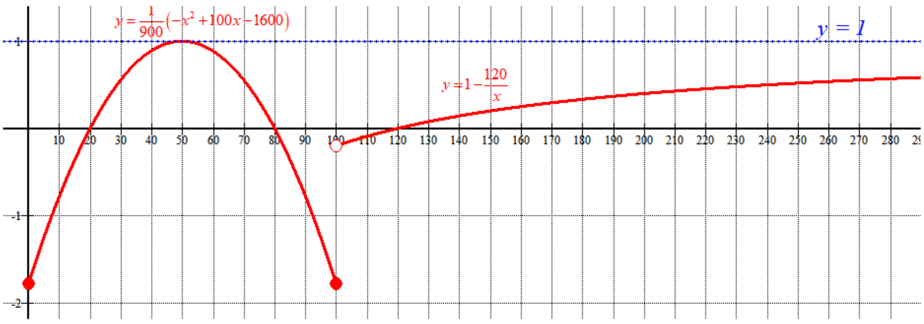
Área $= 10\ln 2 = 6{,}93\, u^2$

20. Asturias. EBAU Ordinaria 2020. 2B. A la hora de estudiar la relación entre el beneficio mensual de una empresa y cantidad de producto fabricado, se representa por *f (x)* el beneficio mensual, en millones de euros, si se han fabricado *x* toneladas de producto ese mes. Si en un mes se fabrican como mucho 100 toneladas de producto, el beneficio mensual se puede considerar que es $\dfrac{1}{900}\left(-x^2+100x-1600\right)$ millones de euros, mientras que si se fabrican más de 100 toneladas de producto, el beneficio viene dado por $1-\dfrac{120}{x}$ millones de euros.

a) **[1,75 puntos]** Obtén la expresión de la función f. Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $[0,\infty)$.

b) **[0,75 puntos]** ¿Qué cantidad debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Qué cantidad hay que fabricar para que el beneficio sea positivo?

Solución:



a)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{900}\left(-x^2+100x-1600\right) & si\ 0\le x\le 100\\ 1-\frac{120}{x} & si\ x>100\end{cases}$$

b) Para maximizar el beneficio deben fabricarse 50 toneladas. Y ese beneficio máximo es 1 millón de euros.
El beneficio es positivo entre 20 y 80 toneladas y de 120 en adelante.

21. Asturias. EBAU Julio 2019. Opción A. 2. Dos fuentes de energía A y B producen electricidad a la vez durante 6 horas. Si dado un instante de tiempo x en el intervalo [0,6] se tiene que $f(x)=-x^2+6x+3$ representa la electricidad producida por la fuente A y $g(x)=x+9$ representa la electricidad producida por la fuente B, se pide:

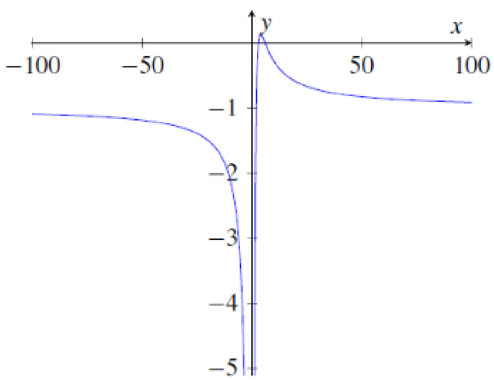
a) [1 punto] Determinar en qué momentos están produciendo la misma cantidad de electricidad ambas fuentes. ¿A cuánto asciende la producción de electricidad de cualquiera de las dos fuentes en esos momentos?
b) [1 punto] Determinar en qué momentos la producción de la fuente A decrece.
c) [1 punto] Obtener el instante de tiempo en el que la producción conjunta de las dos fuentes es máxima.

Solución: a) La producción a las 2 horas de cualquiera de las dos empresas es de 11 unidades y a las 3 horas es de 12 unidades. b) La producción de la fuente A decrece a partir de la hora 3
c) La producción conjunta es máxima a las 3 horas y media

22. Asturias. EBAU Julio 2019. Opción B. 2. Dada la función $f(x)=\frac{9}{x}-\frac{18}{x^2}-1$, se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la primitiva F de *f* verificando que *F(1) = 20.*
b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre *x = 1* y *x = 12.*

Solución: a) $F(x)=9\ln(x)+\frac{18}{x}-x+3$ *b) Dominio=* $\mathbb{R}-\{0\}$ *, Puntos de corte con los ejes: (3, 0) y (6, 0). Asíntota vertical: x = 0. Asíntota horizontal: y = –1. Crece en (0, 4) y decrece en el resto.*



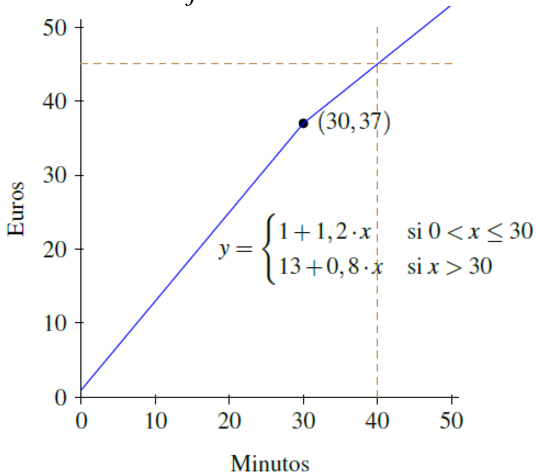
El área vale 5.6125 u²

23. Asturias. EBAU Junio 2019. Opción A. 2. El precio de una llamada a una línea de pago se descompone en dos conceptos: el establecimiento de llamada (precio fijo) más un coste variable en función de la duración. El coste del establecimiento de llamada es de 1 euro y el coste variable es de 1,2 euros por cada minuto hablado durante los primeros 30 minutos (inclusive), pasando a tarifar los minutos restantes a partir de ese momento a 0,8 euros por minuto.

a) **[1 punto]** Si *f(x)* representa el coste total en euros de la llamada en función de la duración en minutos de la misma (*x*), obtén la expresión de dicha función *f* y estudia su continuidad en el punto $x=30$.

b) **[2 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función *f* en el intervalo (0, ∞). Si el coste total de una llamada ha sido de 45 euros, ¿cuánto ha durado la llamada?

Solución: a) $f(x)=\begin{cases}1+1.2x & si\ \ 0<x\le 30\\ 13+0.8x & si\ \ x>30\end{cases}$ *; f es continua en x = 30* *b) El dominio de definición de f es el intervalo (0, ∞). La función no corta al eje de abscisas en su dominio de definición. La función es creciente en todo su dominio.*



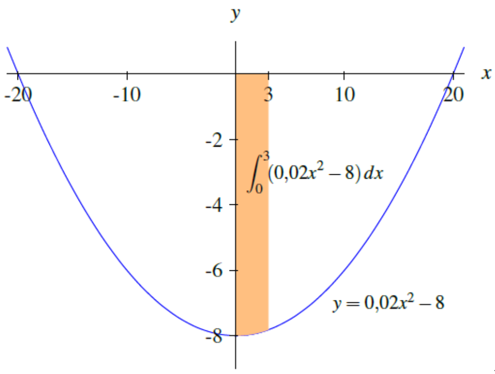
Una llamada que ha costado 45 € ha durado 40 minutos.

24. Asturias. EBAU Junio 2019. Opción B. 2. La variación instantánea de la cotización viene dada por la función $f(x)=0{,}02x^2+1$ donde *x* representa el tiempo que lleva cotizando desde el comienzo de la semana. Se pide:

a) **[0,75 puntos]** Determinar la función cotización F, si se sabe que dicha función es la primitiva de *f* y que en el momento inicial la cotización era de 5.

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *g* definida como $g(x)=f(x)-9;\ \forall x\in\mathbb{R}$ y calcular el área limitada por la curva *g* y el eje X entre *x = 0* y $x=3$.

Solución: a) $F(x)=0.02\dfrac{x^3}{3}+x+5$ *b) El dominio es todos los reales. Corta el eje de ordenadas en (0, –8) y el de abscisas en (–20, 0) y (20, 0) Es continua y no tiene asíntotas. En x = 0 hay un mínimo relativo. La función es convexa.*



Área = 23.82 u^2.

25. Asturias. EBAU Julio 2018. Opción A. 2. La cotización de las acciones (en euros) de una determinada sociedad suponiendo que la bolsa funcionó de continuo todos los días de un mes de 30 días, respondió a la siguiente ley:

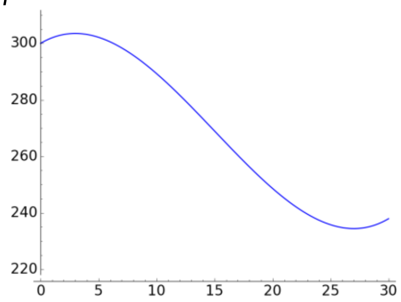
$$f(x)=\frac{x^3-45x^2+243x+30000}{100},\ con\ 0\le x\le 30,$$

donde *x* representa el tiempo (en días).

a) **[1,5 puntos]** Determina el periodo de tiempo en el que la cotización descendió. ¿En qué momento la cotización fue máxima? ¿A cuánto ascendió dicha cotización? ¿En qué momento la cotización fue mínima?

b) **[1,5 puntos]** Estudia y representa gráficamente la función *f* en el intervalo [0,30].

Solución: a) La cotización descendió es el intervalo (3,27). La cotización fue máxima en x = 3, en cuyo momento se cotizaban las acciones a 303,51 euros. La cotización fue mínima en x = 27.



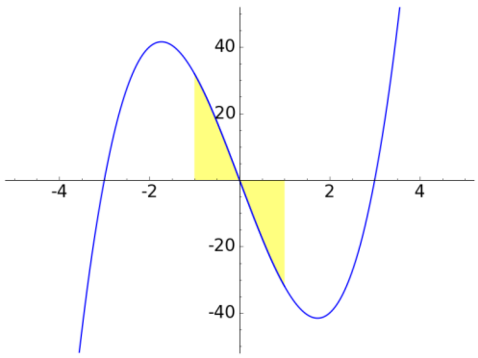
b) Dominio = [0, 30]. La función es continua en todo su dominio.

26. Asturias. EBAU Julio 2018. Opción B. 2. Dada la función $f(x)=4x^3-36x$, se pide:

a) **[0,75 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F(1) = 0.*

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *f* y calcular el área limitada por la curva y el eje X entre *x = −1* y *x = 1*.

Solución: a) $F(x)=x^4-18x^2+17$ *b) El dominio son todos los reales. Corta los ejes en los puntos (0, 0), (–3, 0) y (3, 0). No tiene asíntotas. La función es creciente en* $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},+\infty\right)$ *y decreciente en* $\left(-\sqrt{3},\sqrt{3}\right)$. *Máximo en* $\left(-\sqrt{3},41.57\right)$ *y mínimo en* $\left(\sqrt{3},-41.57\right)$



Área = 34 u².

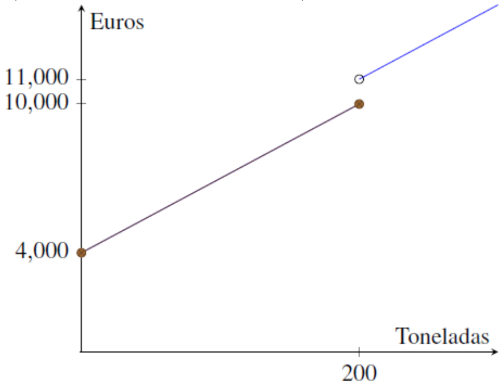
27. Asturias. EBAU Junio 2018. Opción A. 2. El directivo de una empresa cobra cada mes un sueldo fijo de 4000 euros, más una comisión de 30 euros por cantidad de producto vendido, en toneladas. Además, si un mes las ventas superan las 200 toneladas, el directivo recibe un suplemento de 1000 euros.

a) **[1 punto]** Si *f (x)* representa el sueldo mensual del directivo en función de las toneladas vendidas *x*, obtén la expresión de dicha función *f* y estudia su continuidad en el punto *x = 200.*

b) **[2 puntos]** Estudia y representa la función *f* para valores de *x* en el intervalo [0, ∞). Considera un mes en el que no se han superado las 200 toneladas de producto vendido, si el directivo ha cobrado el sueldo máximo posible, ¿cuántas ventas ha habido? ¿Y si el directivo ha cobrado el sueldo mínimo posible?

Solución: a) $f(x)=\begin{cases}4000+30x & si\ \ 0\le x\le 200\\ 5000+30x & si\ \ x>200\end{cases}$ *. La función no es continua en x = 200*

b) El dominio es [0, + ∞). Es creciente en (0, 200) y en (200, + ∞)



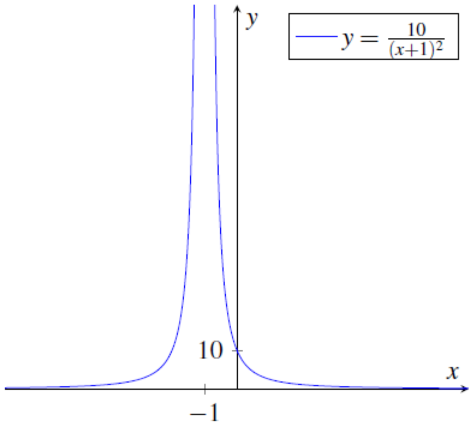
El sueldo máximo se obtiene con 200 toneladas vendidas. El mínimo se obtiene cuando no hay ventas.

28. Asturias. EBAU Junio 2018. Opción B. 2. Dada la $f(x)=\dfrac{10}{(x+1)^2}$, se pide:

a) **[0,75 puntos]** Encontrar la primitiva *F* de *f* verificando que *F(4) = 0.*

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función *f* en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre *x = 1* y *x = 3.*

Solución: a) $F(x)=\dfrac{-10}{x+1}+2$ *b)*



El dominio de f es R − {−1}. El punto de corte con los ejes es (0, 10). La asíntota vertical es x = –1. Asíntota horizontal es y = 0. Crece en (–∞, –1) y decrece en (–1, +∞).

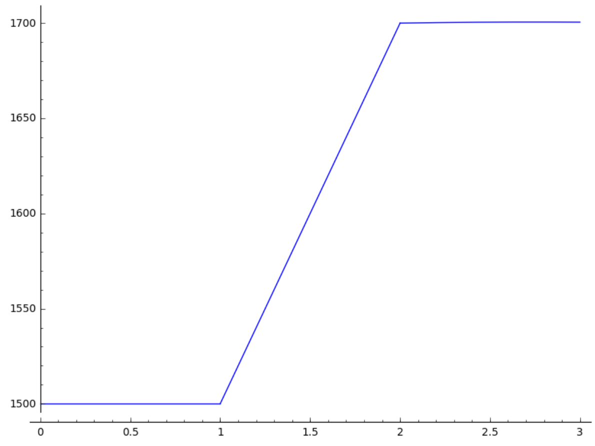
29. Asturias. EBAU Julio 2017. Opción A. 2. El salario de un trabajador durante los primeros tres años en determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde *x* representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x)=\begin{cases}1500 & si\ \ 0\le x<1\\ 1300+200x & si\ \ 1\le x<2\\ -x^2+5{,}5x+1963 & si\ \ 2\le x\le 3\end{cases}$$

a) **[0,75 puntos]** ¿Es continua para *x = 2*?

b) **[2,25 puntos]** Estudia y representa la función *f*. ¿En qué momento el trabajador cobra más? ¿y menos?

Solución: a) Es continua b) El dominio de definición de f es el intervalo [0,3]. Es continua en todo el dominio de definición. Es constante en (0, 1). Es creciente en (1, 2). Es creciente en el intervalo (2, 2.75)



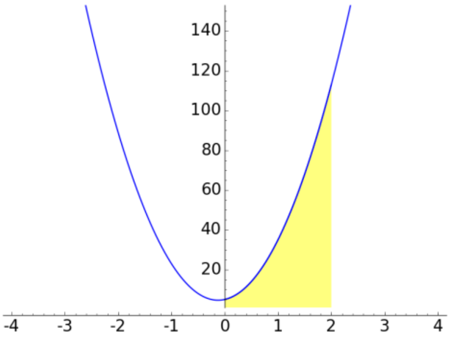
y decreciente en el intervalo (2.75, 3). . El trabajador cobra más a los 2,75 años, momento en el que cobra 1700,56 euros. Cobra menos en cualquier momento desde que lo contratan hasta el primer año; en este periodo su salario es de 1500 euros

30. Asturias. EBAU Julio 2017. Opción B. 2. Si x representa el volumen de producción de una fábrica, el coste marginal de la misma viene dado por la función $f(x)=5+6x+24x^2$. Se pide:

a) **[0,75 puntos]** Encontrar la función del coste total F, si se sabe que dicha función viene dada por la primitiva F de f que verifica que $F(2) = 90$.

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

Solución: a) $F(x)=5x+3x^2+8x^3+4$ *b) El dominio son todos los números reales. Corta al eje en el punto (0, 5). No tiene asíntotas. Es decreciente en* $(-\infty,-1/8)$ *y creciente en* $(-1/8,+\infty)$. *Tiene un mínimo relativo en x = –1/8.*



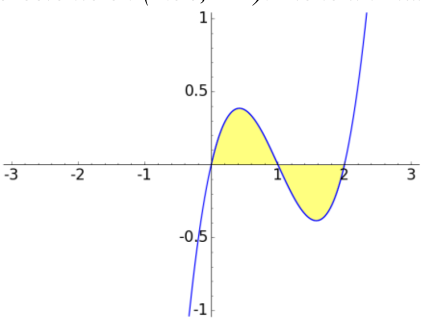
Área = 86 u^2.

31. Asturias. EBAU Junio 2017. Opción A. 2. Dada la función $f(x)=x^3-3x^2+2x$, se pide:

a) **[0,75 puntos]** Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$.

b) **[2,25 puntos]** Estudiar y representar gráficamente la función f . Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

Solución: a) $F(x)=\dfrac{x^4}{4}-x^3+x^2+1$ *b) El dominio son todos los números reales. Corta los ejes en los puntos (0, 0), (1, 0) y (2, 0). No tiene asíntotas. Es creciente en (–∞, 0.42), decreciente en (0.42, 1.58) y creciente en (1.58, +∞). Tiene un máximo en x = 0.42 y un mínimo en x = 1.58.*



Área = 0.5 u^2.

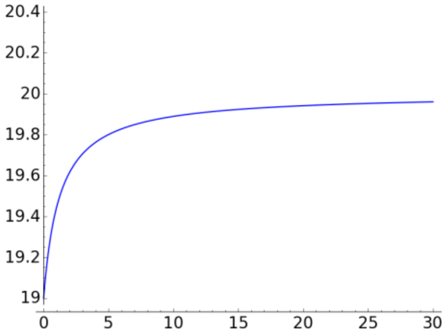
32. Asturias. EBAU Junio 2017. Opción B. 2. La temperatura de un laboratorio se puede relacionar con el tiempo desde que comienza la jornada laboral mediante la siguiente expresión (*f (x)* representa la temperatura, en grados centígrados, y *x* es el tiempo transcurrido, en minutos, desde que comienza la jornada laboral):

$$f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5}, \quad x \geq 0$$

a) **[2.5 puntos]** ¿Disminuye en algún momento la temperatura? Estudia y representa gráficamente la función *f* .

b) **[0.5 puntos]** El sistema de aire acondicionado comenzará a funcionar si la temperatura sube de los 21 grados. ¿Se encenderá el sistema de aire acondicionado en algún instante de tiempo?

Solución: a) la temperatura nunca disminuye. El dominio es [0, +∞). Es continua en todo el dominio. La función siempre crece. Tiene una asíntota horizontal: y = 20.



b) 21° no se alcanza nunca y el aire acondicionado no se encenderá.

BALEARES

1. Baleares. PBAU Extraordinaria 2024. P4.- Considera la función $f(x)=e^{x}-e^{-x}$, para $x\geq 0$.

a) Calcula el valor de la función en los extremos del dominio. (3 pt)

b) Calcula $f'(x)$ y $f''(x)$. (4 pt)

c) Calcula $\int_0^1 f(x)\,dx$. (3 pt)

Solución: a) En x = 0 la función vale $f(0)=e^{0}-e^{-0}=0$. *En* $+\infty$ *tenemos* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

b) $f'(x)=e^{x}+e^{-x}$; $f''(x)=e^{x}-e^{-x}=f(x)$ *c)* $\int_0^1 f(x)\,dx=\dfrac{e^{2}-2e+1}{e}\simeq 1.086$

2. Baleares. PBAU Extraordinaria 2024. P5.- Según un estudio de mercado, la cantidad de gente que asistirá a un espectáculo, g (en número de personas), en función del precio de la entrada, p (en €), será la siguiente:

$$g(p)=\begin{cases} 500, & para\ p=0, \\ 300-3p & para\ 0<p<100 \\ 0, & para\ p=100 \end{cases}$$

a) ¿Cuál es el dominio de g(p)? ¿Es esta función continua? (3 pt)

b) Según el estudio de mercado, si asisten un total de 240 personas, ¿cuál habrá sido el precio de la entrada? (2 pt)

c) Los ingresos son el producto del precio por la cantidad de gente que asistirá. Según el estudio, ¿qué precio maximiza los ingresos? (5 pt)

Solución: a) El dominio de la función es $[0,100]$. *La función es continua en* $(0,100]$.

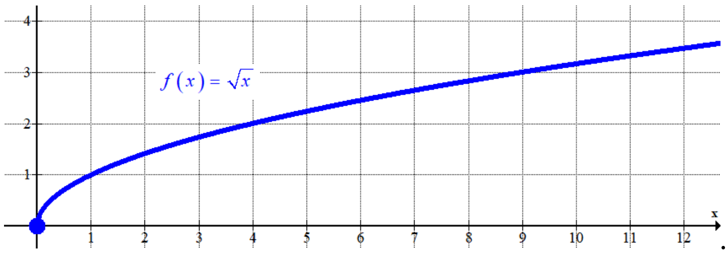
b) Cuando asisten 240 personas el precio de la entrada es de 20 €. c) La función ingresos tiene un máximo relativo que será máximo absoluto para un precio de la entrada de 50 €.

3. Baleares. PBAU Ordinaria 2024. P3.- Considera la función $f(x)=\sqrt{x}$.

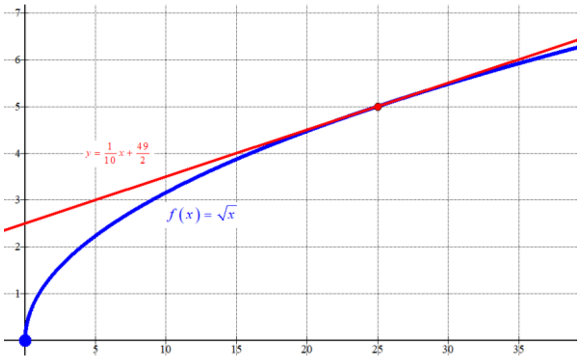
a) Haz un gráfico esquemático de la función *f(x)*, indicando el dominio, el comportamiento en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales.
Indicación: para el apartado b), el eje horizontal debería de llegar hasta *x = 30*. (7 pt)

b) Traza sobre la gráfica, la recta tangente a *f(x)* en el punto *x = 25* e indica su pendiente. (3 pt)

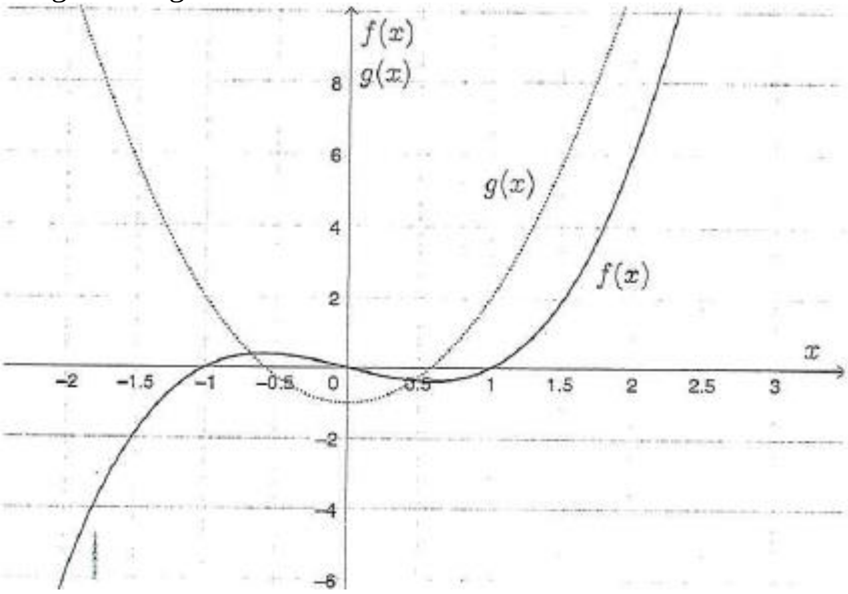
Solución: a) Dominio = $[0,+\infty)$. $f(0)=0$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. *La función siempre crece y no tiene máximos ni mínimos locales.*



b) La recta tangente tiene ecuación $y=\dfrac{1}{10}x+2.5$. *Esta recta tiene pendiente = 1/10.*



4. Baleares. PBAU Ordinaria 2024. P4.- Considera dos funciones, *f(x)* y *g(x)*, que están representadas en la gráfica siguiente:



a) Sabemos que una de las gráficas es $x(x-1)(x+1)$ y que la otra es $\left(x-1/\sqrt{3}\right)\left(x+1/\sqrt{3}\right)$, pero no sabemos cuál es cuál. Deduce, en base a la gráfica, cuál es *f(x)* y cuál es *g(x)*. Justifica la respuesta. (3 pt)

b) Sabemos que una de ellas es la derivada de la otra. Di cuál es cuál: ¿es $f(x)=g'(x)$? ¿o bien es $g(x)=f'(x)$? (3 pt)

c) Calcula el área entre la función *g(x)* y el eje de abscisas, que se encuentra comprendida entre los puntos en que *g(x) = 0*. (4 pt)

Solución: a) $f(x)=x(x-1)(x+1)$, $g(x)=\left(x-1/\sqrt{3}\right)\left(x+1/\sqrt{3}\right)$ *b) Se cumple que* $f'(x)==3g(x)$. *c) El área tiene un valor aproximado de 0.25 unidades cuadradas*

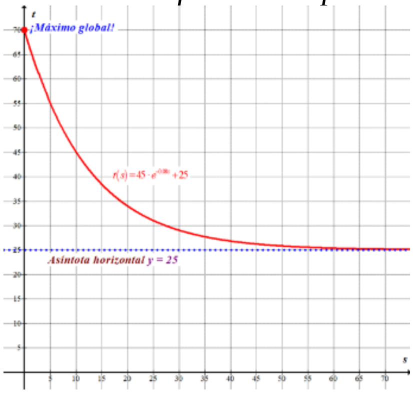
5. Baleares. PBAU Extraordinaria 2023. P4.- La temperatura de un objeto, *t* (en grados centígrados), cambia a medida que pasa el tiempo, *s* (en segundos), según el siguiente modelo:

$$t(s)=45\cdot e^{-0.08s}+25$$
$$=45\cdot 0.923^{s}+25,\quad para\ s\ \geq\ 0$$

(Te proporcionamos dos expresiones algebraicas válidas y equivalentes, puedes utilizar la que prefieras.)

a) Haz una gráfica esquemática de la función *t(s)*. Calcula o justifica, e indica sobre la gráfica: el dominio, el comportamiento en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales y globales. (7 pt)
b) ¿A qué se tenderá a la temperatura del objeto cuando haya pasado mucho tiempo? (3 pt)

Solución: a) El dominio es $\left[0,+\infty\right)$, *La función se inicia en el punto (0, 70) y cuando s se acerca a* $+\infty$ *el valor de t se acerca a 25. La función no presenta ni máximos ni mínimos locales y siempre es decreciente.*



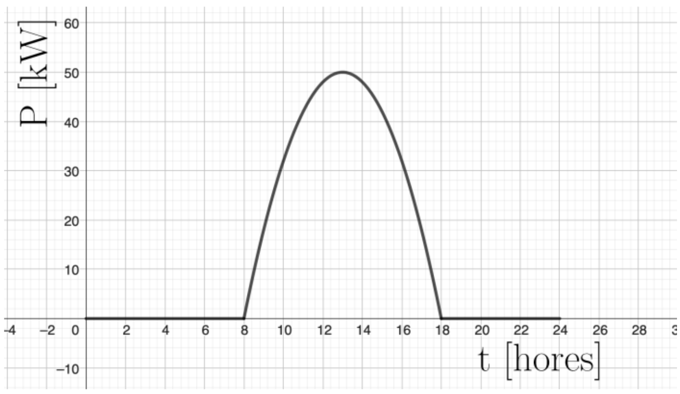
b) La temperatura tiende a ser de 25º.

6. Baleares. PBAU Extraordinaria 2023. P5.- Una maleta rectangular tiene tres medidas (anchura, altura y profundidad), y su volumen es el producto de las tres medidas. Queremos diseñar una maleta rectangular de 30 cm de profundidad, y tal que la suma de la anchura, la altura y la profundidad sea de exactamente 110 cm. ¿Cuál es el volumen máximo que puede tener esta maleta? (10 pt)

Solución: El volumen es máximo cuando la anchura de la maleta es de 40 centímetros. Siendo este volumen máximo de 48000 cm^3.

7. Baleares. PBAU Ordinaria 2023. P3.- La potencia generada por una placa solar, *P* (medida en kW), depende del tiempo transcurrido, *t* (medido en horas), según la siguiente expresión:

$$P(t)=\begin{cases}0 & para\ 0\le t<8,\\ -2t^2+52t+c & para\ 8\le t<18,\\ 0 & para 18\le t\le 24\end{cases}$$



Donde *c* es un parámetro real.
a) Teniendo en cuenta que la función es continua, ¿cuál es el valor del parámetro *c*?. (3 pt)
b) Teniendo en cuenta que el valor máximo se alcanza a las 13 horas, calcula con la expresión dada cuál es la potencia en ese momento. (3 pt)
c) ¿En qué intervalos la función es creciente? ¿En qué intervalos es decreciente? (4 pt)

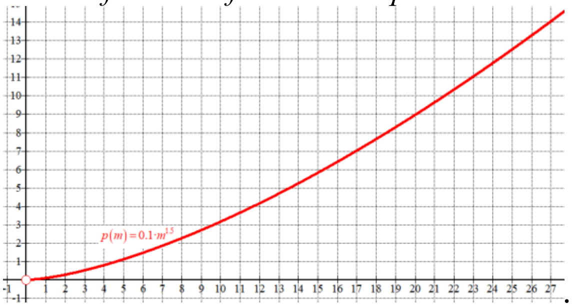
Solución: a) Con c = –288 la función P(t) es continua. b) 50 Kw c) La función es creciente en (8, 13) y decreciente en (13, 18). En $\left[0,8\right)\cup\left(18,24\right]$ *la función es constante.*

8. Baleares. PBAU Ordinaria 2023. P4.- Consideremos el peso de un adulto, *p* (en kg), y su metabolismo basal, *m* (en vatios). Un investigador proporciona el modelo siguiente:

$$p(m)=0.1\cdot m^{1.5},\quad m\in\left(0,+\infty\right)$$

a) Haz un gráfico esquemático de la función *p(m)*, indicando el dominio, el comportamiento en los extremos del dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales. (7 pt)
b) Encuentra la función que da el metabolismo basal en función del peso, *m(p)* (es decir, aísla la variable *m*). (3 pt)

Solución: a) El dominio es $(0,+\infty)$. *Acercándose a o la función se aproxima a 0.1 kg, acercándose a* $+\infty$ *el peso se hace infinito. La función siempre es creciente. No presenta máximos ni mínimos locales.*



b) $m(p)=\sqrt[3]{100p^2},\ \ p\in(0,+\infty)$

9. Baleares. PBAU Ordinaria 2023. P5. Considera las funciones:

$$f(x)=(x+2)^3, \qquad g(x)=x^3+6x^2+12x.$$

a) Justifica, calculando, que $f'(x)=g'(x)$. (4 pt)
b) ¿Es cierto que $f(x)=g(x)$? (3 pt)
c) Calcula $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ (3 pt)

Solución: a) www.ebaumatematicas.com b) No es cierto. c) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$

10. Baleares. PBAU Extraordinaria 2022. Model I 4. Dada la función $f(x)=-\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+3}$

a) Encuentre su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento. (5 puntos)
b) Encuentre una primitiva de *f(x)*. (3 puntos)
c) Calcule el área comprendida entre la gráfica de la función *f(x)* y las rectas *x = 4*, *x = 7* e *y = 0*. (2 puntos)

Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-3,1\}$ *La función decrece en* $(-\infty,-3)\cup(-3,-1)$ *y crece en* $(-1,1)\cup(1,+\infty)$ *b)* $F(x)=-\ln|x-1|+\ln|x+3|+K$ *c)* $Área=\ln\dfrac{42}{30}\simeq 0.336u^2$

11. Baleares. PBAU Extraordinaria 2022. Model I 5. Una academia de inglés cobra una cuota de 50 euros mensuales y cuenta con 200 estudiantes. Un estudio de mercado afirma que por cada 2 euros que sube (o baja) la cuota se pierden (o se ganan) 10 estudiantes.
a) Escriba el número de estudiantes de la academia en función del precio de la cuota.(3 puntos)
b) ¿Para qué valor de la cuota la academia se quedaría sin estudiantes? (2 puntos)
c) Determine en qué precio se debe fijar la cuota para obtener un ingreso mensual máximo. ¿Cuál sería ese ingreso y cuántos estudiantes tendría la academia? (5 puntos)

Solución: a) $N(x)=-5x+450$ *b) Con una cuota de 90 euros la academia se queda sin estudiantes.*
c) Con una cuota mensual de 45 €. Se tienen 225 estudiantes y el ingreso máximo es de 10 125 €.

12. Baleares. PBAU Extraordinaria 2022. Model I 6. La evolución de la población de un Estado, en millones de habitantes, se puede aproximar mediante la función

$$P(t)=\frac{20t}{4+t^2}+40,\ \ t\geq 0$$

donde t es el tiempo en años.

a) Calcule la población actual (para $t = 0$) (2 puntos)
b) Determine el límite de $P(t)$ cuando t tiende a infinito. (3 puntos)
c) Determine al cabo de cuántos años la población será máxima y el número de habitantes que la función predice para este máximo. (5 puntos)

Solución: a) 40 millones de habitantes b) $\lim_{t\to+\infty} P(t)=40$ *c) Al cabo de dos años se alcanza una población máxima de 45 millones de habitantes.*

13. Baleares. PBAU Ordinaria 2022. Model I 4. Consideremos la función a trozos siguiente

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & si \quad x<0 \\ x^3+ax+2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$$

a) Calcule los valores de a para que $f(x)$ sea continua y derivable. (5 puntos)
b) Para $a = 4$ calcule el área comprendida entre la gráfica de $f(x)$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$ e $y = 0$. (5 puntos)

Solución: a) a = –3. b) $Área=4.25u^2$

14. Baleares. PBAU Ordinaria 2022. Model I 5. El gasto mensual en euros en lotería de un trabajador viene determinado por su salario mediante la función:

$$f(x)=\frac{100x}{b+x^2},$$

en la que $x\geq 0$ representa el salario en miles de euros y $b > 0$ es un parámetro.

a) Encuentre el valor de b para el cual el máximo del gasto se obtiene con un salario mensual de 2 mil euros. (3 puntos)
b) Para $b = 9$, determine el salario para que el gasto sea máximo. ¿A cuánto asciende este gasto? (4 puntos)
c) Para $b = 9$, ¿para qué salarios el gasto mensual es superior a 10 euros? (3 puntos)

Solución: a) b = 4. b) El gasto máximo es de 16.67 € y se produce con un salario de 3000 € mensuales. c) Entre 1000 y 9000 €

15. Baleares. PBAU Ordinaria 2022. Model I 6.
Si el precio de la entrada de un cine es de 8 euros, van 500 personas. El propietario sabe por experiencia que por cada aumento de 1.5 euros en el precio de la entrada van 30 espectadores menos. Encuentre:

a) La función que determina el número de espectadores en función del precio de la entrada. (3 puntos)
b) La función que determina los ingresos del cine en función del precio de la entrada. (2 puntos)
c) El precio de la entrada para que los ingresos del propietario sean máximos. (3 puntos)
d) El número de espectadores que irán al cine cuando el precio sea el que corresponde a los ingresos máximos y estos ingresos máximos. (2 puntos)

Solución: a) $f(x)=-20x+660$ *b)* $I(x)=-20x^2+660x$ *c) Los ingresos son máximos con un precio de la entrada de 16.5 €. d) Los ingresos máximos son de 5445 € y son 330 espectadores.*

16. Balears. PBAU Extraordinaria 2021. Model I 4. Considereu la funció definida a trossos següent

$$f(x)=\begin{cases} -4x+a & si\;\; x\le -2 \\ x^2-5 & si\;\; -2<x<1 \\ -7x+3 & si\;\; x\ge 1 \end{cases}$$

a) Calculau els valors de *a* perqué *f(x)* sigui conínua. (3 punts)
b) És *f(x)* derivable per $a = 1$? (3 punts)
b) Per $a = 0$, determinau els intervals de creixement i decreixement de *f(x)*. (4 punts)

Solución: a) a = –9 b) No es derivable en x = 1 ni en x = –2
c) La función decrece en $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ *y crece en* $(0,1)$.

17. Balears. PBAU Extraordinaria 2021. Model I 5. El nombre d'individus, en milions, d'una població ve determinat per la funció

$$P(t)=\frac{2+t+t^2}{t^2+2t+1},$$

on $t\ge 0$ mesura el nombre d'anys transcorreguts.
a) Quina és la població inicial ($t = 0$) i la població després de 5 anys? (2 punts)
b) A partir de quin moment la població será inferior a un milió d'individus? (4 punts)
c) Amb el pas dels anys, cap a quin valor tendirá el nombre d'individus de la població? (4 punts)

Solución: a) A los 5 años la población es aproximadamente de 888.888 individuos
b) A partir del año 1. c) La población tiende a ser un millón de individuos con el paso de los años

18. Balears. PBAU Extraordinaria 2021. Model I 6. Considerem la funció $f(x)=\frac{3}{x}+8$

a) Trobau els punts de la gráfica en els quals la recta tangent és paral·lela a la recta $3x+4y+5=0$. (4 punts)
b) Calculau les equacions de les rectes tangents als punts trobats a l'apartat anterior. (2 punts)
c) Calculau l'área compresa entre la gráfica de la funció *f(x)* i les rectes $x = 2$, $x = 4$ i $y = 0$. (4 punts)

Solución: a) En los puntos (–2, 6.5) y (2, 9.5) b) En x = –2 es $y=-\frac{3}{4}x+5$; *En x = 2 es* $y=-\frac{3}{4}x+11$ *c) Área = 3ln4 – 3ln2 + 16 ≈ 18.08* u^2.

19. Balears. PBAU Ordinaria 2021. Model III 4. Donada la funció $f(x)=ax^3+bx^2+x$, definida per a tot $x\in\mathbb{R}$.
a) Trobau *a* i *b* sabent que *f(x)* té un punt crític en el punt $x = 1$ i la seva gráfica passa pel punt (3, 0). (5 punts)
b) Estudiau el creixement i decreixement de *f(x)* per $a = 3$ i $b = 3$. (5 punts)

Solución: a) a = 1/9, b = –2/3 b) La función crece en todo momento. Es creciente en $\mathbb{R}$.

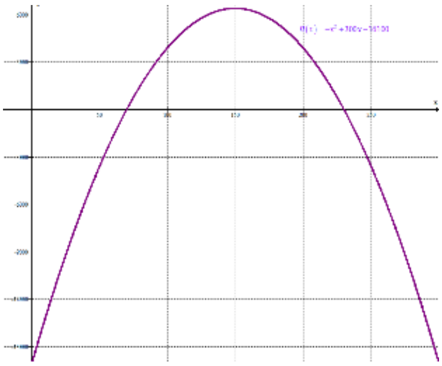
20. Balears. PBAU Ordinaria 2021. Model III 5. El benefici B(x), en euros, que obté una empresa per la venda de x unitats d'un determinat producte es representa per la funció:

$$B(x)=-x^2+300x-16100 \quad per\ a\ x\ge 0.$$

a) Calculau el benefici de vendrén 110 unitats. (1 punt)
b) Representau gráficament la funció. (3 punts)
c) Quantes unitats ha de vendre per tal que el benefici sigui máxim? Quin és aquest benefici máxim? (3 punts)

d) Quantes unitats ha de vendre per tenir un benefici igual a 3900 euros? I per tenir un benefici superior a 3900 euros? (3 punts)

Solución: a) 4800 € b)



c) Con la venta de 150 unidades se obtiene un beneficio máximo de 6400 € d) Un beneficio de 3900 euros se consigue con 100 unidades y con 200 unidades. Un beneficio superior a 3900 € se consigue con la producción entre 100 y 200 unidades

21. Balears. PBAU Ordinaria 2021. Model III 6. Considerem la funció a trossos següent

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & si \quad x<0 \\ e^{ax}+1 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$$

a) Calculau els valors de *a* perqué *f* sigui contínua i derivable. (5 punts)
b) Per a *a = 4* calculau l'área compresa entre la gráfica de *f(x)* i les rectes *x = 1*, *x = 2* i *y = 0*. (5 punts)

Solución: a) a = –3 b) Área = $\dfrac{e^8-e^4}{4}+1\simeq 732.58\,u^2$

22. Balears. PBAU Extraordinaria 2020. Model 2 OPCIÓ A. 2 D´una funció $y=f(x)$ sabem que la seva derivada és $f\,´(x)=2x^3-18x$.
a) Determinau els intervals de creixement i de decreixement de la funció *y = f(x)*. (5 punts)
b) Determinau les abscisses dels seus extrems relatius i classificau-los. (5 punts)

Solución: a) La función f(x) decrece en $(-\infty,-3)\cup(0,3)$ *y crece en* $(-3,0)\cup(3,+\infty)$

b) Tiene dos mínimos relativos: en x = –3 y en x = 3. Y tiene un máximo relativo en x = 0

23. Balears. PBAU Extraordinaria 2020. Model 2 OPCIÓ B. 3 Els beneficis setmanals d'una empresa expressats en euros, quan fabrica i ven x objectes, s'ajusten a la funció

$$B(x)=-0,75x^2+75x-1200;\ en\ que\ 20\leq x\leq 80\ .$$

a) Calcular el benefici que obté en fabricar i vendre 20 objectes. (2 punts)
b) Cercau el nombre d'objectes que ha de fabricar i vendre per obtenir el benefici màxim, així com aquest benefici màxim. (4 punts)
c) El benefici mitjá per x objectes és $M(x)=B(x)/x$. Digau quants objectes ha de fabricar i vendre perquè el benefici mitjá sigui màxim, i quin és aquest benefici. (4 punts)

Solución: a) El beneficio es de 0 €. b) Con la fabricación y venta de 50 objetos se produce un máximo relativo de la función beneficio de $B(50)=-0,75\cdot 50^2+75\cdot 50-1200=675$ €.

c) Fabricando y vendiendo 40 objetos se obtiene un beneficio medio máximo de 15 € / objeto.

24. Balears. PBAU Ordinaria 2020. Model 2 OPCIÓ A. 2 En una empresa es poden produir fins a 500 taules cada mes. La funció de costs en relació amb el nombre *q* de taules produïdes és

$$C(q)=q^3/50+8q+40$$

Si q és el nombre de taules produïdes, el cost mitjá de cada taula s'expressa mitjançant la funció

$$Q(q)=C(q)/q$$

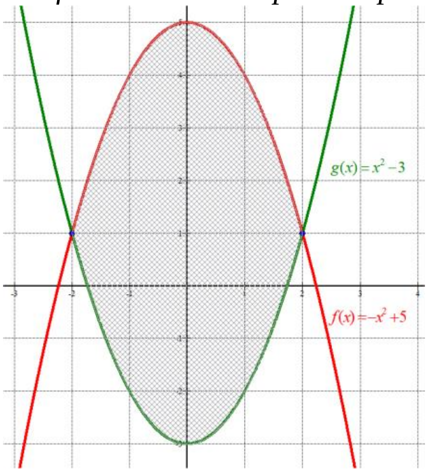
a) Caculau el cost mitjá de cada taula, si l'empresa en produeix 5. I si en produeix 20? (3 punts)
b) Determinau quantes taules cal produir perqué el cost mitjá sigui mínim. Justificau que es tracta efectivament d'un mínim i calculau aquest cost mitjá. (7 punts)

Solución: a) Si se producen 5 mesas el coste medio de cada mesa es 16,5. Si se producen 20 mesas el coste medio de cada mesa es 18. b) El coste medio mínimo se obtiene con 10 mesas y es de 14.

25. Balears. PBAU Ordinaria 2020. Model 2 OPCIÓ A. 3 Donades les funcions $f(x)=-x^2+5 \quad i \quad g(x)=x^2-a, \quad on\ a\in\mathbb{R}$.

a) Trobau tots els possibles valors de *a* perqué *f(x)* i *g(x)* s'intersequin. (3 punts)
b) Per a $a=3$, dibuixau el recinte tancat entre els gráfics de *f(x)* i *g(x)*, identificant els punts d'intersecció. (3 punts)
c) Per a $a=3$, calculau l'área d'aquest recinte interior. (4 punts)

Solución:
a) Las funciones tienen punto o puntos de intersección cuando $a\geq -5$

b) 

c) $Área=\dfrac{64}{3}=21.33\,u^2$

26. Balears. PBAU Ordinaria 2020. Model 2 OPCIÓ B. 3 Considerem una funció *f(x)* tal que la seva primera derivada és $f'(x)=x^3+bx+4$, en qué *b* és un paràmetre real.

a) Determinau el valor de *b* perqué *f(x)* tingui un extrem relatiu a $x=-1$ i raonau si es tracta d'un máxim o d'un mínim. (4 punts)
b) Suposant que *b = 1*, trobau una primitiva de $f'(x)$, i.e, $\int f'(x)dx$. (3 punts)
c) Utilitzau la primitiva anterior per trobar *f(x)* per *b = 1* sabent que $f(2)=-1$. (3 punts)

Solución: a) b = 3. b) $f(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+4x$ *c) La función es* $f(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+4x-15$

27. Balears. PBAU Julio 2019 Model 2 OPCIÓ A. 2. Un article de consum va estar a la venda durant 8 anys, i el seu preu *P(t)* (en milers d'euros) va variar amb el temps *t* (en anys) que portava al mercat segons la funció:

$$P(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}t^3+4t^2+40, & 0\leq t\leq 6\\ -\dfrac{113}{14}t^2+\dfrac{3826}{7}, & 6<t\leq 8\end{cases}$$

a) Quin va ser el preu de sortida del producte? (1 punt)
b) Es contínua la funció? És derivable? Donau els conjunts de continuïtat i derivabilitat.(4 punts)
c) Determinau els intervals de creixement i decreixement del preu del producte. (3 punts)
d) Esbrinau en quin moment es varen assolir els preus màxim i mínim i quins varen ser aquests preus. (2 punts)

Solución: a) 40000 € b) Es continua en (0, 8) . No es derivable en t = 6. Es derivable en (0, 6) ∪ (6, 8). c) Creciente en (0, 9) y decreciente en (6, 8) d) El mínimo se consigue el año 8 y es de 30000 €. El máximo se consigue el año 6 y es de 256000 €.

28. Balears. PBAU Junio 2019 Model 1 OPCIÓ A. 2. El nombre de vehicles que ha passat cert dia pel peatge d'una autopista ve donat per la funció:

$$N(t)=\begin{cases}\left(\dfrac{t-3}{3}\right)^2+2, & si\ \ 0\le t\le 9\\ 10-\left(\dfrac{t-15}{3}\right)^2, & si\ \ 9<t\le 24\end{cases}$$

on N indica el nombre de vehicles i *t* el temps transcorregut en hores des de les 0:00 h.
a) És contínua la funció N(t)? (3 punts)
b) Entre quines hores va augmentar el nombre de vehicles que passava pel peatge? En quines hores disminueix? (5 punts)
c) A quina hora va passar el major nombre de vehicles? Quin va ser aquest nombre? (2 punts)

Solución: a) Es continua en [0, 24] b) En los intervalos (0, 3) y (15, 24) el número de vehículos disminuye. En el intervalo (3, 15) aumenta. c) A las 15 horas. Pasan 10 vehiculos.

29. Balears. PBAU Junio 2019 Model 1 OPCIÓ B. 3. El nombre de visitants a un museu s'obté mitjançant la funció

$$V(t)=\frac{300t}{t^3+2}$$

on t és l'hora des de l'obertura del museu. Suposem que l'hora d'obertura del museu són les 9:00 hores del matí.
a) Quan creix i decreix el nombre de visitants del museu? (4 punts)
b) Quan rep el museu el nombre més gran de visitants? Quin és aquest nombre? (2 punts)
c) En quin valor de *t* es produeix un punt d'inflexió de *V (t)*? (4 punts)

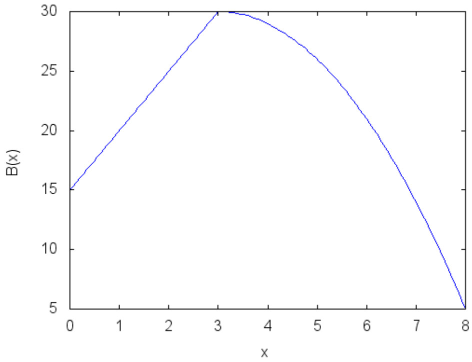
Solución: a) Durante la primera hora aumenta y disminuye en el resto b) a la hora 1 hay wl máximo de 100 visitantes. c) En t = 1.5874

30. Balears. PBAU Julio 2018 Model 1 OPCIÓ A. 2. Els beneficis (en milers d'euros) per la venda d'un producte en funció de la inversión realitzada en promoció (en milers d'euros) venen donats per:

$$B(x)=\begin{cases}5x+15, & si\ \ 0\le x\le 3\\ -(x-3)^2+30, & si\ \ 3<x\le 8\end{cases}$$

a) És contínua la funció *B(x)*? (3 punts)
b) És derivable? Donau el conjunt on és derivable la funció. (2 punts)
c) Feu un dibuix de la funció en el seu domini. (3 punts)
d) Determinau-ne el benefici màxim i el benefici mínim. (1 punt)
e) Determinau els intervals de creixement i decreixement dels beneficis. (1 punt)

Solución: a) Es continua en [0, 8] b) La función B(x) es derivable en (0, 3) ∪ (3, 8).



c) *d) El beneficio máximo se consigue en x = 3 y es de 30000 €. El beneficio mínimo se consigue en x = 8 y es de 5000 €* *e) Los beneficios crecen en (0, 3) y decrecen en (3, 8)*

31. Balears. PBAU Julio 2018 Model 1 OPCIÓ B. 3. Considerau la funció

$$h(x)=x^2e^{x^3}$$

a) Calculau una primitiva d'aquesta funció. (4 punts)
b) Calculau la següent integral definida: (6 punts)

$$\int_{\sqrt[3]{\ln 2}}^{\sqrt[3]{\ln 3}} x^2e^{x^3}dx$$

i comprovau que el seu valor és $\frac{1}{3}$.

Solución: a) $F(x)=\int x^2e^{x^4}dx=\frac{1}{3}e^{x^3}+K$ *b) 1/3*

32. Balears. PBAU Junio 2018 Model 3 OPCIÓ A. 2. El rendiment dels treballadors d'una fábrica (valorat en una escala de 0 a 100), durant una jornada de 8 hores, ve donat per la funció:

$$r(t)=\begin{cases}-10t^2+60t, & si\ 0\le t\le 4,\\ 80, & si\ 4\le t<6,\\ 170-15t, & si\ 6\le t\le 8\end{cases}$$

on *t é*s el temps en hores.
a) Determinau els intervals de creixement i decreixement. Quin és el rendiment máxim?(6 punts)
b) En quins instants de la jornada laboral el rendiment se situa a la meitat de l'escala? (4 punts)

Solución: a) La función crece en el intervalo (0, 3), decrece en el intervalo $(3,4)\cup(6,8)$ *y es constante en el intervalo (4, 6). El rendimiento máximo se alcanza en t = 3. El rendimiento máximo es de 90*

b) El rendimiento es 50 para t = 1 y para t = 8

33. Balears. PBAU Junio 2018 Model 3 OPCIÓ B. 3. Considerau la funció

$$h(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}.$$

a) Calculau una primitiva d'aquesta funció. (4 punts)
b) Calculau la següent integral definida: (6 punts)

$$\int_0^{\ln 2}\frac{e^x+e^{-x}}{2}dx$$

i comprovau que el seu valor és $\frac{3}{4}$.

Solución: a) $\int h(x)\,dx = \frac{1}{2}e^{x} - \frac{1}{2}e^{-x} + K$ *b) 3/4*

34. Balears. PBAU Septiembre 2017 Model 1 OPCIÓ A. 2. Un estudi sobre la presència de CO_2 en l'atmosfera d'una ciutat indica que el nivell de contaminació ve donat per la funció

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25,\ \ 0 \le t \le 25$$

(t = anys transcorreguts des de l'any 2000). Es demana:

a) En quin any s'aconseguirá un máxim en el nivell de contaminació? (4 punts)
b) En quin any s'assolirá el nivell de contaminació zero? (2 punts)
c) Quan $t = 17$ el nivell de contaminació será creixent o decreixent? (4 punts)

Solución: a) En el año 2010 b) 2025 c) Decreciente

35. Balears. PBAU Septiembre 2017 Model 1 OPCIÓ B. 3. En una certa població el consum d'aigua (en m^3) en funció de les hores del dia, ve donat per

$$C(t) = \begin{cases} \frac{17}{9}t, & si\ \ 0 \le t < 9, \\ \alpha t^2 + \beta t - 172, & si\ \ 9 \le t < 20, \\ 168 - 7t, & si\ \ 20 \le t < 24 \end{cases}$$

Sabent que la funció és contínua a l'interval (0, 20), i que a les 15 hores s'aconsegueix el máxim consum d'aigua, determinau α i β.

Solución: $\alpha = -1$, $\beta = 30$.

36. Balears. PBAU Junio 2017 Model 2 OPCIÓ A. 2. Una empresa de compra/venda d'automóbils ha comprovat que els últims 10 anys els seus beneficis/pérdues s'ajusten a la funció

$$F(t) = t^3 - 18t^2 + 81t - 3,\ \ 0 \le t \le 10$$

en milers d'euros. Es demana:

a) En quins anys es produeixen els valors máxims i mínims d'aquesta funció? (5 punts)
b) Determinau els períodes de creixement i decreixement. (3 punts)
c) Quins són els seus beneficis máxims? Quin resultat va obtenir l'empresa l'últim any de l'estudi? (2 punts)

Solución: a) Máximo valor se consigue a los tres años y el mínimo en t = 0 y en t = 9.
b) Crece en (0, 3) y en (9, 10). Decrece en (3, 9) c) Los beneficios máximos son de 105000 € y en el año 10 los beneficios son de 7000 €.

37. Balears. PBAU Junio 2017 Model 2 OPCIÓ B. 3. Considerau la funció

$$f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & si\ \ -1 \le x < 1 \\ (x+a)^2, & si\ \ x \ge 1 \end{cases}$$

Es demana:

a) Per a quins valors de a la funció és contínua a $x = 1$? (6 punts)
b) Per al valor de a que fa contínua la funció f en tot el seu domini, calculau les derivades de f en els punts $x = 0$ i $x = 3$. Com és el creixement i decreixement de la funció en aquests punts? (4 punts)

Solución: a) a = 0 o a = –2 b) $f'(0) = e^{-1}$. *Si a = 0* → $f'(3) = 6$, *si a = –2* → $f'(3) = 2$. *La función es creciente en todo momento.*

CANARIAS

1. Canarias. EBAU Extraordinaria 2024. A3. La rentabilidad (en %) de un fondo de inversión inmobiliario se obtiene mediante la función:

$$R(t)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}t^2+3t+1 & t\le 4 \\ \dfrac{t+111}{5t+3} & t>4 \end{cases}$$

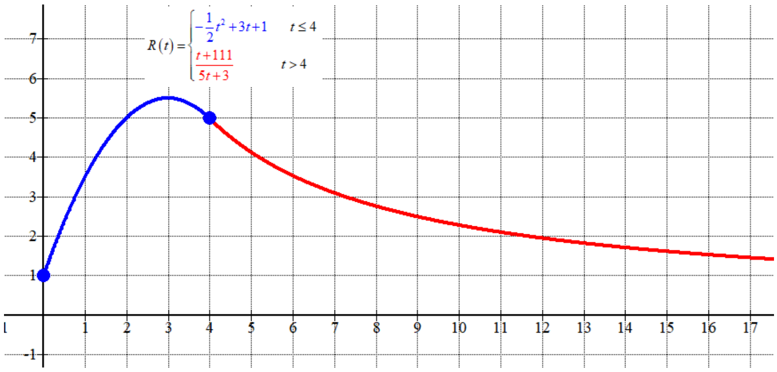
donde t es el tiempo (en años) que el dinero permanece invertido en el fondo.

a) ¿Es continua la función de rentabilidad? Justifica la respuesta. (0,75 puntos)

b) ¿Cuándo crece y cuando decrece esta función? Justifica la respuesta ¿Para qué valor de t se alcanza la rentabilidad máxima? ¿Cuánto vale dicha rentabilidad? Representa gráficamente la función. (1,25 puntos)

c) El fondo de inversión garantiza que, para tiempos superiores a 25 años, la inversión siempre tendrá un retorno superior al 0,2%. ¿Es cierta la afirmación del fondo? Justifica la respuesta. (0,5 puntos)

Solución: a) La función es continua en todo su dominio. b) La función crece de 0 a 3 años y decrece a partir del tercer año. La rentabilidad máxima se alcanza en el tercer año. La rentabilidad máxima es de



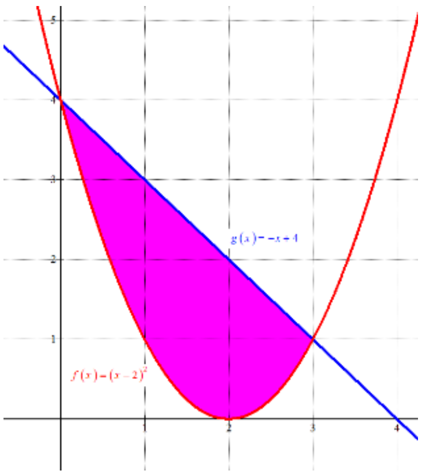
5.5 %. c) Es cierta la afirmación del ejercicio.

2. Canarias. EBAU Extraordinaria 2024. B3. A principios de 2024, tras más de dos años y medio después de la erupción del volcán Tajogaite, se han comenzado a sembrar las primeras fincas de plátanos sobre las coladas de dicho volcán. Una de las fincas replantadas sobre la colada tiene una superficie, en hectáreas, limitada por las funciones $f(x)=(x-2)^2$ y $g(x)=-x+4$.

a) Representa la superficie de la finca. (0,75 puntos)

b) Calcula el área. (1 punto)

c) Si la finca produce anualmente 45000 kg de plátanos por hectárea y la Unión Europea aporta una ayuda de 0,33 euros por kilo producido ¿Cuál sería el importe a recibir cada año en ayudas de la UE sabiendo que aproximadamente el 1,5% de la producción se desecha antes de recibir las ayudas? (0,75 puntos)

Solución: a)


b) 4.5 hectáreas. c) La subvención que se recibe es de 65822.625 €.

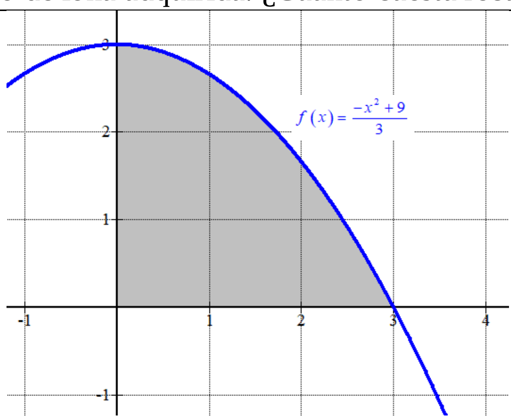
3. Canarias. EBAU Ordinaria 2024. A3. La producción de energía en Kw de un panel solar, orientado hacia el sur, durante las horas del día, viene dada por la función:

$$P(t) = \begin{cases} -\dfrac{4}{25}(t-7)(t-17) & si \ \ 7 \le t \le 14 \\ \dfrac{3}{25}(-7t+126) & si \ \ 14 < t \le 18 \end{cases}$$

a) Justificando las respuestas, explica si es continua y derivable. (0,75 puntos)
b) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la producción de energía durante el día. ¿A qué hora se alcanzó la máxima producción de energía y a cuánto ascendió? (1 punto)
c) ¿A qué hora, se superaron por primera vez los 3 Kw de producción? (0,75 puntos)

Solución: a) La función es continua en [7, 18] y derivable en $[7,14)\cup(14,18]$*. b) La producción de energía crece entre las 7 y las 12 horas y decrece entre las 12 y las 18 horas. La producción máxima de energía se produce a las 12 horas siendo esta de 4 kw. c)* Se supera a partir de las 9 horas y media.

4. Canarias. EBAU Ordinaria 2024. B3. En un muro del paseo marítimo se debe recubrir con lona la superficie determinada por $y \le \dfrac{-x^2+9}{3}$, $x \ge 0$ e $y \ge 0$, (las unidades se miden en metros).
a) Representar dicha superficie. (0,75 puntos)
b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la superficie? (1,25 puntos)
c) El precio del metro cuadrado de lona es de 20 euros y, al hacer la instalación se debe usar un 15% más de la superficie a cubrir. Además, el coste de instalación es de 5 euros por metro cuadrado de lona adquirida. ¿Cuánto cuesta recubrir la superficie? (0,5 puntos)

Solución: a)


b) La superficie es de 6 metros cuadrados. c) Comprar y colocar la lona necesaria para cubrir la superficie cuesta 172.5 euros.

5. Canarias. EBAU Extraordinaria 2023. A3. El beneficio de una empresa, en miles de euros, a lo largo de 50 años viene dado por:

$$B(t)=\begin{cases}-0,04t^2+2,4t & para \quad 0\le t<40\\ \dfrac{40t-320}{t} & para \quad 40\le t\le 50\end{cases}$$

siendo t el tiempo transcurrido (en años).

a) Estudiar la continuidad y la derivabilidad de $B(t)$ a lo largo de los 50 años.

b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de $B(t)$. ¿Cuál es el beneficio máximo y cuándo se produjo?

c) Hacer una gráfica de $B(t)$.

Solución: a) La función es continua en [0, 50] y derivable en $[0,40)\cup(40,50]$. *b) La función beneficios crece los primeros 30 años y los 10 últimos y decrece entre los 30 y los 40 años. El beneficio máximo se consigue en el año 30, siendo su valor de 36000 €. c)*

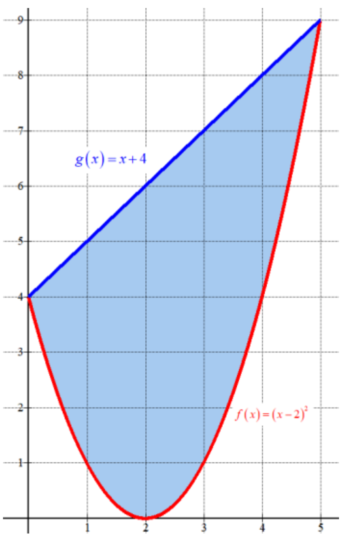
6. Canarias. EBAU Extraordinaria 2023. B3. Un joyero quiere revender una lámina de oro cuyos márgenes limitan las funciones $f(x)=(x-2)^2$ y $g(x)=x+4$. Si se mide en centímetros:

a) Hacer una gráfica de la lámina ¿Cuál es la superficie de la lámina?

b) Si cada centímetro cuadrado de lámina pesa 2 gramos, ¿cuántos gramos pesa la lámina?

c) Si el costo de adquisición de la lámina fue de 20 euros por gramo, ¿cuál debe ser el precio que debe poner a cada gramo de oro para tener un beneficio de 625 euros?

Solución: a)



La superficie de la lámina es de 20.83 cm^2.

b) 41.6 gramos. c) 35 €/gramo.

7. Canarias. EBAU Ordinaria 2023. A3. Una empresa, que se dedica a la venta de material tecnológico, tiene unos beneficios (en miles de euros) dados por la función:

$$B(x)=\begin{cases}\dfrac{3x}{2}, si \quad 0\le x<2\\ x^2-5x+9, si \quad 2\le x\le 4\\ 5,\ si\ \ x>4\end{cases}$$

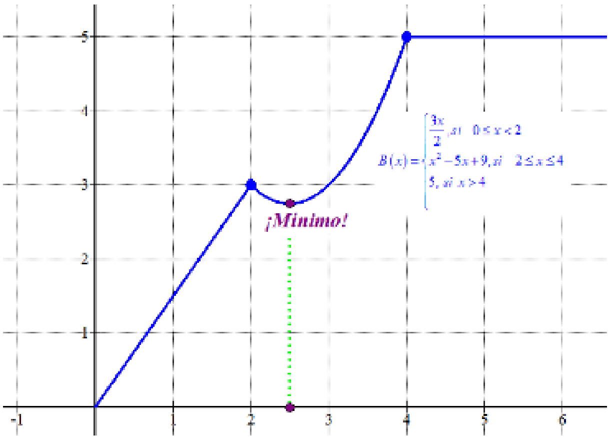
donde x es el tiempo en años.

a) Hacer una gráfica de $B(x)$ ¿Es esta función continua? ¿Es derivable?

b) ¿Cuándo aumentan y cuándo disminuyen dichos beneficios?

c) ¿En qué año o años el beneficio es igual a 3000 euros?

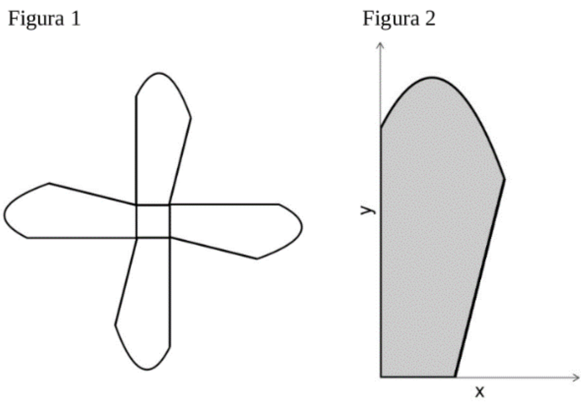
Solución: a) La función es continua en [0, +∞) y derivable en $[0,+\infty)-\{2,4\}$



b) Aumentan en [0,2) $\cup$ *(2.5, 4). Disminuyen en (2, 2.5).*

c) El beneficio es igual a 3000 euros en el año segundo y tercero.

8. Canarias. EBAU Ordinaria 2023. B3. Una empresa de juguetes fabrica molinillos de plástico como el que se muestra en la figura 1. Las cuatro aspas del molinillo son iguales. La figura 2 muestra una de estas aspas: por encima está limitada por la parábola $y=-0.24x^2+2x+20$, por la izquierda por el eje de ordenadas, por la derecha por la recta $y=4x-24$ y, por debajo, por el eje de abscisas. Las unidades de los ejes se miden en cm.



a) Calcular la superficie total del molinillo (incluyendo el cuadrado central).

b) Cada molinillo se fabrica en plástico, con un coste de fabricación de 1.4 céntimos de euro por cm^2 de superficie, al que se añaden 20 céntimos por el palito que le sirve de soporte. Asimismo, el coste de distribución (transportar los molinillos desde la fábrica a los puntos de venta) es de 24 céntimos por molinillo. ¿A qué precio se debe vender cada molinillo si se desea que el beneficio total obtenido con la venta (precio de venta menos costes de fabricación y distribución) sea un 20% del precio de venta?

Solución: a) El total del área del molinillo es 788 cm^2. *b) El precio de venta debe ser de 1434 céntimos que son 14.34 euros por la venta de cada molinillo.*

9. Canarias. EBAU Extraordinaria 2022. A3. De acuerdo con los datos disponibles, el número mensual de casos activos de COVID-19, por cada 100.000 personas mayores de 70 años en Canarias entre marzo y diciembre de 2020, puede aproximarse mediante la función:

$$C(t)=\begin{cases}-15t^2+150t-315 & 3\le t\le 6,5\\ \dfrac{53}{8}t-\dfrac{269}{16} & 6,5<t\le 8,5\\ -18t^2+360t-1720 & 8,5<t\le 12\end{cases}$$

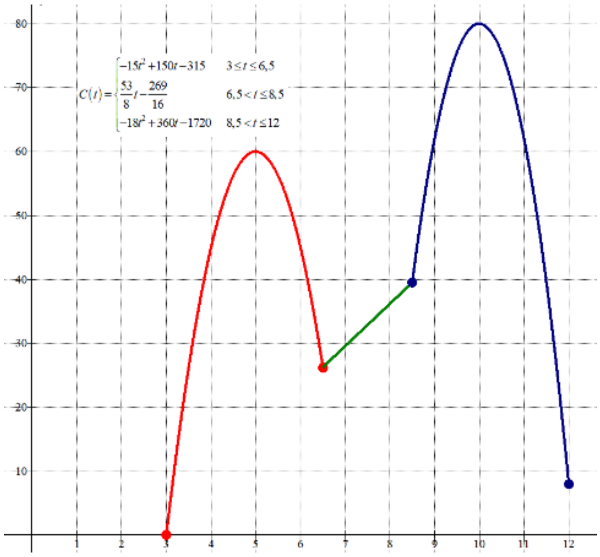
donde t es el tiempo (en meses) transcurrido desde el 1 de enero de 2020.

a) Representar gráficamente esta función. ¿Es continua?

b) Describir la variación de la curva de casos activos (cuando crece y cuando decrece) ¿Cuándo se produjeron los picos del número de casos activos de COVID en estas personas? ¿Cuántos casos activos había en esos momentos?

c) ¿En qué momento se alcanzaron por primera vez los 62 casos activos por cada 100.000 personas de este grupo de edad?

Solución: a)

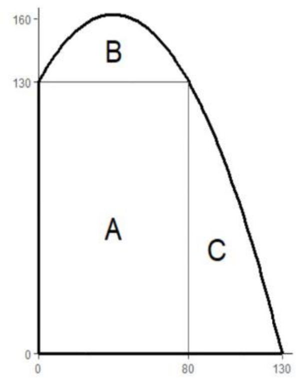


La función es continua en [3, 12]

b) La función crece entre los 3 y 5 meses, decrece entre 5 y 6.5, crece entre 6.5 y 10 meses y decrece entre 10 y 12 meses.
Los picos de casos COVID se produjeron a los 5 y a los 10 meses, es decir, en mayo y en octubre.
Como C(5) = 60 y C(10) = 80 en los picos de COVID habían 60 y 80 casos activos, respectivamente.

c) Por primera vez se alcanzan los 62 casos a los 9 meses, es decir, en septiembre

10. Canarias. EBAU Extraordinaria 2022. B3. Un agricultor dispone de un terreno cuya forma coincide con el área limitada entre los ejes de coordenadas y la parábola $f(x)=-0.02x^2+1.6x+130$. El agricultor ha dividido el terreno en tres parcelas A, B y C tal como se muestra en la figura adjunta. Las líneas que dividen las parcelas corresponden, respectivamente, a las rectas $x=80$ e $y=130$ (las distancias se miden en metros).



a) Calcular la superficie de cada parcela.

b) El agricultor dedicará una de las parcelas a plantar trigo, otra a plantar millo y la tercera a plantar cebada. El coste total anual de producción de toda la finca (mano de obra, maquinaria, semillas, agua, transporte, etc.) asciende a 22134€. Si el trigo le produce un ingreso anual de 4 €/m^2, el millo 3,5 €/m^2, y la cebada 2 €/m^2, ¿Qué deberá plantar el agricultor en cada parcela si quiere maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio total anual?

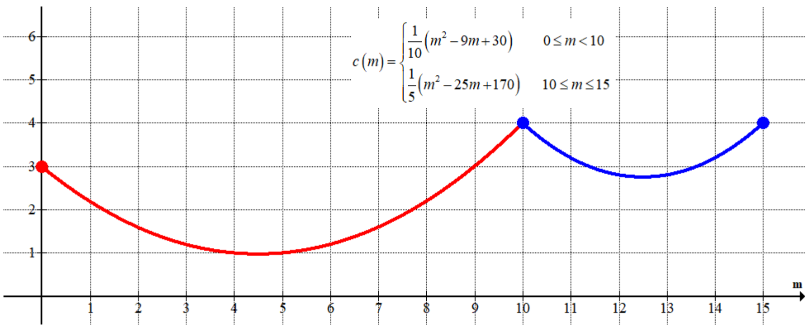
Solución: a) El área de la parcela A es 10400 m^2. El área de B es 1706.66 m^2. Y la de C es 3666.66 m^2.
b) La parcela más grande es la A por lo que ahí debe plantar lo más caro (el trigo), la siguiente en tamaño es la C, por lo que ahí debe sembrar el millo y por último en la B (la parcela más pequeña) debe plantar cebada. El beneficio total es la diferencia entre los ingresos y el coste:35712.66 €.

11. Canarias. EBAU Ordinaria 2022. A3. Durante los últimos 15 meses se ha consumido agua de un depósito (en decenas de miles de metros cúbicos) según la siguiente función:

$$c(m)=\begin{cases}\dfrac{1}{10}\left(m^2-9m+30\right) & 0\le m<10\\ \dfrac{1}{5}\left(m^2-25m+170\right) & 10\le m\le 15\end{cases}$$

a) Representar gráficamente la función. Justificando las respuestas, decir si es continua, y determinar cuándo es creciente y cuándo es decreciente.
b) ¿Cuándo se alcanzaron los consumos mínimos y máximos? ¿Cuáles fueron los correspondientes valores?
c) ¿Cuándo el consumo fue igual a 10 millones de litros (10.000 m^3)?

Solución: a)



La función es continua en $[0,15]$. La función decrece en $[0,4.5)\cup(10,12.5)$ y crece en $(4.5,10)\cup(12.5,15]$.
b) El consumo máximo se produjo a los 10 meses y a los 15, siendo este consumo máximo de 40000 metros cúbicos. el consumo mínimo se produce en m = 4.5 siendo dicho consumo mínimo de 9750 metros cúbicos.
c) Se produce en los meses 4º y 5º.

12. Canarias. EBAU Ordinaria 2022. B3. En una pared se quiere pintar un mural abstracto. En ese mural hay que pintar la figura encerrada dentro de la parábola $y=x^2-1$, y limitada por encima por la recta $y=11-x$ y por debajo por el eje OX. Las distancias en los ejes están definidas en metros.
a) ¿Cuántos metros cuadrados mide la figura?
b) El trozo de figura a la izquierda de la recta $x=-1$ se pinta de azul, y el trozo a la derecha de gris. Si cada metro cuadrado de pintura azul cuesta 2 €, y pintar el mural ha costado en total 95€, ¿cuánto cuesta cada m^2 de pintura gris?

Solución: a) $\text{Área}=\dfrac{335}{6}\simeq 55.83\,m^2$ *b) 1.5 €/m^2.*

13. Canarias. EBAU Extraordinaria 2021. Opción A. A3. Durante los últimos 10 años, los costos en comunicaciones de una empresa, en decenas de miles de euros, vienen dados por la función:

$$C(t)=\begin{cases}\dfrac{(t-1)^2}{3}+4 & ,t\in[0,4]\\ \dfrac{18-t}{2} & ,t\in(4,10]\end{cases}$$

siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:

a) ¿Es continua $C(t)$?

b) ¿Cuándo $C(t)$ es derivable? ¿Cuándo creció y cuándo decreció $C(t)$?

c) ¿Cuándo alcanzó $C(t)$ el máximo y el mínimo absolutos? ¿Cuáles fueron los valores máximos y mínimos absolutos?

Solución: a) La función es continua en [0,10] b) La función es derivable en $[0,4)\cup(4,10]$. *La función decrece en* $[0,1)\cup(4,10]$ *y crece en* $(1,4)$ *c) Los mínimos absolutos se alcanzan en t = 1 y en t =10, siendo este valor mínimo 4. El máximo absoluto se alcanza en t = 4, siendo este valor máximo de 7.*

14. Canarias. EBAU Extraordinaria 2021. Opción B. B3. La superficie de lona necesaria para fabricar un toldo está delimitada por las funciones:

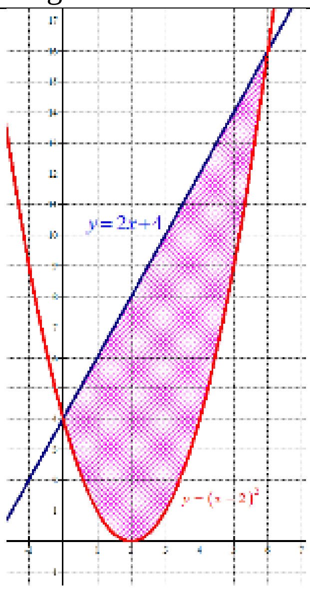
$$y=(x-2)^2,\ \ y=2x+4$$

a) Hacer un dibujo de dicha superficie.

b) Si se mide en metros, calcular el área de la superficie.

c) Si el precio del metro cuadrado de lona es igual a 4 €, ¿cuánto es necesario gastar para hacer tres toldos iguales?

Solución: a)



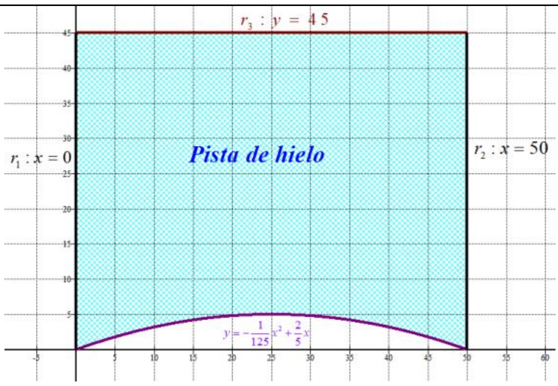
b) 36 m^2 *c) 432 €*

15. Canarias. EBAU Ordinaria 2021. Opción A. A3. El ayuntamiento de un pueblo ha construido una pista de hielo provisional cuya gráfica está limitada por las rectas $r_1: x=0,\ r_2: x=50,\ r_3: y=45$ y la parábola $f: y=-\dfrac{1}{125}x^2+\dfrac{2}{5}x$. Si se mide en metros,

a) Dibujar la gráfica. Calcular el volumen de agua en (m^3) que se necesita para llenar la pista sabiendo que la profundidad del agua es de 7 cm (0,07 metros).

b) El consumo eléctrico mensual para mantener congelada la pista es de 28 Kwh/ m^2. El precio del Kwh es de 0,13 €/Kwh. Calcular el coste de mantener la pista congelada durante un mes.

c) Aparte del coste del consumo eléctrico, la gestión de la pista (mantenimiento, alquiler del terreno, salario de los empleados, etc.) tiene un coste fijo mensual de 5000 €; hay además un coste variable debido a averías, fugas de agua, días de calor … Si se espera que acudan a patinar 600 personas al mes, calcular cuál debe ser el precio de la entrada para cubrir todos los costes mensuales, suponiendo que los costes variables alcanzan un 25% de los costes fijos de gestión.



Solución: a) Volumen = 145.833 m^3 b) 7583.33 € c) 23.055 €

16. Canarias. EBAU Ordinaria 2021. Opción B. B3. La tasa de paro (expresada en porcentaje sobre la población en edad de trabajar) registrada en cierta región europea durante los últimos 72 trimestres se ha comportado de acuerdo a la siguiente función:

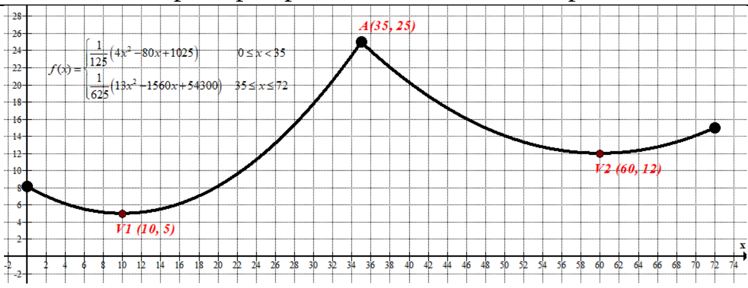
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{125}\left(4x^2 - 80x + 1025\right) & 0 \le x < 35 \\ \frac{1}{625}\left(13x^2 - 1560x + 54300\right) & 35 \le x \le 72 \end{cases}$$

donde x representa el trimestre.

a) Representar gráficamente la función. Justificando las respuestas, explicar si es continua, y determinar cuándo es creciente y cuándo es decreciente.

b) ¿En qué trimestre alcanzó la tasa de paro su mínimo? ¿Cuándo alcanzó el máximo? ¿Cuáles fueron los valores de las tasas de paro mínima y máxima?

c) ¿En qué trimestre se superó por primera vez el 10% de paro?

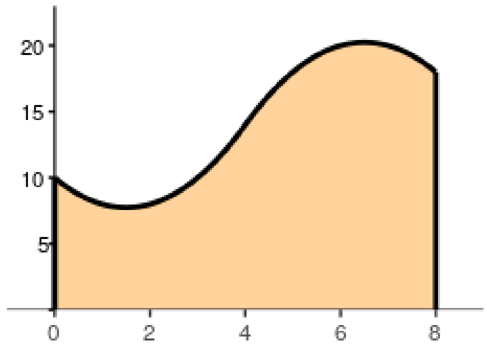


Solución: a) La función es continua. La función es creciente en $(10,35)\cup(60,72)$ y decreciente en $(0,10)\cup(35,60)$

b) La tasa de paro es mínima en el trimestre 10, siendo esta tasa de 5%. Fue máxima en el trimestre 35, siendo esta tasa del 25 %. c) En el mes 23 se sobrepasa la tasa de paro del 10 % por primera vez

17. Canarias. EBAU Extraordinaria 2020. Grupo A. A3. Para hacer los decorados de una película se necesita construir y pintar una pared de cartón piedra como la de la figura adjunta. La curva superior de la pared puede representarse mediante la función:

$$F(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 10 & x \in [0,4] \\ -x^2 + 13x - 22 & x \in (4,8] \end{cases}$$



Las unidades se miden en metros.

a) Calcular cuando mide la superficie de la pared.

b) Si el cartón piedra cuesta 4 €/m^2, la pintura 0.5

€/m^2 y el coste la mano de obra es igual al 70% del coste de los materiales (cartón y pintura) ¿cuánto costará la elaboración de esta pared?

Solución: a) $\acute{A}rea = 112\ m^2$ *b) El coste total es de 856,8 €.*

18. Canarias. EBAU Extraordinaria 2020. Grupo B. B3. Durante los últimos 10 años el déficit en las cuentas de una institución, en millones de euros, viene dado por la función:

$$D(t) = \begin{cases} -\dfrac{(t-2)^2}{4} + 5, & t \in [0,4] \\ \dfrac{(t-7)^2}{9} + 3, & t \in]4,10] \end{cases}$$

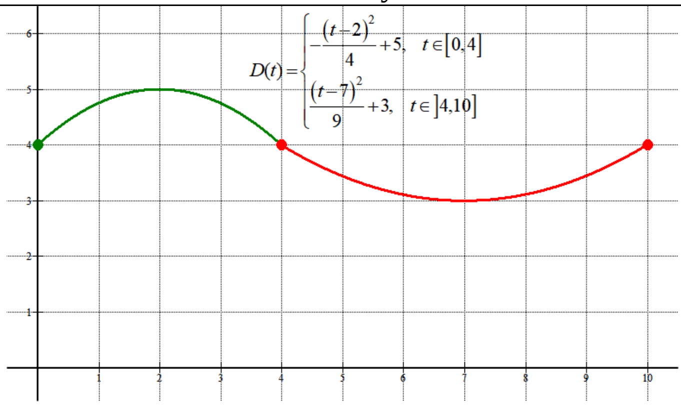
siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:

a) ¿Es continua D(t)? Representarla gráficamente.

b) ¿Es D(t) derivable?

c) ¿Entre qué valores varía D(t)? ¿Cuáles son sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento? ¿Cuándo alcanza los valores máximos y mínimos absolutos?

Solución: a)



La función es continua en el intervalo [0, 4]. b) La función es derivable en $[0,4) \cup (4,10]$.

c) D(t) varía entre 3 y 5 millones de euros. Crece en $[0,2) \cup (7,10)$ *y decrece en* $(2,7)$. *Tiene un máximo absoluto en (2, 5) y un mínimo absoluto en (7, 3).*

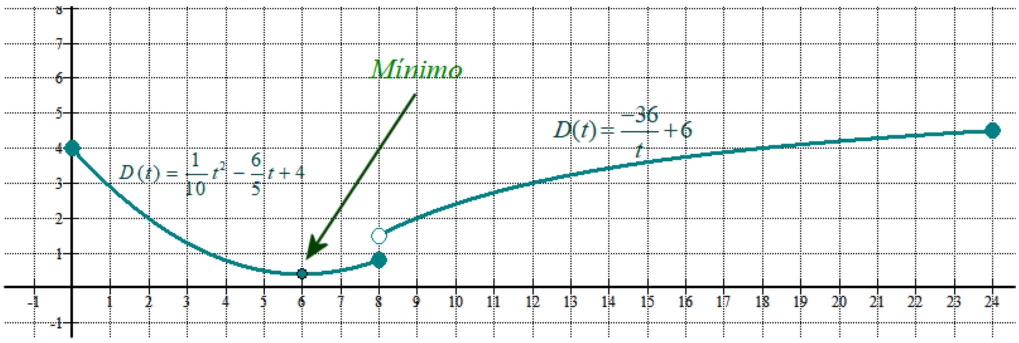
19. Canarias. EBAU Ordinaria 2020. Grupo A. A3. Una empresa que ofrece servicios en internet tiene, en el día de más actividad del año una demanda de datos que viene dada por la función:

$$D(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{10}t^2 - \dfrac{6}{5}t + 4 & 0 \le t \le 8 \\ \dfrac{-36}{t} + 6 & 8 < t \le 24 \end{cases}$$

donde t es la hora del día (de 0 a 24) y $D(t)$ es la demanda de datos a esa hora expresada en cientos de Gigabits por segundo.

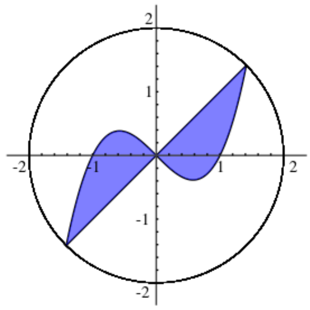
a) Representa gráficamente la función. ¿Hubo una demanda continua de datos a lo largo del día? En caso negativo, ¿a qué hora hubo un salto instantáneo de la demanda y cuál fue la magnitud del salto?

b) Calcula los valores de las demandas mínima y máxima absolutas y cuando se alcanzaron.



Solución: a)
¿Hubo una demanda continua de datos a lo largo del día? No, hay una discontinuidad a las 8 horas.
b) A las 8 horas hubo un salto de 70 Gigabits por segundo.
A las 6 horas hay un mínimo relativo de 40 Gigabits. Y este es absoluto. El máximo consumo se produce a las 24 horas con un consumo de 450 Gigabits.

20. Canarias. EBAU Ordinaria 2020. Grupo B. B3. La empresa *XYPERIA* ha encargado la construcción de su logotipo corporativo en madera y cobre, tomando como modelo la figura adjunta, que diseñó una empresa contratada para ello. El círculo, que será de madera, está centrado en el punto (0,0) y tiene 2 metros de radio. Las funciones que delimitan el área sombreada son:



$f(x)=x^3-x \qquad g(x)=x$

a) La zona sombreada se va a recubrir de cobre ¿Qué superficie tiene esta zona?

b) Teniendo en cuenta que el m^2 de plancha de cobre se cobra a 60 € y no se desperdicia nada, que el coste de mano de obra es el 30% de lo que cuesta el cobre, y que el círculo de madera, el transporte y el montaje *in situ* tienen un coste de fijo 270 €, ¿cuánto deberá pagar *XYPERIA* por la construcción e instalación de su logotipo corporativo?

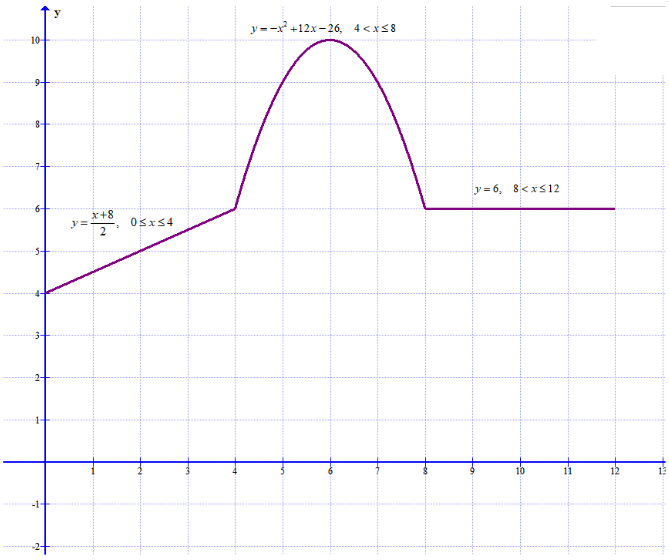
Solución: a) Área de zona rayada es 2 m^2 b) 426 €.

21. Canarias. EBAU Julio 2019. Prueba A. 3. El beneficio de un parque acuático depende, principalmente, de la estación del año. La función que representa el beneficio, expresado en millones de euros, durante el último año fraccionado en meses es: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+8}{2}, & 0\le x\le 4\\ -x^2+12x-26, & 4<x\le 8\\ 6 & 8<x\le 12\end{cases}$

Justificando las respuestas:

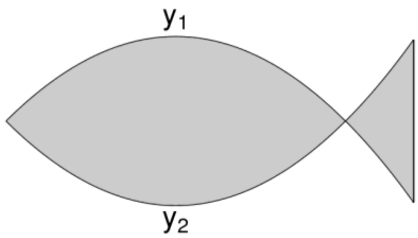
a. Representar gráficamente la función. ¿Cuándo ha crecido y decrecido el beneficio?
b. Calcular en qué momentos se obtuvieron los beneficios máximo y mínimo y a cuánto ascendían estas cantidades.
c. ¿Cuándo fue el beneficio igual a 6.000.000 €?

Solución: a.



La función crece desde x = 0 hasta x = 6, decrece de x = 6 hasta x = 8 y se mantiene constante de x = 8 a x = 12.
b. El beneficio máximo es en el vértice de la parábola, en el mes 6 (comienzo de Junio) con un beneficio de 10 millones de euros. El beneficio mínimo en el mes 0 (principio de Enero) con un beneficio de 4 millones de euros.
c. El beneficio es de 6 millones de euros en muchos puntos de la gráfica. En x = 4 (abril), pero también del mes 8 al mes 12 (agosto, septiembre, octubre, noviembre y diciembre).

22. Canarias. EBAU Julio 2019. Prueba B. 3. En una pared, a la entrada de un puerto pesquero, se va construir un mosaico de piedra en forma de pez como indica la figura adjunta, definida por las parábolas $y_1=-\frac{1}{10}x^2+x+5$ e $y_2=\frac{1}{10}x^2-x+5$, entre $x=0$ y $x=12$. Los valores de x e y se expresan en metros.



a) Determinar la superficie total de la figura.
b) Para construir el mosaico, la empresa A asegura que es capaz de recubrir de piedra 1 m^2 de superficie en 1.5 horas de trabajo, y cobra cada hora a 120€. La empresa B afirma que tarda 2 horas en recubrir 1 m^2 de superficie y cobra la hora a 85€. Asimismo, la empresa A cobra 10€ por m^2 de piedra, mientras que la empresa B cobra 12€/m^2 por el mismo tipo de piedra. ¿Qué empresa hará el trabajo con un menor coste?

Solución: a) El área total es $\frac{186}{5}=37,2\ m^2$ *b) La empresa A cobra* 7068 € *y la B cobra* $6770,4$€
La empresa B es más económica.

23. Canarias. EBAU Junio 2019. Prueba A. 3. Durante los últimos 5 años, el beneficio de una empresa, en cientos de miles de euros, viene dado por la función:

$$b(t)=\begin{cases}2t, & t\in[0,3]\\ 6-\dfrac{(t-3)^2}{2}, & t\in\,]3,5]\end{cases}$$

Siendo t el tiempo en años. Justificando la respuesta:
a) ¿Cuándo ha crecido y ha decrecido *b(t)*?
b) En su caso, determinar cuándo se observan los máximos y mínimos locales de *b(t)*, así como los correspondientes valores.
c) ¿Cuándo el beneficio fue igual a 500000 euros?

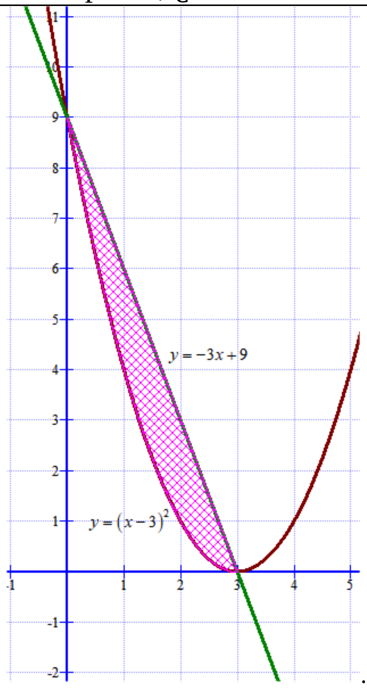
Solución: a) La función crece en el intervalo [0, 3] y decrece en el intervalo]3,5].
b) La función tiene un mínimo local en t = 0 y es de 0 €. También en t = 5 y es de 400.000 €.

La función tiene un máximo local en t = 3 y es de 600.000 €
c) A los dos años y medio y también a los 4,4 años (4 años y 3 meses aproximadamente).

24. Canarias. EBAU Junio 2019. Prueba B. 3. Un rincón de una plaza tiene una superficie limitada por $y=(x-3)^2$ e $y=-3x+9$ $(x\geq 0, y\geq 0)$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la superficie.

b) Para hacerla transitable, se ha de rellenar de hormigón cuyo coste (incluido trabajo y transporte) es de 70 euros por metro cuadrado. Si se desperdicia las dos novenas partes del hormigón comprado, ¿cuánto costará hacer el relleno?

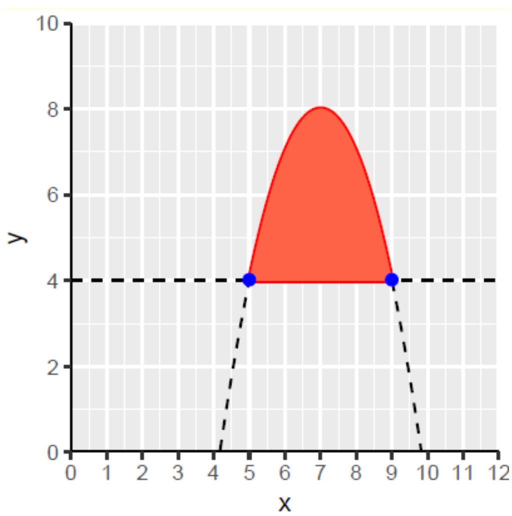
Solución: a) 

. b) 405 €

25. Canarias. EBAU Julio 2018. Opción A. 3. Se quiere cubrir con un espejo el espacio generado al construir un arco moderno de Gaudí, que coincide con el área encerrada entre las funciones $y=-x^2+14x-41$ e $y=4$ (con las unidades expresadas en metros).

a) Hacer una gráfica de la superficie que hay que cubrir. Calcular dicha superficie.

b) El coste del espejo es de 16,25 € el metro cuadrado. A esta cantidad hay que añadir la mano de obra, que es un 24% de lo que cuesta el espejo, más el gasto del transporte, que es de 85 €, ¿a cuánto asciende el coste total?

Solución: a) 

Superficie = 10.67 m^2 *b) 300 €*

26. Canarias. EBAU Julio 2018. Opción B. 3. En un periodo de 10 años, la audiencia de una determinada serie de una televisión autonómica, expresada en decenas de miles de personas, siguió la función:

$$A(x)=\begin{cases} x^2+2, & 0\le x<2 \\ \dfrac{-3x+30}{4}, & 2\le x\le 10 \end{cases}$$

donde x representa el número de años transcurridos desde la primera emisión. Justificando las respuestas:

a) ¿Es continua la función $A(x)$? ¿Cuándo crece y cuándo decrece esta función?

b) ¿Cuándo obtuvo la serie su máxima audiencia y cuántos espectadores tuvo en ese momento?

c) ¿Cuál fue la audiencia al principio de la emisión de la serie? Si se decide dejar de emitir cuando la audiencia sea de 15000 personas, ¿en qué momento se dejaría de emitir?

Solución: a) Es continua. Crece en [0, 2) y decrece en (2, 10) b) A los 2 años con una audiencia de 60000 personas. c) 20000 personas al principio. Se dejaría de emitir a los 8 años

27. Canarias. EBAU Junio 2018. Opción A. 3. El rendimiento, en tanto por ciento, de un jugador de futbol, depende de la cantidad de minutos que esté jugando. Si la duración de un partido es de 90 minutos y la función que da el rendimiento en función de esos minutos es:

$$R(t)=\frac{-1}{20}t^2+2t+80$$

a) ¿En qué momento el jugador tiene mayor rendimiento? ¿Cuál es dicho rendimiento?

b) ¿En qué minuto el jugador tiene el mismo rendimiento que cuando comenzó el partido?

c) Si el entrenador quiere cambiarlo cuando esté al 20% de su rendimiento, ¿en qué minuto debe cambiarlo?

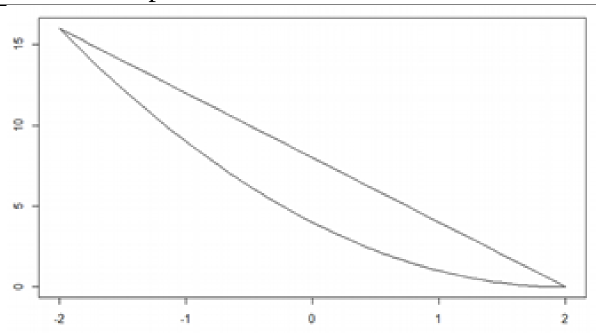
Solución: a) En t = 20, con un rendimiento del 100 % b) En el minuto 40 c) A los 60 minutos.

28. Canarias. EBAU Junio 2018. Opción B. 3. El recubrimiento de lona de una terraza tiene una zona deteriorada cuya superficie está limitada por $y=(x-2)^2$ e $y=-4x+8$. Si se mide en metros, se pide:

a) Representar la zona deteriorada.

b) Para repararla, se ha de utilizar lona cuyo coste (incluido trabajo de reparación) es de 18 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte de la lona adquirida, ¿cuánto costará la reparación?

Solución: a)



b) 288 €

29. Canarias. EBAU Julio 2017. Prueba A. 3. La función $G(x)$ da la ganancia anual (en cientos de miles de euros) obtenida por una empresa de telefonía móvil en función del tiempo x (en años) transcurrido desde su creación:

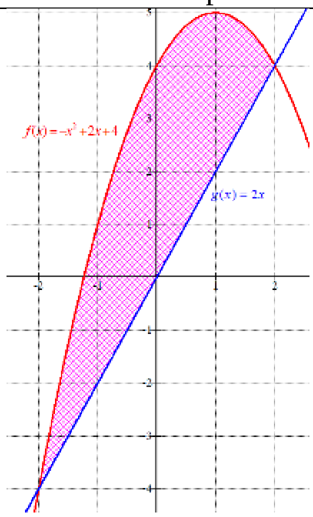
$$G(x)=\begin{cases}\frac{2}{5}x, & si\ \ 0\le x\le 3\\ \frac{x+3}{x+2}, & si\ \ x>3\end{cases}$$

a) ¿A cuánto asciende la ganancia transcurridos dos años y medio? ¿Y transcurridos cuatro años?
b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dichas ganancias. Justificar la respuesta.
c) ¿Qué sucede a medida que transcurre el tiempo? Razonar la respuesta.

Solución: a) A los dos años y medio es 100000 €. A los 4 años es 116000 € b) Creciente los tres primeros años y decreciente a partir del tercer año c) Las ganancias se estabilizan en 100000 €

30. Canarias. EBAU Julio 2017. Prueba B. 3. Una zona de una terraza, limitada por las funciones $f(x)=-x^2+2x+4$ y $g(x)=2x$, debe ser reparada con pintura impermeabilizante. Si se mide en metros, el precio de la pintura es 6´25 € /m² y hay que sumar los gastos de aplicación y transportes, que suponen el 80% del precio total de la superficie:
a) Hacer una gráfica de la zona.
b) Hallar la superficie de la zona.
c) ¿A cuánto asciende la reparación?

Solución: a)



b) 10.667 m² c) 120 €

31. Canarias. EBAU Junio 2017. Opción A. 3. Una empresa de material fotográfico oferta una máquina de revelado asegurando que es capaz de pasar a papel 13 fotografías por minuto. Sus cualidades se van deteriorando con el tiempo, de forma que el número de fotografías por minuto varía en función del número de años transcurridos desde su compra, según la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}-0,5x+13 & si\ \ 0\le x<6\\ \frac{5(x+14)}{x+4} & si\ \ x\ge 6\end{cases}$$

a) Comprobar que el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años.
b) Justificar que a partir de los 6 años revelará menos de 10 fotografías por minuto y que no revelará menos de 5 fotografías por minuto por muy vieja que sea la máquina

Solución: a) Tanto antes como después de los seis años la derivada de la función es negativa, luego el número de fotografías por minuto decrece con el paso de los años b) En el año sexto la máquina revela 10 fotografías por minuto y, como la función decrece con el paso de los años, a partir de ese año revelará menos de 10 fotografías por minuto. Calculando el límite en el infinito observamos que el número de fotografías por minuto tiende a 5, por muy vieja que sea la máquina

32. Canarias. EBAU Junio 2017. Opción B. 3. Una zona de un patio está limitada por

$y = 3(x-1)$ e $y = \dfrac{(x-1)^2}{4}$

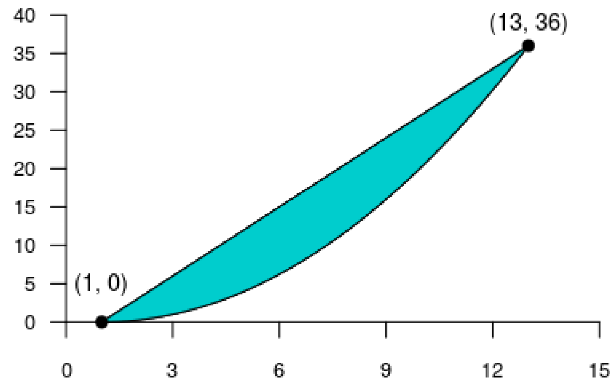
Si las unidades de medida son metros, justificando las respuestas:

a) Hacer una gráfica de la zona.

b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la zona?

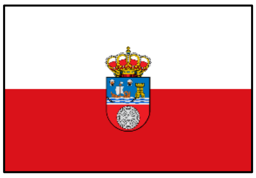
c) Se pretende cubrirla de césped artificial que cuesta 10 euros el metro cuadrado. Si, por razones de instalación, se pierde el 15% de la superficie adquirida, ¿cuánto cuesta la cantidad de césped artificial que hay que comprar?

Solución: a)



b) 72 m^2 *c) 847.06 €*

CANTABRIA

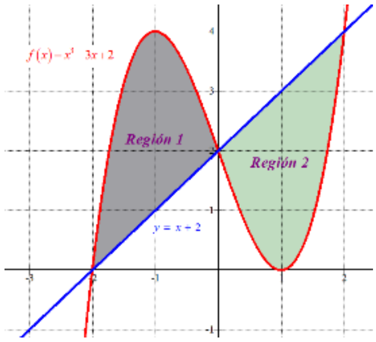


1. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = x^3 - 3x + 2$

A. [0,5 PUNTOS] Obtenga los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [1 PUNTO] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
C. [1 PUNTO] Dibuje la región delimitada por la curva *y = f(x)* y la recta $y = x + 2$. Calcule el área de esta región.

Solución: A. Hay tres puntos de corte: A(0,2), B(1, 0) y C(–2, 0). B.



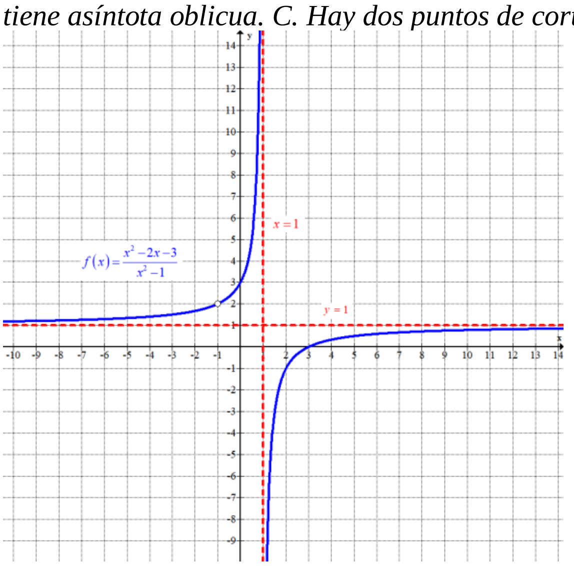
La función crece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,1)$. *C. El área tiene un valor de 8 u*^{2}.

2. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$

A. [0,75 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua *f(x)*? ¿De qué tipo de discontinuidad se trata en cada caso?
B. [1,25 PUNTOS] Identifique las asíntotas de la función.
C. [0,5 PUNTOS] Esboce la gráfica de *f(x)*, indicando únicamente los puntos de discontinuidad, las asíntotas y los cortes con los ejes OX y OY

Solución: A. La función presenta una discontinuidad evitable en x = –1 y una discontinuidad inevitable de salto infinito en x = 1. B. Asíntotas verticales: x = –1, x = 1. La recta $y = 1$ *es asíntota horizontal. No tiene asíntota oblicua. C. Hay dos puntos de corte: A(0,3) y B(3, 0).*



3. Cantabria. EBAU Ordinaria 2024. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax+2, & si\ \ x\le -1 \\ x^2-3x+5, & si\ \ -1<x\le 3 \\ \dfrac{x-b}{x^2+1}, & si\ \ x>3 \end{cases}$

A. [1,5 PUNTOS] Determine los valores de los parámetros *a* y *b* para los cuales la función es continua en todo su dominio.

B. [1 PUNTO] Calcule la integral definida $I=\int_0^2 f(x)\,dx$

Solución: A. Los valores que hacen continua la función son a = –7 y b = –47. B. $\int_0^2 f(x)\,dx=\dfrac{20}{3}$.

4. Cantabria. EBAU Ordinaria 2024. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+2}{x-2}$

A. [0,25 PUNTOS] Obtenga los puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [1 PUNTO] Identifique las asíntotas de la función.
C. [1,25 PUNTOS] Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: A. A(–1,0) y B(0,–1). B. x = 2 es asíntota vertical. No tiene asíntota horizontal. $y=2x+8$ *es asíntota oblicua. C. La función crece en* $(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,2)\cup(2,5)$.

5. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x)=-x^2+6x$ y $g(x)=x^2-2x$

A. [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones.
B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones?
C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre *f* y *g*.
D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre *f* y *g*.

Solución: A. La función $f(x)$ *crece en* $(-\infty,3)$ *y decrece en* $(3,+\infty)$. *La función* $g(x)$ *decrece en* $(-\infty,1)$ *y crece en* $(1,+\infty)$. *B. La función* $f(x)$ *tiene en x = 3 un máximo relativo y absoluto. La función* $g(x)$ *tiene en x = 1 un mínimo relativo y absoluto. C.*

D. El área tiene un valor de $\dfrac{64}{3}\simeq 21.33\ u^2$.

6. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Una frutería ha conseguido determinar que el peso total de la fruta que guarda en el almacén, expresado en kilogramos, viene dado por la función $P(t)=30t^2-240t+3000$, donde $t\in[0,6]$ representa las horas transcurridas desde el momento de la apertura. ¿En qué momento hay menos fruta en el almacén? ¿Cuántos kilogramos hay en ese momento?

B. [1,25 PUNTOS] En una sastrería familiar, el coste total que supone producir *x* pantalones, en €, viene dado por la función $C(x)=120x+700$. Por otro lado, el precio de venta de esos *x* pantalones, en €, viene dado por la función $P(x)=x(200-x)$. Suponiendo que todos los pantalones que se producen se venden, ¿cuántos pantalones habría que producir para que el beneficio obtenido sea máximo?

Solución: A. El número mínimo de fruta se produce a las 4 horas de estar abierta la frutería, teniendo 2520 kg de fruta en dicho momento. B. Con la fabricación y venta de 40 pantalones se obtienen unos beneficios máximos de 900 euros .

7. Cantabria. EBAU Ordinaria 2023. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas (horizontales, verticales y/u oblicuas) de la siguiente función?

$$f(x)=\frac{2x^2-1}{x-1}$$

B. [1,25 PUNTOS] Dada la siguiente función definida a trozos:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(x)}{x-1} & si \quad 0.5\le x<1\\ ax^2+b & si \quad 1\le x\le 2\\ e^x+1 & si \quad 2<x\le 2.5\end{cases}$$

Determine los parámetros *a* y *b* para que *f* sea continua en el intervalo [0.5, 2.5].

Solución: A. x = 1 es asíntota vertical. La función no tiene asíntota horizontal. $y=2x+2$ *es asíntota oblicua de la función. B. Los valores buscados son* $a=\frac{e^2}{3};\ b=\frac{3-e^2}{3}$.

8. Cantabria. EBAU Ordinaria 2023. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Un hospital ha determinado que el número de pacientes que hay en urgencias a lo largo de un turno de 36 horas viene dado por la función *P(t)*, donde *t* ∈ [0, 36] se expresa en horas. Se sabe que $P'(t)=t^2-40t+231$ es la derivada de *P(t)* y que al finalizar el turno quedan en urgencias 448 pacientes. ¿En qué momento del turno hay menos pacientes en urgencias? ¿Cuántos pacientes hay en ese momento?

B. [1,25 PUNTOS] En una panadería el coste de producción de una hogaza es de 2 €, y el precio de venta de *x* hogazas, en €, viene dado por la función $P(x)=x(122-x)$. Además, esta panadería tiene unos gastos fijos mensuales de 500 €. Suponiendo que todas las hogazas que se producen se venden, ¿cuántas hogazas debería producir la panadería al mes para maximizar sus ganancias mensuales? ¿A cuánto ascenderían esas ganancias?

Solución: A. El número mínimo de pacientes se produce en la hora 33 y es de 322 pacientes.
B. Con la fabricación y venta de 60 hogazas se obtienen unas ganancias máximas de 3100 €.

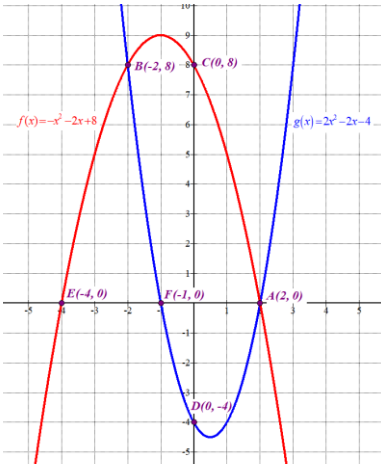
9. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x) = -x^2 - 2x + 8$ y $g(x) = 2x^2 - 2x - 4$

A. [0,5 PUNTOS] Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones.
B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuáles y de qué tipo (máximo/mínimo relativo/absoluto) son los extremos de ambas funciones?
C. [0,5 PUNTOS] Dibuje la gráfica de ambas funciones, indicando claramente sus puntos de corte con los ejes OX y OY, así como los puntos de corte entre *f* y *g*.
D. [1 PUNTO] Calcule el área de la región que queda encerrada entre las funciones *f* y *g*.

Solución: A. La función $f(x)$ crece en $(-\infty, -1)$ y decrece en $(-1, +\infty)$. La función $g(x)$ decrece en $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ y crece en $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

B. Máximo relativo de f(x) es (–1, 9). Mínimo relativo de g(x) es $\left(\frac{1}{2}, \frac{-9}{2}\right)$.



C. Puntos de corte de ambas funciones: A(2, 0) y B(–2, 8). Puntos de corte con el eje OY: C(0, 8) y D(0, –4). Puntos de corte con el eje OX: E–4, 0) y F(–1, 0).
D. Área = 32 u^2.

10. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]
Se sabe que la evolución del precio del oro en el mercado (*P*, expresado en €/kg) a lo largo de un mes de 31 días viene dado por la siguiente función:

$$P(d) = \frac{1}{3}d^3 - 15d^2 + 144d + 1500 \text{ , } con\ 1 \leq d \leq 31$$

donde *d* indica el día del mes.

A. [1 PUNTO] ¿Qué día del mes habría que vender el oro para obtener la máxima ganancia? ¿A cuánto ascendería dicha ganancia si se vendiesen 4 kg de oro?
B. [1 PUNTO] ¿Qué día del mes es el peor para vender oro? ¿Cuál sería la ganancia si se vendiesen los 4 kg de oro ese día?
C. [0,5 PUNTOS] Si se viese obligado a vender 1 kg de oro entre los días 20 y 31 del mes y quisiera obtener la máxima ganancia, ¿en qué día lo haría? ¿Cuánto ganaría con la venta?

Solución: A. Para obtener la máxima ganancia debe venderse el sexto día del mes. Se vendería a 1896 €/kg. Obtendríamos 7584 €. B. El peor día es el día 24. Se obtendría una ganancia de 3696 €.
C. Debería venderlo el día 31. Se ganaría 1479.33 €.

11. Cantabria. EBAU Ordinaria 2022. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]
Dada la función $f(x) = \dfrac{2x^2 + 2x - 24}{x^2 + 2x - 8}$

A. [1 PUNTO] ¿En qué puntos es discontinua f? ¿De qué tipo de discontinuidad se trata en cada caso?
B. [0,25 PUNTOS] ¿Se podría redefinir f para evitar alguna de estas discontinuidades?
C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuáles son las asíntotas de f?

D. [0,5 PUNTOS] Esboce la gráfica de f, indicando únicamente los puntos de discontinuidad, las asíntotas y los cortes con los ejes OX y OY.

Solución: A. En x = –4 la discontinuidad es evitable. En x = 2 la discontinuidad es inevitable de salto infinito. B. Se puede redefinir en x = –4. C. La asíntota horizontal es $y = 2$ *. X = 2 es asíntota vertical.*

12. Cantabria. EBAU Ordinaria 2022. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]
Un autónomo del sector del transporte ha determinado que los costes mensuales de su empresa responden a una función *C(v)*, donde *v* representa el número de vehículos movilizados. Se sabe que la empresa dispone de un total de 36 vehículos y que los costes ascienden a 5000 € si no se moviliza ningún vehículo. Se sabe, además, que $C'(v) = v^2 - 32v + 112$ es la derivada de *C(v)*.

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuántos vehículos han de movilizarse para minimizar costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?

B. [1,25 PUNTOS] ¿Para qué número de vehículos movilizados serían máximos los costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?

Solución: A. Se deben movilizar 28 vehículos para minimizar el coste. El coste mínimo es de 2909.33 €. B. El máximo coste se produce movilizando 4 vehículos, siendo este coste de 5213.33 €.

13. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]
Una agencia de viajes organiza una excursión para los empleados de una empresa. Eso le supone unos gastos fijos por viajero de 475 euros además de los 850 euros del alquiler del autocar. Con un grupo de 20 personas, cobra a cada viajero 525 euros, pero presenta la siguiente oferta a la empresa: por cada nuevo viajero inscrito, rebajará el precio del viaje en 1,25 euros. ¿Con cuántos viajeros consigue unos beneficios máximos? ¿Cuánto paga cada viajero?

Solución: Con 30 viajeros se consiguen los máximos beneficios, siendo estos de 275 €. Cada viajero debe pagar 512.5 €

14. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]
Dada la función $f(x) = x^3 - 3x$

A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.

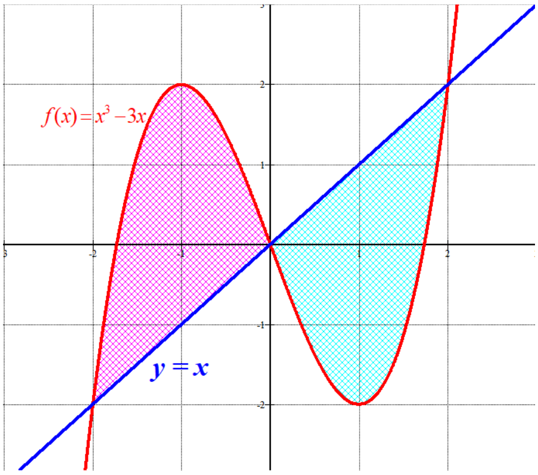
B. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,5 PUNTOS] Determinar sus intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,25 PUNTOS] Dibujar la gráfica de *f(x)* e indicar la región delimitada por dicha curva y la recta $y = x$.

E. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

Solución: A. Hay tres puntos de corte P(0, 0), $Q(\sqrt{3},0)$ *y* $R(-\sqrt{3},0)$*. B. La función crece en* $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,1)$*. El máximo relativo tiene coordenadas (–1, 2). El mínimo relativo tiene coordenadas (1, –2). C. La función es cóncava (∩) en* $(-\infty,0)$ *y convexa (∪) en* $(0,+\infty)$*. Tiene un punto de inflexión en x = 0.*

D. 

E. 4 u^2.

15. Cantabria. EBAU Ordinaria 2021. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

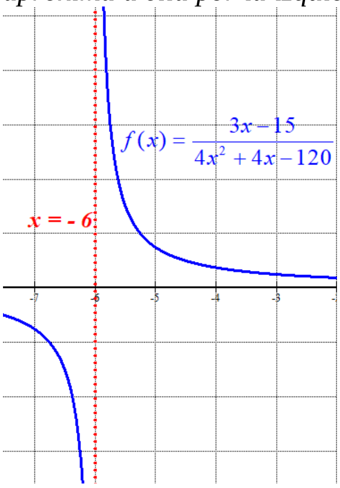
Dada la función $f(x)=\dfrac{3x-15}{4x^2+4x-120}$

A. [0,5 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?

B. [1 PUNTO] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad? Justifica la respuesta.

C. [1 PUNTO] Calcular los dos límites laterales en x = –6. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

Solución: A. La función es discontinua en x = –6 y en x = 5 B. La discontinuidad en x = 5 es evitable, pero en x = –6 no lo es. C. Significa que en x = –6 hay una asíntota vertical y la función se aproxima a ella por la izquierda bajando hasta –∞ y por la derecha se aproxima subiendo hasta +∞



16. Cantabria. EBAU Ordinaria 2021. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=\dfrac{3x^2}{(x+4)^2}$, obtener:

A. [0,25 PUNTOS] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,5 PUNTOS] Las asíntotas.

C. [0,75 PUNTOS] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

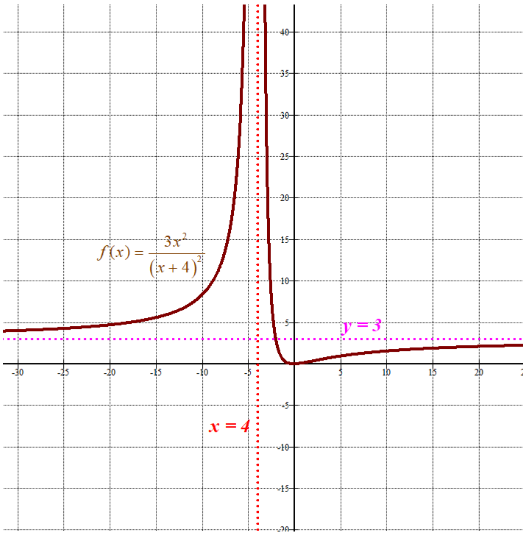
D. [0,75 PUNTOS] Los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

E. [0,25 PUNTOS] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

Solución: A. El dominio es $\mathbb{R}-\{-4\}$. Sólo tiene un punto de corte con los ejes de coordenadas: (0, 0).

B. x = –4; y = 3. C. La función crece en $\left(-\infty,-4\right)\cup\left(0,+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-4,0\right)$.
La función tiene un mínimo relativo en x = 0.
D. Es cóncava en $\left(2,+\infty\right)$ *y convexa en* $\left(-\infty,-4\right)\cup\left(-4,2\right)$. *Tiene un punto de inflexión en x = 2.*

E.



17. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2020. BLOQUE 2. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+5}{2x^2+4x-30}$

1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en *x = 3*. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+2a}{x-5} & si \quad x\le 2\\ x^2-5 & si \quad 2<x\le 4\\ x^2+2x-b & si \quad x>4\end{cases}$

determinar los valores de *a* y *b* para los que la función es continua en *x = 2* y en *x = 4*.

Solución: A.1. Es discontinua en x = 3 y en x = –5. A.2. Si definimos la función dándole el valor –1/16 para x = –5 entonces será continua. La discontinuidad en x = 3 es inevitable.

A.3. $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\dfrac{8}{0^-}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\dfrac{8}{0^+}=+\infty$. *En x = 3 hay una asíntota y la función conforme se acerca a x = 3 por la izquierda decrece hasta –∞ y conforme se acerca a x = 3 por la derecha crece hasta +∞. B.* $a=\dfrac{1}{2}$ y *b = 13.*

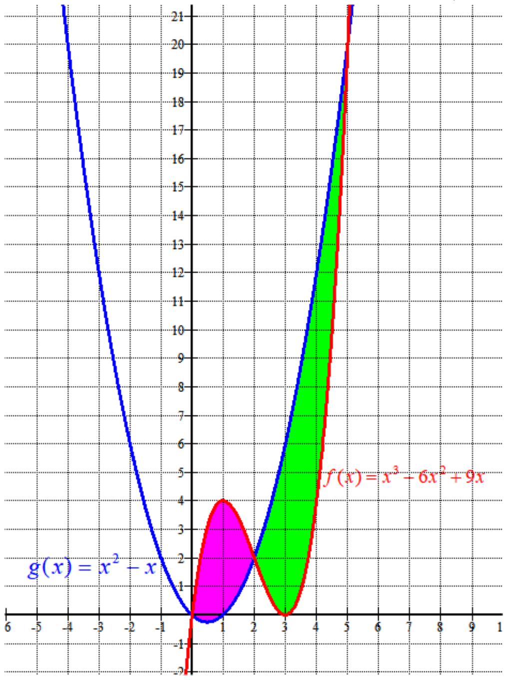
18. Cantabria. EBAU Extraordinaria 2020. BLOQUE 2. Ejercicio 4. [2,5 PUNTOS]

Dadas las funciones $f(x)=x^3-6x^2+9x$ y $g(x)=x^2-x$

A. [0,25 PUNTOS] Obtener sus puntos de corte con los ejes OX y OY.
B. [1 PUNTO] Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.
C. [0,25 PUNTOS] Dibujar las gráficas de ambas funciones indicando la región delimitada por ambas.
D. [1 PUNTO] Calcular el área de la región anterior.

Solución: A. Con el eje OY es el punto A(0, 0). Con eje OX de la función f(x) son A(0, 0) y B(3, 0). Con eje OX de la función g(x) son A(0, 0) y C(1, 0).

B. La función $f(x)=x^3-6x^2+9x$ *crece en* $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ *y decrece en* $(1,3)$. *Tiene un máximo en x = 1 y un mínimo en x = 3. La función* $g(x)=x^2-x$ *crece en* $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$. *Tiene un mínimo en x = 1/2. C.*



D. $\text{Área}=\dfrac{253}{12}=21.083\,u^2$

19. Cantabria. EBAU Ordinaria 2020. BLOQUE 2. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

A. [2,5 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ obtener sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

Solución: La función crece en $(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$ *y decrece en* $(0,2)\cup(2,4)$. *Máximo en* $(0,1)$ *y mínimo en* $(4,9)$

20. Cantabria. EBAU Ordinaria 2020. BLOQUE 2. Ejercicio 3. [2,5 PUNTOS]

A. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{2x+4}{x^2+5x+6}$

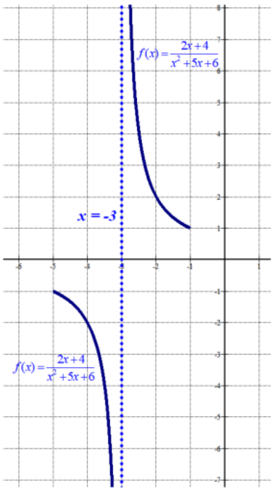
1. [0,25 PUNTOS] ¿En qué puntos es discontinua?
2. [0,5 PUNTOS] ¿Se puede definir de nuevo la función para evitar alguna discontinuidad?
3. [0,5 PUNTOS] Calcular los dos límites laterales en x = –3. Interpretar gráficamente lo que ocurre en torno a dicho valor.

B. [1,25 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+2x-1 & si \quad x\le -1 \\ x^2-5 & si \quad -1<x\le 3 \\ \dfrac{b+x}{3x-2} & si \quad x>3 \end{cases}$

determinar los valores de a y b para los que la función es continua en x = –1 y en x = 3.

Solución: A.1. Discontinua en x = –2 y en x = –3. A.2. La nueva función sería

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+4}{x^2+5x+6} & si \quad x\neq -2\\ 2 & si \quad x=-2\end{cases}$ *. Es discontinua en x = –3. A.3.* $\lim_{x\to -3^+} f(x)=+\infty$ *;* $\lim_{x\to -3^-} f(x)=-\infty$ *. Esto significa que en la asíntota x = –3 la función se comporta como indica el gráfico.*



B. Los valores buscados son a = –1 y b = 25.

21. Cantabria. EBAU Julio 2019. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [2,9 PUNTOS] Dada la función $f(x)=-x^2+3x+5$

A1. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

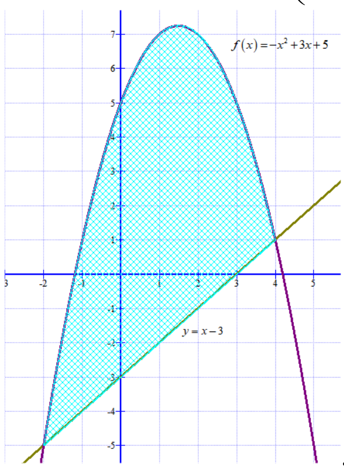
A2. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

A3. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y=x-3$.

A4. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

B. [0,6 PUNTOS] Sea ahora la función $f(x)=\dfrac{x^2-x-12}{x^2-2x-15}$. ¿En qué puntos es discontinua? ¿Se puede definir de nuevo esta función para evitar alguna discontinuidad?

Solución: A1. Los puntos de corte de la gráfica de la función con el eje OX son Q(1,19, 0) y R(4,19, 0) y con el eje OY es P(0, 5). A2. La función crece en el intervalo $\left(-\infty,\dfrac{3}{2}\right)$ *y decrece en* $\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$*. Tiene un máximo relativo en* $x=\dfrac{3}{2}$*. A3.*



. A4. $Área=36\,u^2$

B. Es discontinua en x = –3 y en x = 5. Se puede definir de nuevo para que sea continua en x = 3. La discontinuidad en x = 5 es inevitable.

22. Cantabria. EBAU Julio 2019. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Dada la función, determinar los valores de a y b para los que la función es continua en $x = -2$ y en $x = 0$.

$$f(x)=\begin{cases} -6x+3 & si \quad -4<x<-2 \\ x^2+ax+5 & si \quad -2\le x<0 \\ \dfrac{x+15}{x+b} & si \quad 0\le x<3 \end{cases}$$

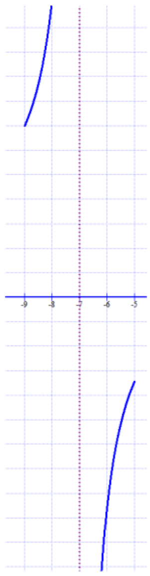
B. [1,75 PUNTOS] Determinar las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x^2+4x-21}$. Si existen asíntotas verticales, esbozar la posición de la gráfica respecto a las mismas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

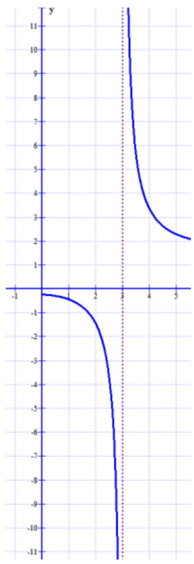
Solución: A. a = b = 3

B. Las asíntotas verticales son $x=3$ *y* $x=-7$

$$\lim_{x\to -7^-}\frac{2x^2+5}{x^2+4x-21}=+\infty;\quad \lim_{x\to -7^+}\frac{2x^2+5}{x^2+4x-21}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{2x^2+5}{x^2+4x-21}=-\infty;\quad \lim_{x\to 3^+}\frac{2x^2+5}{x^2+4x-21}=+\infty$$





23. Cantabria. EBAU Junio 2019. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

Dada la función: $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-4}$

A. [0,2 puntos] Su dominio y los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 puntos] Las asíntotas.

C. [1,1 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

D. [1,1 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

E. [0,5 puntos] Finalmente, con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

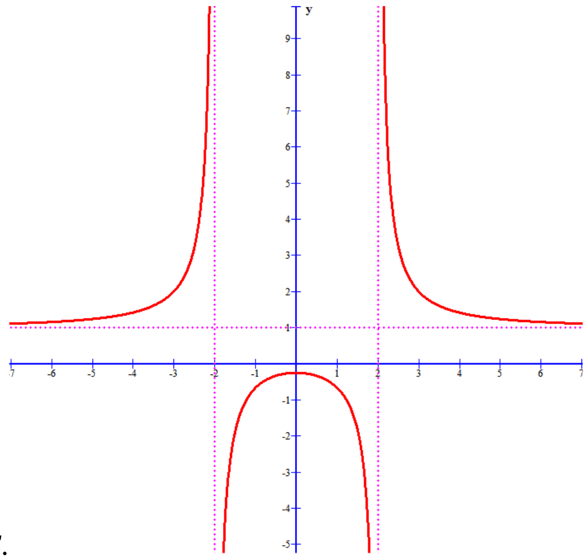
Solución: A. Su dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$. *El único punto de corte es P(0, –0´25).*

B. Las asíntotas verticales son $x=2$; $x=-2$ *y la asíntota horizontal es* $y=1$.

C. La función crece en $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ *y decrece en* $(0,2)\cup(2,+\infty)$. *Tiene un máximo relativo en x = 0.*

D. La función es cóncava $(\bigcap)$ *en* $(-2,2)$ *y convexa* ($\bigcup$) *en* $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$. *No tiene puntos de inflexión.*

E.



24. Cantabria. EBAU Junio 2019. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 puntos] Una empresa juguetera puede vender x unidades al mes de un determinado modelo de tren eléctrico, al precio de $518-x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de $275x$ euros que dependen del número x de unidades.

Hallar el número de unidades que maximizan el beneficio mensual. ¿A cuánto ascienden los ingresos?

B. [1,75 puntos] Dada la función $f(x)=-2x^3-4x^2+6x$

B1. [0,1 puntos] Los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B2. [0,4 puntos] Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

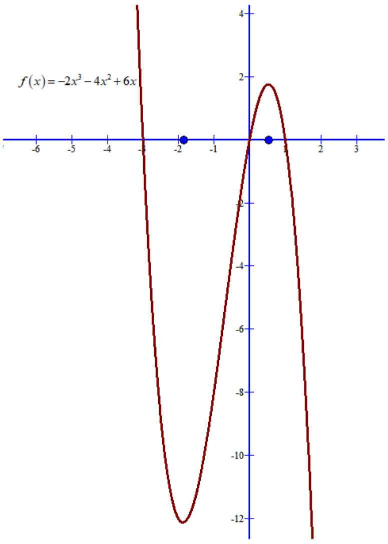
B3. [0,4 puntos] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

B4. [0,25 puntos] Con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar su gráfica.

B5. [0,6 puntos] Calcular el área de la región delimitada por la curva y el eje OX.

Solución: A. Con 9 unidades se maximiza el beneficio de 3933 €. B1. El punto de corte con el eje OY es P(0, 0) y con el eje OX son P(0, 0), Q(–3, 0) y R(1, 0). B2. La función tiene un mínimo en $x=-1.86$ *y un máximo en* $x=0.53$. *La función crece en* $(-1.86, 0.53)$ *y decrece en* $(-\infty,-1.86)\cup(0.53,+\infty)$. *B3. En* $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)$ *es convexa (*$\bigcup$*) y en* $\left(-\frac{2}{3},+\infty\right)$ *es cóncava (*$\bigcap$*). En* $x=-\frac{2}{3}$ *hay un punto de inflexión.*

B4.



B5. 24,16 u^2.

25. Cantabria. EBAU Septiembre 2018. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] El coste, en euros, de fabricar x unidades de un producto es $C(x) = 3x + 25$. Se ha fijado un precio de venta por unidad que también depende del número de unidades producidas: $13-\dfrac{x^2}{750}$ euros.

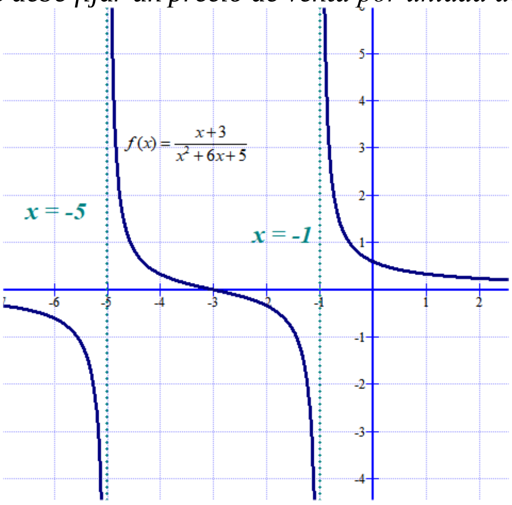
¿Cuántas unidades deben fabricarse para obtener los máximos beneficios? ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijarse para obtener dichos beneficios?

B. [1,75 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{x+3}{x^2+6x+5}$:

B1. [1 PUNTO] Determinar sus asíntotas verticales. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

B2. [0,75 PUNTOS] Calcular la integral definida: $\displaystyle\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx$

Solución: A. Se produce un máximo beneficio en una producción de 50 unidades.
Para conseguir este beneficio máximo se debe fijar un precio de venta por unidad de 9.66 €.



B1. Asíntotas verticales: x = –1; x = –5.

B2. $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{4}$

26. Cantabria. EBAU Septiembre 2018. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=x^3+x^2-12x$

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

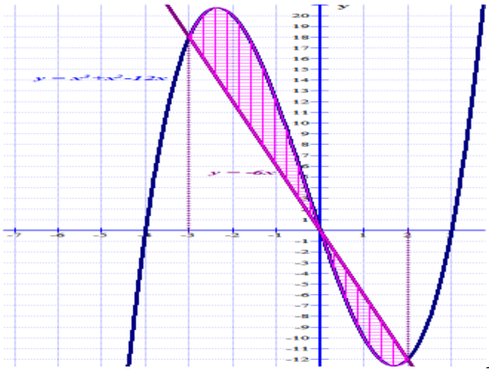
D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $g(x) = -6x$.

E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

Solución: A. Los puntos de corte son A(0, 0), B(3, 0) y C(–4, 0) *B. La función presenta un máximo en x = –2,36 y un mínimo en x = 1,69.*

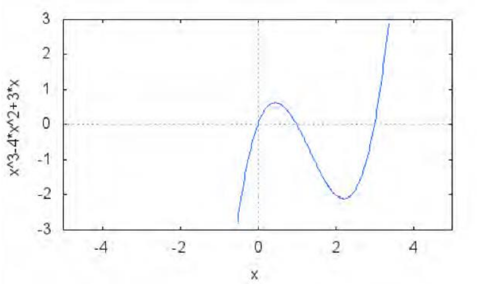
La función crece en $(-\infty,-2,36)\cup(1,69,+\infty)$ *y decrece en* $(-2,36,1,69)$.

C. La función es cóncava (∩) en $\left(-\infty,-\dfrac{1}{3}\right)$ *y convexa (∪) en* $\left(-\dfrac{1}{3},+\infty\right)$. *La función presenta un punto de inflexión en el punto con* $x=-\dfrac{1}{3}$

D. 
E. 63/4 u^2.

27. Cantabria. EBAU Junio 2018. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] Un agricultor cultiva árboles frutales. En concreto tiene a su cargo 10 limoneros y cada uno produce 70 frutos. Tiene pensado ampliar el huerto pero ha calculado que por cada nuevo árbol plantado, disminuye en 5 unidades el número de limones producido por cada ejemplar. ¿Cuántos árboles más debería plantar para obtener la producción total máxima?



B. [1,75 PUNTOS] Calcular el área total de la región delimitada por la curva $y = x^3 - 4x^2 + 3x$ y el eje OX:

Solución: A. Hallemos la expresión de la producción $f(x) = -5x^2 + 20x + 700$. *En x = 2 hay un máximo de f(x). Esto indica que debo plantar 2 árboles más para obtener esa producción máxima.* *B. El área es 37/12 u^2.*

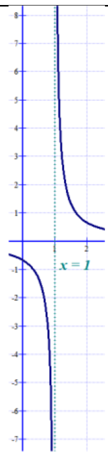
28. Cantabria. EBAU Junio 2018. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [2,5 PUNTOS] Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+4}{3x^2+3x-6} & , \quad x \neq -2 \quad y \quad x \neq 1 \\ ax & , \quad x = -2 \end{cases}$

A1. [1,5 PUNTOS] Determinar los valores del parámetro *a* para los cuales *f(x)* es continua en *x* = –2.

A2. [1 PUNTO] Determinar las asíntotas verticales de *f(x)*. Esbozar la posición de la gráfica de la función respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

B. [1 PUNTO] Dada la función $f(x) = x^3 + ax + 5$, calcular el valor de *a* para que $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 60$.



Solución: A1. a = 1/9 *A2. x =1 .* *B. a = 5*

29. Cantabria. EBAU Septiembre 2017. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A. [1,75 PUNTOS] El representante de una firma de perfumes tiene un sueldo fijo mensual de 1500 euros. También recibe una comisión, $-0.05x^2 + 0.7x + 30$, que depende del número de tiendas, *x*, que incluye al mes en su cartera de clientes. Por otro lado, sus gastos fijos mensuales ascienden a 425 euros. ¿Cuántas tiendas debería incorporar al mes para obtener una ganancia máxima?

B. [1,75 PUNTOS] La gráfica de la función $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+5}{2x-7}$ tiene como asíntota la recta $y=2x-3$. Determinar los valores de los parámetros *a* y *b*.

Solución: A. Debe de incluir 7 tiendas al mes como clientes para maximizar sus ingresos.
B. Los valores buscados son a = 4 y b = –20

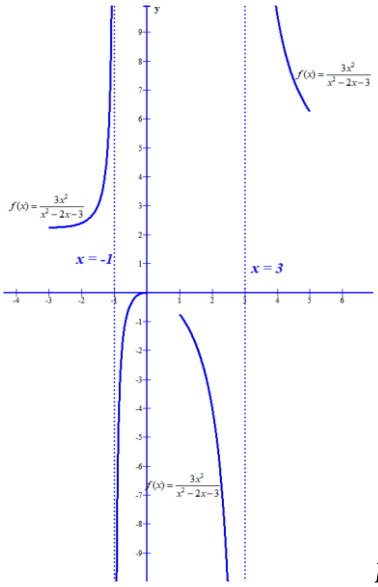
30. Cantabria. EBAU Septiembre 2017. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

A1. [1,75 PUNTOS] Dada la función $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^2+ax+b}$, determinar los valores de *a* y *b* sabiendo que su gráfica posee un extremo relativo en el punto $\left(-3,\dfrac{9}{4}\right)$.

A2. [1 PUNTO] Para *a* = –2 y *b* = –3 determinar las asíntotas verticales de la función resultante $f(x)=\dfrac{3x^2}{x^2-2x-3}$. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

B. [0,75 PUNTOS] Sea ahora la función $f(x)=\dfrac{3x^2-3x-6}{x^2-2x-3}$. ¿En qué puntos es discontinua? ¿Se puede definir de nuevo esta función para evitar alguna discontinuidad?

Solución: A1. Los valores buscados son a = –2 y b = –3 A2. Las asíntotas verticales son $x=3$ *y* $x=-1$.



B. En x = –1 hay una discontinuidad evitable. En x = 3 la discontinuidad es inevitable. Si se puede definir de nuevo para evitar la discontinuidad en x = –1.

31. Cantabria. EBAU Junio 2017. Opción de examen nº 1. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]

Dada la función $f(x)=x^3+x^2-2x$:

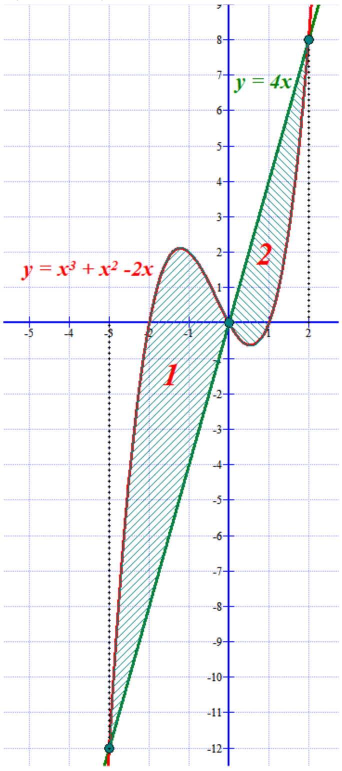
A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.
D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $y = 4x$.
E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

Solución: A. Los puntos de corte son A(0, 0), B(1, 0) y C(–2, 0)
B. La función crece en los intervalos $(-\infty, -1,22) \cup (0,55, +\infty)$ *y decrece en* $(-1,22, 0,55)$. *La función presenta un máximo local en x = –1,22 y un mínimo local en x = 0,55.*
C. En el punto de abscisa $x = -\frac{1}{3}$ *existe un punto de inflexión. Siendo cóncava en* $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$ *y convexa en* $\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$

D.



E. 253/12 = 21.08 u^2.

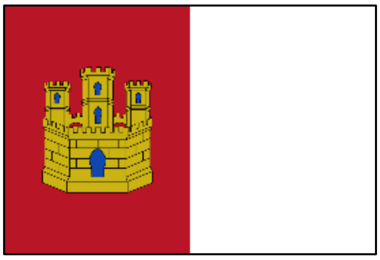
32. Cantabria. EBAU Junio 2017. Opción de examen nº 2. Ejercicio 2. [3,5 PUNTOS]
A. [1,75 PUNTOS] Durante el anterior periodo de rebajas, una tienda ofreció un artículo a 50 euros la unidad y las ventas fueron de 20 unidades. Un estudio revela que por cada euro que disminuya el precio en las próximas rebajas, conseguirá vender 4 unidades más. Por otro lado, la tienda ha asumido un coste de 35 euros por cada unidad del producto. ¿Qué precio de venta por unidad debe fijar para maximizar los beneficios obtenidos durante el nuevo periodo de rebajas?
B. [1,75 PUNTOS] Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5x - 2, & si \quad x \le -1 \\ \dfrac{x+3}{x^2+5}, & si \quad -1 < x \le 7 \\ \dfrac{bx+1}{(x-5)^2}, & si \quad 7 < x \end{cases}$$

determinar los valores de los parámetros a y b para los cuales es continua en $x = -1$ y $x = 7$.

Solución: A. Con el descuento de 5 € se consigue un máximo beneficio. Es decir, el precio debe ser de 45 € por artículo. B. Los valores buscados son a = 22/3 y b = –1/27.

CASTILLA LA MANCHA



1. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2024. Sección 1 Bloque 2. 1. El precio, P(x) (en euros), de las acciones de una compañía a lo largo de 10 días (x ≡ días) viene expresado por la función

$$P(x)=\begin{cases} 18x^2-100x+162 & si\ \ 0\le x\le c \\ -x^3+18x^2-96x+162 & si\ \ c<x<10 \end{cases}$$

a) ¿Para qué valor de c el precio de las acciones se comporta de forma continua en $x = c$? (0.5 puntos)

b) Para $c = 2$, ¿cuándo se tienen los precios máximo y mínimo de las acciones a partir del segundo día? (0.5 puntos)

c) Para $c = 2$, determina en qué intervalos de tiempo el precio de las acciones crece y en cuáles decrece a partir del segundo día. (0.5 puntos)

Solución: a) La función es continua para c = 0 y para c = 2. b) El precio mínimo se tiene al cuarto día y el máximo al octavo día. c) El precio decrece del segundo día al cuarto, crece del cuarto al octavo y decrece del octavo al décimo.

2. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2024. Sección 1 Bloque 2. 2. Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+c$ encuentra el valor de los parámetros a, b y c sabiendo que la función pasa por el punto (0, 3) y la ecuación de la recta tangente a la función en el punto (1, 8) es $y=2x+6$. (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = –8, b = 13 y c = 3.

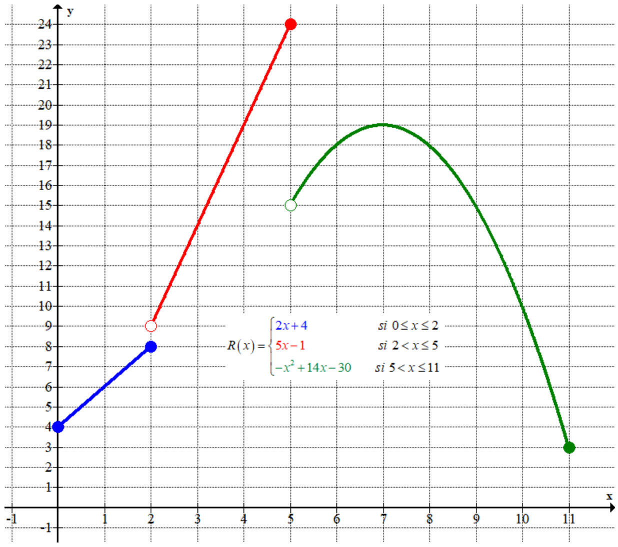
3. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2024. Sección 3 Bloque 2. 5. En una empresa farmacéutica, el rendimiento económico, R(x) (en millones de euros), de un fármaco en función del tiempo, *x* (en años), desde su lanzamiento viene expresado por la función

$$R(x)=\begin{cases} 2x+4 & si\ 0\le x\le 2 \\ (5+t)x-1 & si\ 2<x\le 5 \\ -(x+t)^2+(14+t)x-30 & si\ 5<x\le 11 \end{cases}$$

a) ¿Existe algún valor de *t* para el que el rendimiento económico del fármaco sea continuo en $x=5$? (0.75 puntos)

b) Representa gráficamente el rendimiento económico del fármaco para $t = 0$. (0.75 puntos)

Solución: a) Para t = –1 y t = –9 la función R(x) es continua en x = 5.

b) 

4. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2024. Sección 3 Bloque 2. 6. El número de turistas que visitan una ciudad durante un día determinado se ajusta a la función $P(t)=432t-t^3$ donde *t* es la hora del día entre las 8 de la mañana y las 8 de la tarde ($8\le t\le 20$) y P(t) indica el número de visitantes.

a) ¿En qué momento del día se produce una máxima afluencia? ¿Cuál es esa máxima afluencia? (1.25 puntos)

b) ¿En qué intervalos de horas sube y en cuáles baja la afluencia de visitantes? (0.75 puntos)

Solución: a) Se alcanza una máxima afluencia de 3456 turistas a las 12 horas. b) La afluencia crece entre las 8 y las 12 horas y decrece entre las 12 y las 20 horas.

5. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2024. Sección 1 Bloque 2. 1. La evolución de la rentabilidad de un fondo de inversión a lo largo del tiempo, *x* en años, viene definida por la función $R(x)=\begin{cases}-\left(x+(t-3)\right)^2+(t+27) & si\ \ 0\le x\le 3\\ -\dfrac{1}{3}x^3-tx^2+5x-3 & si\ \ x>3\end{cases}$

a) ¿Para qué valores de *t* la rentabilidad del fondo, R(x); es una función continua en *x* = *3*? (0.5 puntos)

b) Para *t* = *–2*, ¿cuándo se tiene la mayor rentabilidad en el fondo a partir del tercer año? (0.5 puntos)

c) Para *t* = *–2*, determina en qué intervalos de tiempo la rentabilidad del fondo crece y en cuáles decrece a partir del tercer año. (0.5 puntos)

Solución: a) La función es continua para t = 12 y para t = –2. b) La rentabilidad es máxima en el año 5. c) La rentabilidad del fondo crece del año 3 al 5 y decrece a partir del año 5.

6. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2024. Sección 1 Bloque 2. 2. Dada la función $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx$ encuentra el valor de los parámetros a, b y c sabiendo que la función tiene un extremo relativo en el punto (–1, 0) y la ecuación de la recta tangente a la función en $x=0$ es $y=x$. (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = 3, b = 3 y c = 1.

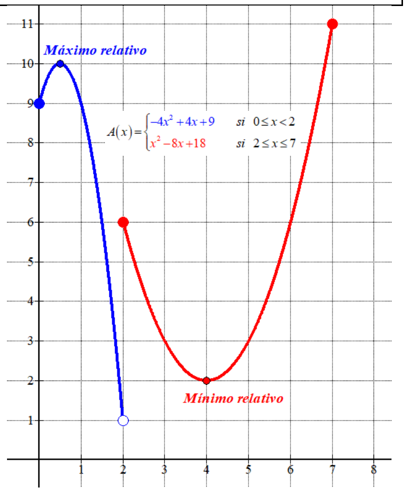
7. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2024. Sección 3 Bloque 2. 5. Durante una tormenta, la altura, A(x); que han alcanzado las olas del mar, en metros, se puede expresar con respecto al tiempo (*x* en horas) mediante la función

$$A(x)=\begin{cases}-(2x+t)^2+(11+t) & si\ 0\le x<2\\ x^2-8x+19+t & si\ 2\le x\le 7\end{cases}$$

a) Halla los valores de *t* para que la función de la altura de las olas sea continua en *x = 2*. (0.75 puntos)

b) Representa gráficamente la función de la altura de las olas, A(x); para el valor *t = –1*. (0.75 puntos)

Solución: a) Para t = –2 y t = –6 la función A(x) es continua en x = 2. b)



8. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2024. Sección 3 Bloque 2. 6. La evolución del número de socios de un determinado club de fútbol desde el año de su fundación, 1965 (*t = 0*); hasta su desaparición en 2018 (*t = 53*) viene dada por la expresión $S(t)=-0.5\cdot\left(2t^3-34t^2-3968t-60\right)$ donde *t* se expresa en años.

a) ¿Cuántos socios tenía el club en el año del mundial en España, 1982? (0.5 puntos)

b) ¿En qué momento de la existencia del club se alcanzan el máximo y mínimo número de socios? ¿Cuáles son los valores del máximo y mínimo número de socios? (1.5 puntos)

Solución: a) En el año 1982 el club de fútbol tenía 33758 socios. b) Se alcanza el máximo número de socios en el año 32, es decir en 1997, siendo el número máximo de 48158 socios. El número mínimo de socios lo tuvo el club el año de su fundación 1965, siendo 30 los socios en ese año.

9. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2023. Sección 1 Bloque 2. 1. Se considera la función $f(x)=\begin{cases}|x+1|+t & si\ \ x\le 0\\ -x^3+2x^2+(t+2)x+3 & si\ \ x>0\end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 0*? (0.5 puntos)

b) Para *t = 2*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (0, ∞). (0.5 puntos)

c) Para *t = 2*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (0, ∞). (0.5 puntos)

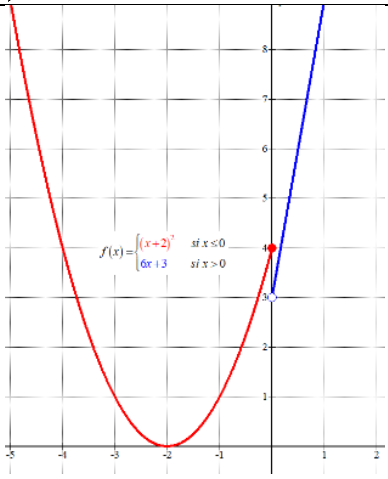
Solución: a) La función es continua en $x=0$ *para t = 2. b) La función tiene un máximo relativo en el punto de coordenadas* $(2,11)$. *c) La función crece en el intervalo (0, 2) y decrece en (2, ∞).*

10. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2023. Sección 1 Bloque 2. 2. Halla razonadamente los parámetros *a* y *b* de la función $f(x)=ax^2+bx-20$, sabiendo que dicha función tiene un máximo en el punto (6, 16). (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = –1 y b = 12.

11. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2023. Sección 3 Bloque 2. 5. Se considera la función $f(x)=\begin{cases}(x+2)^2 & si\ x\le c\\ 6x+3 & si\ x>c\end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *c* para la función *f(x)* es continua en *x* = *c*? (0.75 puntos)
b) Representa gráficamente la función *f(x)* para *c* = *0*. (0.75 puntos)



Solución: a) La función f(x) es continua en x = c cuando c = 1. b)

12. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2023. Sección 3 Bloque 2. 6. El consumo de agua, en dm^3, de una urbanización durante 6 horas viene reflejado por la función $C(x)=x^3-12x^2+45x$ siendo *x* = el tiempo medido en horas y $0\le x\le 6$.

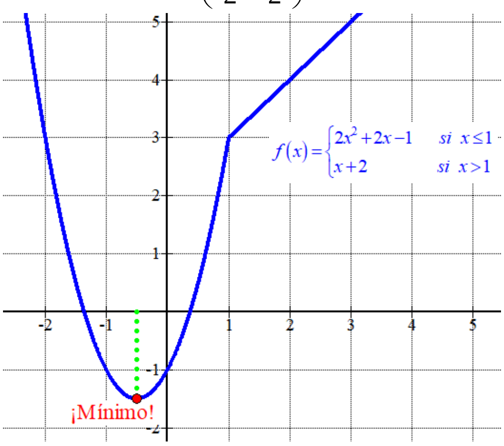
a) ¿En qué momentos se produjo el mayor consumo y a cuánto ascendió? (1.25 puntos)
b) ¿En qué intervalo de tiempo disminuyó el consumo de agua? (0.75 puntos)

Solución: a) El máximo consumo en el intervalo [0, 6] es de 54 dm^3 y se produce en dos momentos: a las 3 y a las 6 horas. b) El consumo disminuye entre la tercera y la quinta hora

13. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2023. Sección 1 Bloque 2. 1. Se considera la función $f(x)=\begin{cases}2x^2+tx-1 & si\ \ x\le 1\\ x+t & si\ \ x>1\end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x* = *1*? (0.5 puntos)
b) Para *t* = *2*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (–∞, 1). (0.5 puntos)
c) Para *t* = *2*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (–∞, 1). (0.5 puntos)

Solución: a) La función es continua para cualquier valor de t. b) La función tiene un mínimo en el punto de coordenadas $\left(\frac{-1}{2},\frac{-3}{2}\right)$*. c) La función decrece en* $\left(-\infty,\frac{-1}{2}\right)$ *y crece en* $\left(\frac{-1}{2},1\right)$*.*



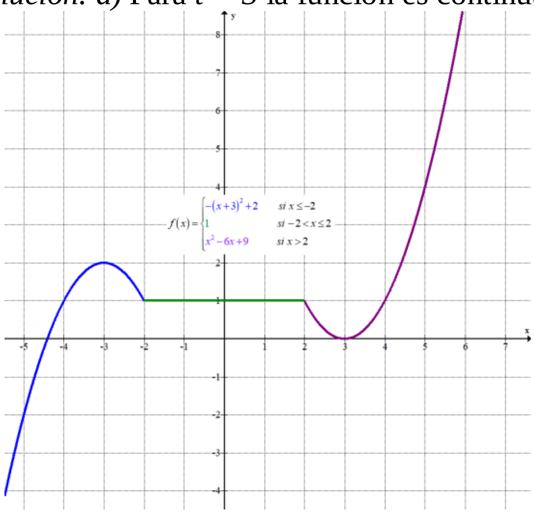
14. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2023. Sección 1 Bloque 2. 2. La función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ tiene un punto de inflexión en (2, –5) y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es –12. Calcula razonadamente los valores de los parámetros *a*, *b*, y *c*. (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = 1, b = –6 y c = 11.

15. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2023. Sección 3 Bloque 2. 5. Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -(x+t)^2 + 2 & si \ x \le -2 \\ t-2 & si \ -2 < x \le 2 \\ x^2 - (t+3)x + 9 & si \ x > 2 \end{cases}$

a) ¿Existe un valor de *t* para el que la función *f(x)* es continua en *x = –2* y en *x = 2*? (0.75 puntos)
b) Representa gráficamente la función *f(x)* para *t = 3*. (0.75 puntos)

Solución: a) Para *t = 3* la función es continua en *x = –2* y en *x = 2*.

b) 

16. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2023. Sección 3 Bloque 2. 6. La altura, medida en metros, que alcanza una pelota lanzada verticalmente hacia arriba viene expresada en función del tiempo por $H(x) = 20x - 2x^2$ con *x* = tiempo en segundos y $0 \le x \le 10$.

a) ¿Qué altura habrá alcanzado la pelota a los 3 segundos? (0.5 puntos)
b) ¿En qué momentos la pelota se encuentra a 32 metros de altura? (0.5 puntos)
c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento? (1 punto)

Solución: a) Alcanza una altura de 42 metros. b) Se alcanza una altura de 32 metros en el primer segundo y a los 8 segundos. c) Se alcanza una altura máxima de 50 metros a los 5 segundos

17. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2022. Sección 1 Bloque 2. 1.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x + 2t & si \ \ x < -1 \\ t+1 & si \ \ -1 \le x \le 1 \\ -x^3 + 4x^2 + 3x - 1 & si \ \ x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua *x = –1*? (0.5 puntos)
b) Calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (1,∞). (0.5 puntos)
c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (1,∞). (0.5 puntos)

Solución: a) t = 3 b) La función tiene un máximo en las coordenadas (3, 17).
c) La función crece en (1, 3) y decrece en (3, +∞)

18. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2022. Sección 1 Bloque 2. 2.

La función $f(x) = ax^3 + bx + c$ presenta un mínimo en el punto (2, 1) y la pendiente de la recta tangente en *x = 0* es –12. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a*, *b* y *c*. (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = 1, b = –12 y c = 17.

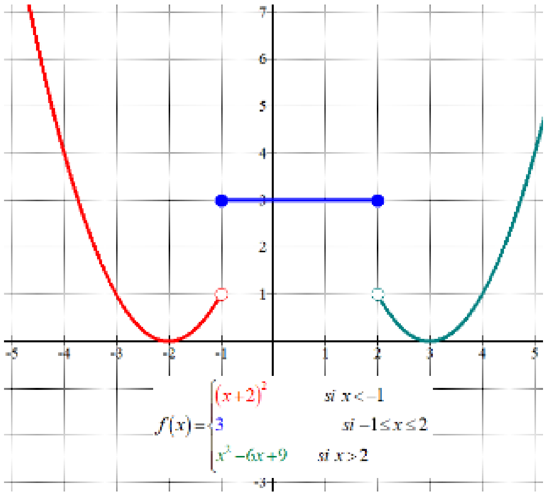
19. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2022. Sección 3 Bloque 2. 5.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 + t & si\ \ x < -1 \\ 3 & si\ \ -1 \le x \le 2 \\ x^2 - 6x + 9 + t & si\ \ x > 2 \end{cases}$

a) ¿Existe un valor de *t* para el que la función *f(x)* es continua en *x = –1* y en *x = 2*? (0.75 puntos)

b) Representa gráficamente la función *f(x)* para *t = 0.* (0.75 puntos)

Solución: a) El valor de t debe ser 2. *b)*



20. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2022. Sección 3 Bloque 2. 6.

El tiempo de publicidad (en minutos) en una emisora de radio a lo largo de la semana viene dado por la siguiente función $S(x) = x^3 - \frac{21}{2}x^2 + 30x + 36$ con *x = días* y $1 \le x \le 7$.

a) ¿Cuántos minutos de publicidad emite el tercer día? (0.5 puntos)

b) ¿Durante qué día se emite más publicidad y cuánto tiempo? (0.75 puntos)

c) ¿Qué día emitieron menos publicidad? ¿Cuántos minutos? (0.75 puntos)

Solución: a) El miércoles se emiten 58.5 minutos. b) Se emite más publicidad el séptimo día. Se emiten 74.5 minutos. c) El día que se emitió menos publicidad fue el quinto día. Se emitieron 48.5 minutos.

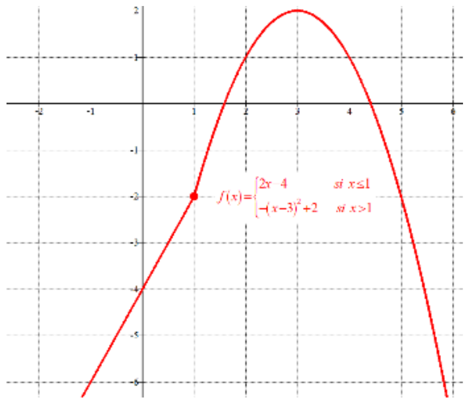
21. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2022. Sección 1 Bloque 2. 1.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x - 4 & si\ \ x \le c \\ -(x-3)^2 + 2 & si\ \ x > c \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *c* la función *f(x)* es continua en *x = c*? (0.75 puntos)

b) Representa gráficamente la función *f(x)* para *c = 1.* (0.75 puntos)

Solución: *a) Para c = 3 y c = 1 la función es continua* *b)*



22. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2022. Sección 1 Bloque 2. 2.

La función $f(x)=ax^4+bx^2+c$ tiene un mínimo en el punto (–1, 0) y corta al eje OY en el punto de ordenada y = 1. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a, b* y *c*. (1.5 puntos)

Solución: Los valores buscados son a = 1; b = –2 y c = 1

23. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2022. Sección 3 Bloque 2. 5.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} (x+t+1)^2 & si\ x<-1 \\ 1 & si\ x=-1 \\ -x^2+(t+2)x+5 & si\ x>-1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua *x = –1*? (0.5 puntos)

b) Para *t = 0*; calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (–1, ∞). (0.5 puntos)

c) Para *t = 0*; calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (–1, ∞). (0.5 puntos)

Solución: a) t = 1 b) La función presenta un máximo relativo en el punto (1, 6)
c) crece en $(-1,1)$ *y decrece en* $(1,+\infty)$.

24. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2022. Sección 3 Bloque 2. 6.

El número de socios de una protectora de animales durante los cinco primeros años de su existencia viene dado por la siguiente función $P(x)=x^3-6x^2+9x+4$ con x = años y $1\le x\le 5$.

a) ¿En qué intervalos aumenta el número de socios? ¿Y en cuáles disminuye? (0.5 puntos)

b) ¿Cuándo hay mayor número de socios y cuántos son? (0.75 puntos)

c) ¿En qué año son menos socios y cuántos hay? (0.75 puntos)

Solución: a) El número de socios aumenta entre los 3 y los 5 años. Disminuye entre el año 1 y año 3.
b) El mayor número de socios es 24 en el año 5. c) El número mínimo de socios es 4 en el año 3.

25. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2021. Sección 1 Bloque 2. 1.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x+3+t & si\ x<1 \\ 3 & si\ x=1 \\ (x-3)^2+t & si\ x>1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 1*? (0.5 puntos)

b) Para *t = 0*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(1,+\infty)$. (0.5 puntos)

c) Para $t = 0$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1,+\infty)$. (0.5 puntos)

Solución: a) La función es continua para t = –1 b) La función presenta un mínimo relativo en x = 3.
c) La función decrece en el intervalo $(1,3)$ *y crece en* $(3,+\infty)$

26. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2021. Sección 1 Bloque 2. 2.
La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene un máximo en (0, –3) y la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa $x = -1$ es 6. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 puntos)

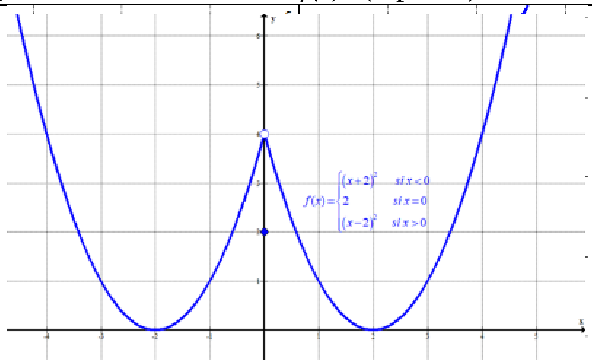
Solución: Los valores buscados son a = –3; b = 0, c = –3

27. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2021. Sección 2 Bloque 2. 3.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x < 0 \\ t & si\ x = 0 \\ (x-2)^2 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) Halla el valor de t para que f sea continua en $x = 0$. (0.5 puntos)
b) Para $t = 2$, representa gráficamente la función $f(x)$. (1 punto)

Solución: a) t = 4 b)



28. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2021. Sección 2 Bloque 2. 4.
En un local se venden pizzas en porciones. Las ventas durante cuatro semanas consecutivas siguen la función: $P(t) = -40t^2 + 240t + 540$, con $t = semanas\ y\ (1 \le t \le 4)$.
a) ¿Cuántas porciones han vendido durante las dos primeras semanas? (0.5 puntos)
b) ¿Durante qué semana se vendieron más porciones y cuántas fueron? (0.75 puntos)
c) ¿Qué semana vendieron menos? ¿Cuántas porciones? (0.75 puntos)

Solución: a) 1600 b) En la tercera semana se producen unas ventas máximas de 900 porciones
c) El valor de ventas mínimo se produce en la primera semana, siendo las ventas de 740 porciones

29. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2021. Sección 1 Bloque 2. 1.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x + 3 + t & si\ \ x \le 1 \\ (x-3)^2 + t & si\ \ x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 1$? (0.5 puntos)
b) Para $t = 0$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(1,+\infty)$. (0.5 puntos)
c) Para $t = 0$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(1,+\infty)$. (0.5 puntos)

Solución: a) La función es continua para cualquier valor de t. b) La función presenta un mínimo relativo en x = 3. c) La función decrece en el intervalo $(1,3)$ *y crece en* $(3,+\infty)$

30. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2021. Sección 1 Bloque 2. 2.

La función $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ tiene un punto de inflexión en (–1, 6) y en el punto de abscisa $x=-2$ la pendiente de la recta tangente es –4. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a*, *b* y *c*. (1.5 puntos)

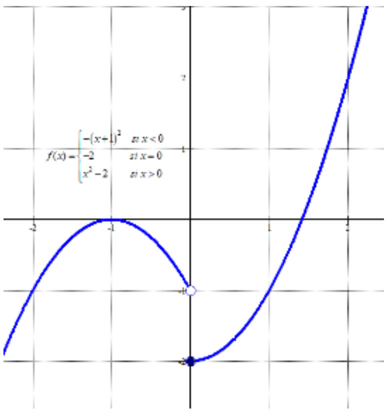
Solución: Los valores buscados son a = 1; b = 3, c = –4

31. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2021. Sección 2 Bloque 2. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -(x-t)^2 & si\ x<0 \\ -2 & si\ x=0 \\ x^2-2 & si\ x>0 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = 0*. (0.5 puntos)
b) Para *t = –1*, representa gráficamente la función *f(x)*. (1 punto)

Solución: a) $t=\pm\sqrt{2}$ *b)*



32. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2021. Sección 2 Bloque 2. 4.

Se localiza un compuesto nocivo en un río obteniéndose que su proporción durante cinco días consecutivos de análisis de muestras sigue la función:

$$N(x)=\frac{1}{100}\left(-4x^4+128x^2+54\right),\text{ con } x=días\ y\left(1\le x\le 5\right).$$

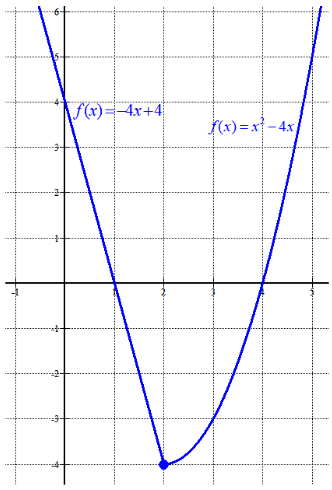
a) ¿Cuál es la proporción el tercer día? (0.25 puntos)
b) Determina que día se obtiene el máximo y que día se obtiene el mínimo. (1 punto)
c) ¿A qué valor ascienden ambos? (0.75 puntos)

Solución: a) La proporción es de 8,82% b) El valor máximo se obtiene el 4º día y el valor mínimo se alcanza el día 1. c) El valor mínimo es 1.78 % y el máximo es 10.78 %.

33. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 1 Bloque 2. 1.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -4x+4 & si\ x\le c \\ x^2-4x & si\ x>c \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de la función *f(x)* es continua en *x = c*? *(0.5 ptos)*
b) Para *c = 2*, representa gráficamente la función *f*. *(1 pto)*



Solución: a) La función es continua para valores de c = –2 y c = 2. b)

34. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 1 Bloque 2. 2.

Una función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un máximo en $x = -1$ y un punto de inflexión en el punto $(1, -9)$. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a, b* y *c*. *(1.5 ptos)*

Solución: a = –3, b = –9 y c = 2

35. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 2 Bloque 2. 3.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x - t & si\ x \leq 0 \\ (x-t)^2 - 5(x+t) + 4 & si\ x > 0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 0*? *(0.75 ptos)*
b) Para *t = 0*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (0, +∞). *(0.75 ptos)*
c) Para *t = 0*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (0, +∞). *(0.5 ptos)*

Solución: a) t = 2. b) La función presenta un mínimo en el punto $(2.5, -2.25)$ *c) decrece en* $(0, 2.5)$ *y crece en* $(2.5, +\infty)$.

36. Castilla La Mancha. EvAU Extraordinaria 2020. Sección 2 Bloque 2. 4.

En un taller para automóviles el número de clientes a los que cambiaron las ruedas de su coche durante 5 días de esta semana se ajusta a la función $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 75, \quad 1 \leq x \leq 5$, siendo $x = 1$ el lunes y $x = 5$ el viernes.

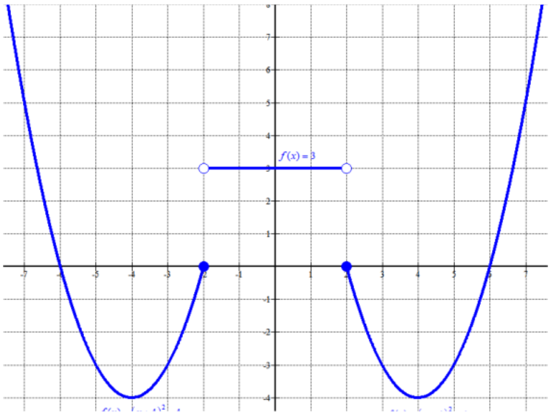
a) ¿Qué día acuden menos clientes a cambiar las ruedas de su coche? ¿Cuántos clientes son? *(0.75 ptos)*
b) ¿Cuál es el día que van más clientes a que les cambien las ruedas y cuántos son esos clientes? *(0.75 ptos)*

Solución: a) El día 4 (jueves) acuden menos clientes (59 clientes). b) El día 1 (lunes) acuden más clientes (86 clientes)

37. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 1 Bloque 1 1.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} (x+4)^2 - 4 & si\ x \leq -2 \\ t & si\ -2 < x < 2 \\ (x-4)^2 - 4 & si\ x \geq 2 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = –2*. *(0.5 ptos)*
b) Para *t = 3*, representa gráficamente la función *f*. *(1 pto)*

Solución: a) t = 0. b) 

38. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 1 Bloque 1 2.

La función $f(x)=ax^3+bx^2+16x+c$ tiene un punto de inflexión en (1, 10) y la pendiente de la recta tangente en ese mismo punto es 7. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a, b* y *c*. *(1.5 ptos)*

Solución: $a=3;\quad b=-9;\quad c=0$

39. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 2 Bloque 2 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x+t & si\ x\leq -1 \\ x^3-2x^2+4 & si\ x>-1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = –1*? *(0.75 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo (–1, +∞). *(0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en (–1;+∞). *(0.5 ptos)*

Solución: a) t = 2 *b) El máximo es el punto* $(0,4)$ *y el mínimo es el punto* $\left(\frac{4}{3},\frac{76}{27}\right)$

c) Crece en $(-1,0)\cup\left(\frac{4}{3},+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(0,\frac{4}{3}\right)$

40. Castilla La Mancha. EvAU Ordinaria 2020. Sección 2 Bloque 2 4.

Las botellas de agua vendidas por un hipermercado (que abre de 10 de la mañana a 4 de la tarde) durante una ola de calor viene dado por la función $C(t)=2t^3-27t^2+120t$, con $1\leq t\leq 6$ siendo $t=1$ la primera hora desde la apertura y $t=6$ la última hora hasta el cierre y *C(t)* en cientos de botellas.

a) ¿En que intervalos de tiempo las ventas aumentan? ¿Y en cuáles disminuye? *(0.5 ptos)*

b) ¿Cuándo se produce la máxima venta? ¿Y la mínima? *(0.75 ptos)*

c) ¿Cuántas botellas se venden en esos dos casos? *(0.5 ptos)*

Solución: a) Las ventas aumentan desde la apertura hasta 4 horas más tarde (2 de la tarde), disminuyen de la 4ª hora a la 5º hora (de 2 a 3 de la tarde) y vuelven a aumentar de 5ª a 6ª hora (de 3 a 4 de la tarde) b) La máxima venta se produce en la última hora. Y la mínima en la primera hora c) La máxima venta es de 18 000 botellas y la mínima venta es de 9500 botellas.

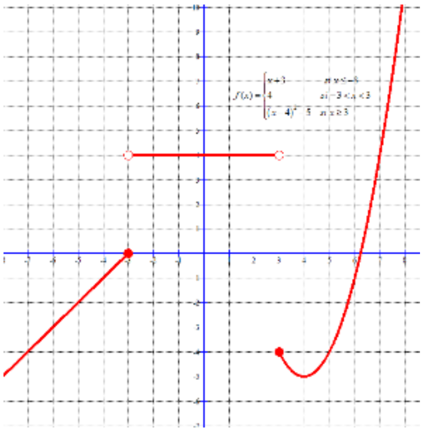
41. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta A. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x+t & si\ x\leq -3 \\ 4 & si\ -3<x<3 \\ (x-4)^2-5 & si\ x\geq 3 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = –3*. *(0.5 ptos)*

b) Para *t* = 3, representa gráficamente la función *f*. (*1 pto*)

Solución: a) t = 7 *b)*



42. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta A. 4.
Sabemos que la función $f(x)=ax^2+bx+c$ tiene un mínimo en el punto *(1,1)* y corta al eje de ordenadas en 4. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a, b* y *c*. *(1.5 ptos)*

Solución: Los valores buscados son a = 3, b = –6, c = 4

43. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta B. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x-4 & si\ x<c \\ -3 & si\ c\le x\le 0 \\ x^2-10x & si\ x>0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *c* la función *f(x)* es continua en *x = c*? *(0.5 ptos)*
b) Calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(0,+\infty)$. *(0.5 ptos)*
c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en $(0,+\infty)$. *(0.5 ptos)*

Solución: a) c = –1 *b) La función presenta un mínimo relativo en x = 5* *c) La función decrece en (0, 5) y crece en* $(5,+\infty)$

44. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2019. Propuesta B. 4.
Los costes de fabricación de un modelo de vehículo $C(x)=-x^3+45x^2-243x+500$ (en miles de euros) en función del número de vehículos (en cientos) fabricados $1\le x\le 27$
a) Determina la cantidad de vehículos que dan el coste máximo y mínimo. *(1 pto)*
b) ¿A qué valor ascienden ambos? *(0.5 ptos)*

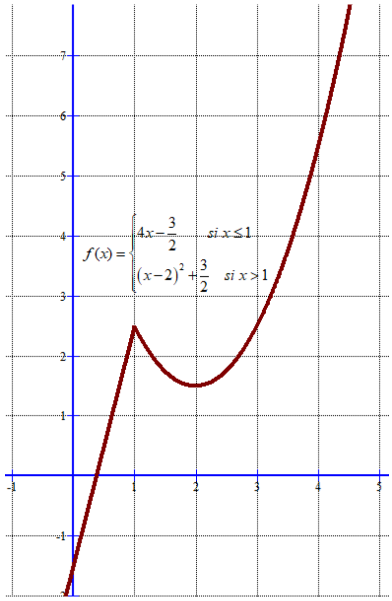
Solución: a) La función costes tiene un mínimo en x = 3. Con la fabricación de 300 vehículos.
La función costes tiene un máximo en x = 27. Con la fabricación de 2700 vehículos.
b) Con la fabricación de 300 vehículos se tiene un coste mínimo de 149000 €. Con la fabricación de 2700 vehículos se tiene un coste máximo de 7061000 €.

45. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta A. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 4x-(3/2) & si\ x\le c \\ (x-2)^2+3/2 & si\ x>c \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *c* la función *f(x)* es continua en *x = c*? *(0.5 ptos)*
b) Para *c = 1*, representa gráficamente la función *f*. (*1 pto*)

Solución: a) f(x) es continua si *c = 7* o *c = 1* *b)*



46. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta A. 4.
La función $v(t)=48t^2-2t^3$ nos da el número de ordenadores afectado por un virus informático, siendo *t* el tiempo (en horas) desde que se localizó el primer ordenador con virus
a) Averigua, si existe, el momento en el que el virus dejará de propagarse. *(0.5 ptos)*
b) Estudia cuando aumenta y cuando disminuye la propagación del virus. *(0.5 ptos)*
c) ¿En qué momento se produce el número máximo de ordenadores afectados? ¿cuántos ordenadores? *(0.5 ptos)*

Solución: a) El virus tiene 0 contagios en el momento t = 0 y a las 24 horas.
b) De 0 a 16 horas el número de ordenadores afectados aumenta y a partir de las 16 horas el número de ordenadores afectados disminuye.
c) El número máximo de ordenadores afectados es 4096 y se produce a las 16 horas.

47. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta B. 3.
Se considera la función $f(x)=\begin{cases}|x+2|+t & si\ x\le -1\\ (x-t)^2 & si\ x>-1\end{cases}$
a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = –1*? *(0.5 ptos)*
b) Para *t = 3*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(-1,+\infty)$. *(0.5 ptos)*
c) Para *t = 3*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en $(-1,+\infty)$. *(0.5 ptos)*

Solución: a) Los valores buscados son t = 0 y t = –1 *b) El mínimo relativo se sitúa en el punto (3, 0)*
c) Decrece en (–1,3) y crece en (3, +∞).

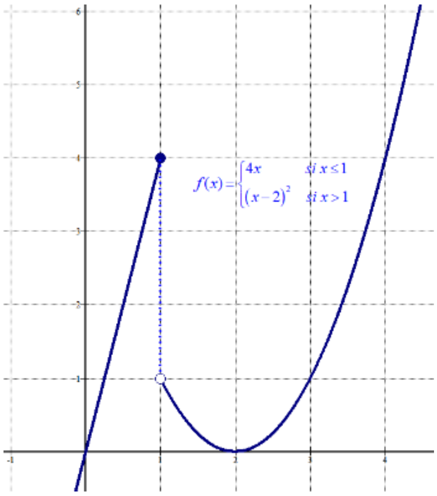
48. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2019. Propuesta B. 4.
Sea la función $f(x)=ax^4+bx^3+cx+1$. Sabemos que presenta un punto de inflexión en el punto de abscisa *x = 0*, un máximo en *x = 1* y la pendiente de la recta tangente en *x = –1* es 24. Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros *a*, *b* y *c*. *(1.5 ptos)*

Solución: Los valores buscados son infinitos: a = –3, b = cualquiera menor que 6 y c = 12 – 3b

49. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta A. 3.
Se considera la función $f(x)=\begin{cases}4x-t & si\ x\le 1\\ (x-2)^2+t & si\ x>1\end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x = 1$? (0.5 ptos)
b) Para $t = 0$, representa gráficamente la función f. (1 pto)

Solución: a) t = 3/2 *b)*



50. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta A. 4. De la función $G(x)=ax^3+bx^2+cx$ sabemos que tiene un punto de inflexión en (2, - 44) y un mínimo relativo en el punto de abscisa ($x=6$). Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c (1.5 ptos).

Solución: a = 1/2, b = –3, c = –18.

51. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta B. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}|x|+5t & si\ x\le 0\\ (x+t)^2-10x & si\ x>0\end{cases}$

a) ¿Para qué valor de t la función $f(x)$ es continua en $x=0$? (0.5 ptos)
b) Para $t = 2$, calcula los extremos relativos de la función $f(x)$ en el intervalo $(0,+\infty)$. (0.5 ptos)
c) Para $t = 2$, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ en $(0,+\infty)$. (0.5 ptos)

Solución: a) t = 5 b) x = 3 es un mínimo relativo c) Decrece en $(0,3)$ y crece en $(3,+\infty)$

52. Castilla La Mancha. EvAU Julio 2018. Propuesta B. 4.
Cierto club de fútbol acaba de cumplir 25 años de existencia. A lo largo de este tiempo su número de socios se ha ajustado a la función: $S(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{21}{2}x^2-54x+180$

Donde x está en años, con $0\le x\le 25$, y S(x) está en cientos de socios. Se pide:
a) Calcula cuántos socios tiene el club en su inicio ($x = 0$) y cuántos en este momento ($x = 25$). (0.5 ptos)
b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento del número de socios a lo largo de estos 25 años. (0.5 ptos)
c) Determina cuándo ha tenido el club su número máximo de socios y su número mínimo de socios, y cuántos socios tuvo en cada uno de esos momentos. (0.5 ptos)

Solución: a) 18000 al inicio y 18417 a los 25 años b) La función S(x) decrece en $(0,3)\cup(18,25)$ y crece en $(3,18)$ c) A los 3 años se produce un número mínimo de socios (10350 socios) y a los 18 años se produce un número máximo de socios (66600 socios).

53. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta A. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} |x+2|+t & si\ x\le 0 \\ (x-t)^2 & si\ x>0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 0*? *(0.5 ptos)*

b) Calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(0,+\infty)$ con *t = 3*. *(0.5 ptos)*

c) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en $(0,+\infty)$ con *t = 3*. *(0.5 ptos)*

Solución: a) Los valores buscados son t = –1 y t = 2 b) Las coordenadas del mínimo son (3, 0).
c) En (0, 3) la función decrece y en $(3,+\infty)$ *la función crece*

54. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta A. 4.

Dada la función $f(x)=ax^5+bx^3+c$ se pide que calcules los parámetros *a*, *b* y *c* sabiendo que dos de los puntos de inflexión de esta función son: (0,0) y (1,7). *(1.5 ptos)*

Solución: Los valores buscados son a = –3, b = 10, c = 0.

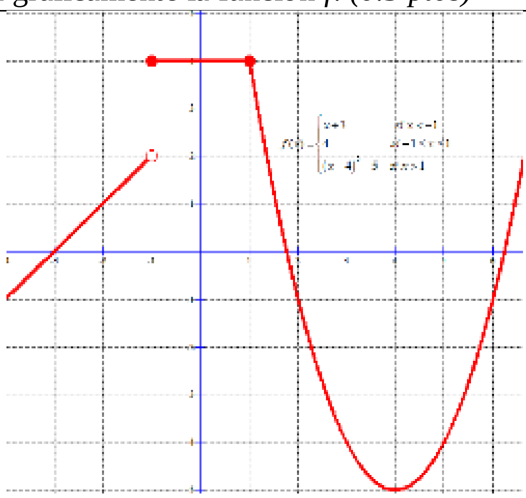
55. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta B. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x+t & si\ x<-1 \\ 4 & si\ -1\le x\le 1 \\ (x-4)^2-5 & si\ x>1 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = –1*? *(0.5 ptos)*

b) Para *t = 3*, representa gráficamente la función *f*. *(0.5 ptos)*

Solución: a) t = 5 b)



56. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2018. Propuesta B. 4.

Un paciente está siendo sometido a un tratamiento experimental y para ello estudiamos entre las 0 y las 9 horas de un día su concentración en sangre de cierta proteína, en mg/litro. Esa concentración se ajusta a la función:

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-4x^2+7x+40$ donde *f(x)* está en mg/litro y *x* en horas, con $0\le x\le 9$.

a) Determina cuales son los valores inicial (*x = 0*) y final (*x = 9*) de la concentración de esa proteína en la sangre del paciente. *(0.5 ptos)*

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la concentración. *(0.5 ptos)*

c) Determina en qué horas se alcanzan los valores máximo y mínimo respectivamente de la concentración de la proteína, y qué valores son esos. *(0.5 ptos)*

Solución: a) El valor inicial es 40 mg/litro. El valor final es 22 mg/litro. b) La concentración crece en $[0,1)\cup(7,8]$ *y decrece en* $(1,7)$. *c) Hay un máximo a las 1 horas siendo este valor máximo de 43.33 mg/litro y un mínimo a las 7 horas siendo este de 7.33 mg/litro.*

57. Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Opción A. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x+2t & si\ x\le 0 \\ (x+t)^3-x & si\ x>0 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 0*? (0.5 ptos)

b) Para *t = 0*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(0,+\infty)$. (0.5 ptos)

c) Para *t = 0*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en $(0,+\infty)$. (0.5 ptos)

Solución: a) t = 0 o $t=\pm\sqrt{2}$ *b) Las coordenadas del mínimo son* $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$

c) decrece en $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ *y crece en* $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$.

58. Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Opción A. 4.

De la función $J(x)=a\,x^4+b\,x^3+c\,x$ sabemos que en el origen de coordenadas, su derivada toma el valor –2. Además, sabemos que tiene un punto de inflexión en (2, 0). Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 ptos)

Solución: Los valores buscados son $a=-\frac{1}{4},\quad b=1\quad y\quad c=-2$.

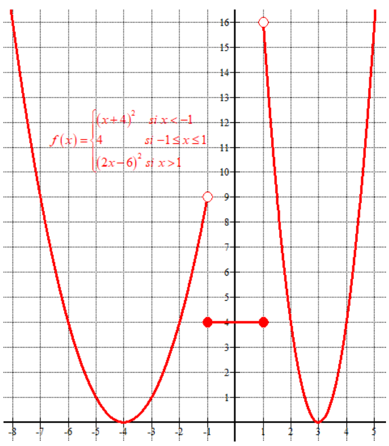
59. Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Opción B. 3.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} (x+4)^2 & si\ x<-1 \\ 4 & si\ -1\le x\le 1 \\ (tx-6)^2 & si\ x>1 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = 1*. (0.5 ptos)

b) Para *t = 2*, representa gráficamente la función *f*. (1 pto)

Solución: a) Para t = 8 y también para t = 4. b)



60. Castilla La Mancha. EvAU Septiembre 2017. Opción B. 4.

Un ciclista da una vuelta completa a un circuito de modo que su velocidad a lo largo de este recorrido se ajusta a la función: $V(x) = -\frac{1}{20}x^4 + \frac{1}{2}x^3$ donde *V(x)* está en Km/h y *x* en minutos, siendo $x \geq 0$ y $V(x) \geq 0$. Se pide:

a) Teniendo en cuenta que el ciclista se detiene cuando completa una vuelta al circuito, calcula cuánto tiempo tarda en completarlo (0.5 ptos).

b) Determina en qué intervalo su velocidad es creciente y en qué intervalo es decreciente. (0.5 ptos).

c) Determina en qué instante alcanza la velocidad máxima y cuál es esa velocidad (0.5 ptos).

Solución: a) El ciclista tarda 10 minutos en pararse tras completar la primera vuelta.
b) La velocidad crece del principio (x = 0) hasta el minuto 7.5 y luego decrece hasta acabar la vuelta (10 minutos). c) La velocidad máxima es de 52.73 km/h y la alcanza en el minuto 7.5.

61. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Opción A. 3.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 3 & si\ x \leq 1 \\ x + t & si\ x > 1 \end{cases}$

a) ¿Para qué valor de *t* la función *f(x)* es continua en *x = 1*? (0.5 ptos)

b) Para *t = 0*, calcula los extremos relativos de la función *f(x)* en el intervalo $(-\infty, 1)$. (0.5 ptos)

c) Para *t = 0*, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)* en $(-\infty, 1)$. (0.5 ptos)

Solución: a) t = –2 *b) La función presenta un mínimo relativo en* $x = -\frac{1}{2}$.

c) La función decrece en $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$*, y crece en* $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

62. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Opción A. 4.

De la función $H(x) = ax^3 + bx + c$ sabemos que tiene un punto de inflexión en $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ y un máximo relativo en el punto (4, 6). Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros a, b y c. (1.5 ptos)

Solución: Los valores buscados son $a = -\frac{1}{24}$*, b = 2 y* $c = \frac{2}{3}$.

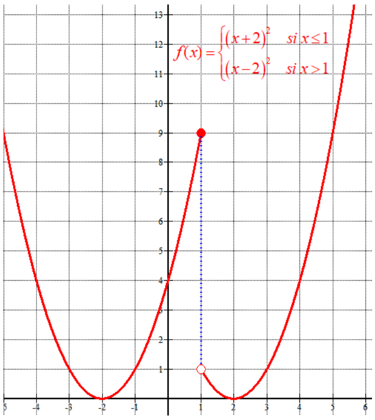
63. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Opción B. 3.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & si\ x \leq 1 \\ (x-2)^2 + t & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Halla el valor de *t* para que *f* sea continua en *x = 1*. (0.5 ptos)

b) Para *t = 0*, representa gráficamente la función *f*. (1 pto)

Solución: a) t = 8 *b)*



64. Castilla La Mancha. EvAU Junio 2017. Opción B. 4.

En cierta sala de cine, una película permanece en cartel 16 semanas. La recaudación en taquilla de esta película a lo largo de cada una de esas 16 semanas se ajusta a la función:

$F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{15}{2}x^2+36x+150$ donde $0\le x\le 16$ está en semanas y F(x) es la recaudación en cientos de euros. Se pide:

a) Cuál es la recaudación en el momento del estreno (*x=0*) y cuál es la recaudación al final (*x=16*). (0.5 ptos)

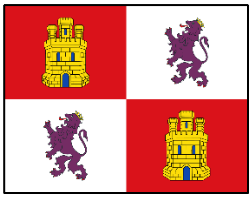
b) En qué intervalo o intervalos crece esta función y en cuál o cuáles decrece. (0.5 ptos)

c) En qué momentos se alcanzan las recaudaciones máxima y mínima respectivamente, y a cuánto ascienden estas recaudaciones. (0.5 ptos)

Solución: a) La recaudación es de 15000 € b) La función crece en $(0,3)\cup(12,16)$ *y decrece en* $(3,12)$

c) La recaudación mínima se produce a las 12 semanas y es de 7800 €. La recaudación máxima se produce a las 3 semanas y es de 19950 €.

CASTILLA Y LEÓN



1. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2024. P3. (Análisis)

Se considera la función $f(x) = ax^3 + 3x^2 + bx - 4$.

a) Averiguar los valores de a y b para que $f(x)$ tenga un extremo en el punto (2, – 8).

b) Si $a = 0$ y $b = -11$, hallar el área encerrada entre la gráfica de la función y el eje OX en el intervalo [4, 5].

Solución: a) Los valores buscados son $a = \frac{-1}{2}$ y $b = -6$. *Para los valores hallados la función presenta un punto de inflexión en el punto (2, –8). La respuesta correcta es que no existen los valores a y b que hagan posible lo pedido. b) El área pedida tiene un valor de 7.5 unidades cuadradas.*

2. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2024. P4. (Análisis)

Una empresa tiene un gran servidor *web* cuya velocidad de respuesta (Gigabits por segundo, Gbps) viene dada por la función $f(x) = 8.5 + \frac{3x}{1+x^2}$ para $x \geq 0$, donde x (terabytes) es la memoria requerida en cada momento.

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la velocidad de respuesta del servidor según la memoria requerida. ¿Cuánta es la memoria requerida al alcanzar la velocidad de respuesta máxima? Calcular esa velocidad máxima. **(2 puntos)**

b) ¿Cuál es el límite de velocidad de respuesta del servidor a medida que aumenta la memoria requerida? **(1 punto)**

Solución: a) La velocidad de respuesta del servidor crece de 0 a 1 terabyte, decrece a partir de 1 terabyte. La velocidad máxima es de 10 Gbps para 1 terabyte de memoria.
b) A medida que aumenta la memoria requerida la velocidad de respuesta se acerca a 8.5 Gbps

3. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2024. C2. (Análisis)

¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x) = \frac{x^3}{x(x^2-1)}$? Justificar la respuesta.

Solución: El dominio de definición de la función es $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$.

4. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2024. P3. (Análisis)

Sea la función: $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2 & si\ x \leq 1 \\ a + \ln(x) & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Determinar el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo su dominio.

b) Para $a = 1$, estudiar los puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos.

Solución: a) Para a = 0 la función es continua en todo su dominio. b) El punto de corte con el eje OY es A(0, –2). Los puntos de corte con el eje OX son B(1, 0) y C(–2, 0). La función decrece en $(-\infty, -1/2)$ *y crece en* $(-1/2, 1) \cup (1, +\infty)$. *El mínimo tiene coordenadas* $\left(\frac{-1}{2}, \frac{-9}{4}\right)$

5. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2024. P4. (Análisis)

La temperatura (en grados centígrados) del agua del mar Mediterráneo ha cambiado con el tiempo según la función $T(x)$, donde x representa los años transcurridos desde el inicio de 2010:

$$T(x)=\begin{cases} 22+5.5x-1.5x^2 & si\ 0\le x<3 \\ \dfrac{52x^2+3x+23}{2x^2+2} & si\ x\ge 3 \end{cases}$$

a) Estudiar si la temperatura del agua ha cambiado de forma continua a lo largo de los años.

b) Hallar la temperatura del agua al inicio del año 2014 y razonar cuál se prevé que será la temperatura del agua dentro de muchos años.

Solución: a) La función es continua en $[0,+\infty)$. *b) La temperatura del agua al inicio del año 2014 es de 25.5º. La temperatura del agua dentro de muchos años se aproximará a los 26º.*

6. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2024. C2. (Análisis)

Calcular el área bajo la curva $f(x)=x^3+3x^2-2$ y el eje OX en el intervalo [–2,–1].

Solución: 1.25 unidades cuadradas.

7. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2023. P3. (Análisis)

En una factoría los costes variables (miles de euros) vienen dados por la función:

$$C(x)=2x+720+\frac{80000}{x}$$

siendo $x>0$ el número de toneladas producidas.

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de los costes variables en esa factoría.

b) Calcular el coste variable mínimo y el número de toneladas que se han de producir para alcanzar dicho coste mínimo.

Solución: a) Los costes decrecen entre 0 y 200 toneladas y crecen a partir de 200 toneladas.
b) El coste mínimo es de 1520 miles de euros y se consigue con la producción de 200 toneladas.

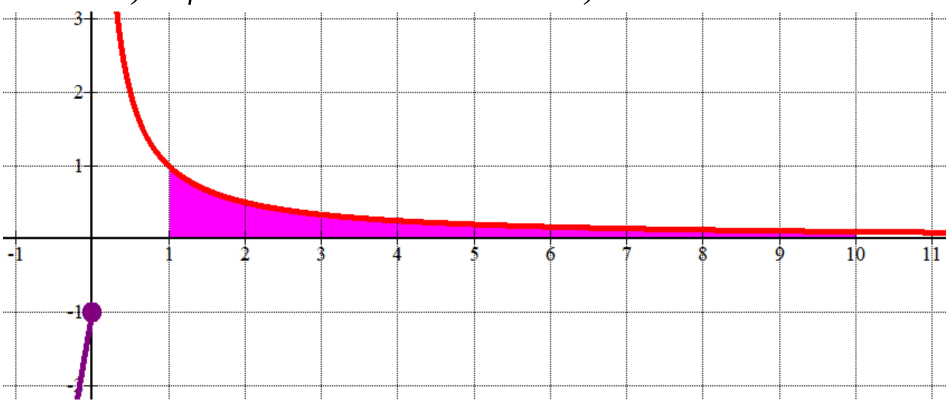
8. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2023. P4. (Análisis)

Consideremos la función $f(x)=\begin{cases} 6x-1 & si & x\le 0 \\ \dfrac{1}{x} & si & x>0 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de *f(x)* en todo su dominio. Calcular, si los tiene, los puntos de discontinuidad.

b) Determinar el área limitada por la función *f(x)* y el eje de abscisas en el intervalo [1,10], dibujando el recinto correspondiente.

Solución: a) La función es discontinua en x = 0. b) $Área=\ln 10\simeq 2.3\ u^2$



9. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2023. C2. (Análisis)

Dada la función $f(x)=\ln\left(x^2-4\right)$, determinar su dominio de definición.

Solución: El dominio de definición de la función es $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$.

10. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2023. P3. (Análisis)

Tras una etapa de seis horas, un ciclista publica los datos sobre la potencia desarrollada en función del tiempo. Para la segunda parte de la etapa, dicha potencia (en vatios) viene dada por la función $f(t)=-32t^2+352t-568$ para $3\le t\le 6$, donde *t* es el tiempo (en horas).

a) ¿Qué potencia alcanzó en el momento de iniciar la segunda parte de la etapa? ¿En qué intervalo de esa segunda parte alcanzó una potencia inferior a 272 vatios?

b) ¿Al cabo de cuántas horas alcanzó la máxima potencia? Calcular esa potencia máxima.

Solución: a) En la tercera hora la potencia desarrollada es de 200 vatios. Desde las 3 horas hasta las 3.5 horas está con una potencia inferior a 272 vatios.

b) A las 5 horas, siendo esa máxima potencia de 400 vatios.

11. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2023. P4. (Análisis)

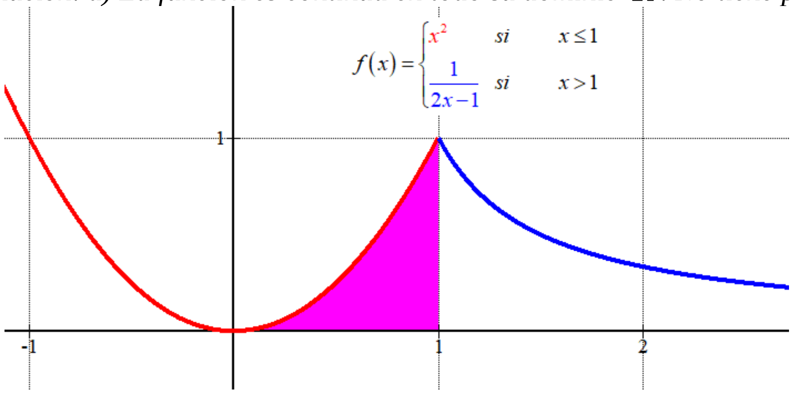
Consideremos la función $f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{1}{2x-1} & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de *f(x)* en todo su dominio. Calcular, si los tiene, los puntos de discontinuidad.

b) Determinar el área encerrada entre *f(x)* y el eje OX en el intervalo [0,1], dibujando el recinto correspondiente.

Solución: a) La función es continua en todo su dominio $\mathbb{R}$. *No tiene puntos de discontinuidad.*

b)



$Área=\dfrac{1}{3}\,u^2$

12. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2023. C2. (Análisis)

¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{x^2-1}$? Justifica la respuesta

Solución: El dominio de definición de la función es $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$.

13. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2022. P3. (Análisis)

El consumo (medido en litros/hora) de combustible, en una explotación industrial durante un turno de 8 horas, se puede expresar por la función: $f(t)=\begin{cases} -t^2+6t+3 & si \ 0\le t\le 2 \\ -t+a & si \ 2<t\le 8 \end{cases}$

donde *t* representa el tiempo desde el inicio del turno, medido en horas.

a) Establecer el valor de *a* para que el consumo sea continuo a lo largo de todo el turno. ¿A partir de la segunda hora cuánto cambia el consumo por cada hora que pasa?

b) ¿En qué momento se alcanza el máximo consumo? ¿Cuánto se está consumiendo en ese momento? ¿En qué periodo de tiempo el consumo supera los 8 litros/hora?

Solución: a) El valor buscado es a = 13. Por cada hora que pasa el consumo disminuye una unidad (1 litro/hora). b) El máximo consumo se produce a las 2 horas. El consumo en dicho momento es de 11 litros/hora. El consumo supera los 8 litros/hora entre la primera hora y la quinta.

14. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2022. P4. (Análisis)

El número de usuarios de una estación de metro a lo largo de un domingo evoluciona según la función $N(x) = -2x^3 + 75x^2 - 600x + 2000 \; con \; 0 \le x < 24$, donde x indica la hora del día.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento del número de usuarios de la estación a lo largo del domingo.

b) ¿A qué hora el número de usuarios es máximo y a qué hora es mínimo? Calcular el número de usuarios correspondiente a dichas horas.

Solución: a) El número de usuarios decrece durante las primeras cinco horas y también entre las 20 y las 24 horas. Crece en las horas centrales, entre la hora 5 y la hora 20. b) El número máximo de usuarios es de 4000 y se produce en la hora 5 y el mínimo es de 625 y se produce a la hora 20.

15. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2022. C2. (Análisis)

Dada $f(x) = \dfrac{ax^2+1}{5x}$. Dar un valor de a para que en $x = 1$ haya un extremo relativo de. $f(x)$.

Solución: a = 1.

16. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2022. P3. (Análisis)

Un estudio realizado por el Centro Nacional de Ciberseguridad español ha revelado que el número de dispositivos móviles hackeados en España viene determinado, en millones de aparatos, por la función $f(t) = \dfrac{t^2+15}{(t+1)^2}$, donde t indica el tiempo medido en años, siendo $t = 0$ el tiempo que corresponde al año 2005.

a) ¿Cuál es el número inicial de dispositivos hackeados?

b) Calcular el número mínimo de dispositivos hackeados, ¿En qué año se alcanza ese mínimo?

c) Calcular el número de dispositivos que habrá hackeados en España a largo plazo.

Solución: a) 15 millones b) El número mínimo de dispositivos hackeados es de 937500 y se produce en el año 2020. c) Un millón.

17. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2022. P4. (Análisis)

Sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, si $0 \le x \le 60$ pasa por el punto (0, 20) y que alcanza un máximo de 36 en el punto de abscisa $x = 40$, se pide

a) Determinar a, b y c. Justificar la respuesta.

b) Calcular el área de la región del plano delimitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 60$.

Solución: a) Los valores son $a = -\dfrac{1}{100}$; $v = \dfrac{4}{5}$; $c = 20$ *b) Área = 1920 u²*.

18. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2022. C2. (Análisis)

Justificar la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: la función $f(x) = -x^3$ tiene un máximo relativo en el punto $x = 0$.

*Solución: La afirmación es **falsa**. La derivada primera se anula, pero la derivada segunda también. La derivada tercera es distinta de cero y en ese punto hay un punto de inflexión.*

19. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2021. P3. (Análisis)

Se considera la función:

$$f(x)=\begin{cases}4-x^2 & si\ \ x\le 1\\ \dfrac{b}{x} & si\ x>1\end{cases}$$

a) Determinar el valor de b para que $f(x)$ sea continua.

b) Calcular el área delimitada por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo (0, 1).

Solución: a) b = 3 b) 11/3 u^2.

20. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2021. P4. (Análisis)

Los estatutos de una asociación ecologista establecen que la asociación debe disolverse cuando supere los 100 socios. Se sabe, además, que el número de sus socios varía con los años transcurridos desde su fundación, "*x*", de acuerdo con la función $N(x)=x^3-9x^2+24x+64$.

a) ¿Cuántos han sido los socios fundadores? Transcurridos 7 años, ¿cuántos socios habrá? ¿Se disolverá la sociedad en ese momento? (**hasta 1 punto**).

b) Estudiar el comportamiento (crecimiento, decrecimiento) del número de socios en el intervalo $[0,\ 7]$ ¿cuál será el número mínimo de socios y cuándo se alcanzará? (**hasta 2 puntos**).

Solución: a) 64 socios fundadores. A los 7 años son 134 socios. Debe disolverse la sociedad en el año 7.

b) El número de socios crece en $[0,2)\cup(4,7]$ y decrece en $(2,4)$. El número mínimo de socios se tiene al comienzo de la sociedad, en el año 0 siendo 64 los socios fundadores.

21. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2021. C2. (Análisis)

Dada la función $f(x)=ax-33+\dfrac{5}{x}$, determinar *a* para que se verifique *f ´(1) = 2*?

Solución: a = 7

22. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2021. P3. (Análisis)

El número de zancadas por minuto que realiza un corredor en su entrenamiento diario de 60 minutos viene dado por la función:

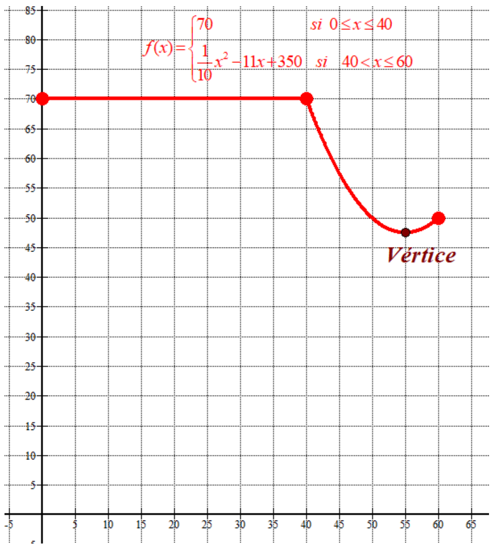
$$f(x)=\begin{cases}70 & si\ \ 0\le x\le 40\\ \dfrac{1}{10}x^2-11x+350 & si\ \ \ 40<x\le 60\end{cases}$$

donde *x* representa el tiempo de entrenamiento transcurrido, medido en minutos.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y calcular el momento en el que alcanza el número de zancadas mínimo. ¿Cuál es el número de zancadas mínimo? (**hasta 2 puntos**).

b) Representar gráficamente la función $f(x)$, justificando brevemente la representación gráfica obtenida (**hasta 1 punto**).

Solución: a) La función es constante en (0, 40), decrece en (40, 55) y crece en (55, 60).
El mínimo absoluto se produce a los 55 minutos. Siendo el mínimo de zancadas de 47.5 por minuto.

b) 

23. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2021. P4. (Análisis)

El beneficio neto anual B (en miles de euros) que las ventas de un producto generan a una empresa en función del gasto anual en publicidad x (en miles de euros) viene dado por la función $B(x)=-20x^2+1200x+a$, donde $x\in[0,\infty)$.

a) Hallar el valor de a sabiendo que un gasto en publicidad de 10000 euros proporciona un beneficio neto de 10 millones de euros.

b) Para a = 2000, calcular el área delimitada por $B(x)$ y el eje OX en el intervalo [0, 1].

Solución: a) a = 0 b) Área = 7780/3 u^2.

24. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2021. C2. (Análisis)

¿Cuál es el dominio de definición de la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4}$?

Solución: El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$

25. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2020. P3. (Análisis)

Se considera la función $f(x)=\begin{cases}-x^2+8 & si \quad -1<x\le 2\\ x+m & si \quad x>2\end{cases}$

a) Determinar el valor de m para que $f(x)$ sea continua.

b) Calcular el área delimitada por $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [0, 1].

Solución: a) m = 2 b) $Área=\dfrac{23}{3}=7,66\,u^2$

26. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2020. P4. (Análisis)

La cotización en euros de la criptomoneda *Bitcoin* en un determinado día del pasado año siguió la función $f(t)=20t^2-200t+1000$ donde t es el tiempo medido en horas desde el comienzo del día.

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $f(t)$.

b) ¿Cuánto se paga por la compra de 10 Bitcoins en el momento de mínima cotización de ese día?

Solución: a) La función decrece en $[0,5)$ *y crece en* $(5,24]$. *b) A las 5 horas se obtiene una cotización mínima de 500 € por cada bitcoin. Se pagan 5000 € por 10 bitcoins.*

27. Castilla y León. EBAU Extraordinaria 2020. C2. (Análisis)

Calcula el valor de a para que la función $f(x)=ax^2-5ax+4$ corte al eje OX en el punto de abscisa $x=4$.

Solución: a = 1

28. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2020. P3. (Análisis)

Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+2 & x\le 3 \\ 3x-2m & x>3 \end{cases}$$

a) Hallar el valor de m para que la función sea continua en todos los números reales.

b) Para $m = -1$, calcular el área limitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo $[5,7]$.

Solución: a) m = 3,5 *b)* $\text{Área}=32\,u^2$

29. Castilla y León. EBAU Ordinaria 2020. P4. (Análisis)

La temperatura adecuada para el desarrollo vegetativo en el cultivo de tomates no debe exceder los 23 grados Celsius (ºC) y en ningún caso debe bajar de 7ºC. La siguiente función expresa la temperatura, en grados Celsius, el día 14 de agosto en una zona de cultivo:

$$T(x)=\frac{-1}{14}x^2+2x+10$$

donde $x\in[0,24]$ es la hora del día.

a) Determinar a qué hora de ese día se alcanza la temperatura máxima y si ésta supera los 23ºC.

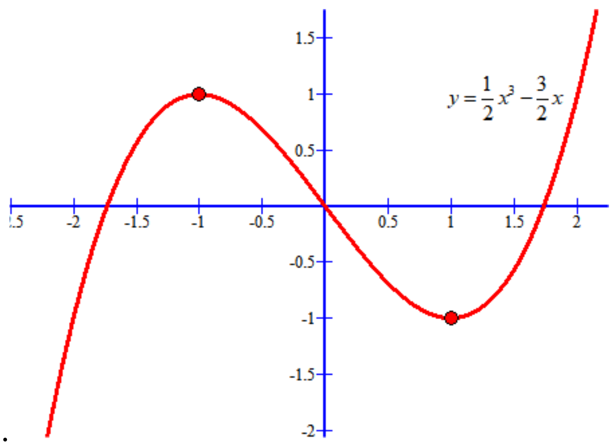
b) ¿La zona de cultivo tuvo una temperatura inferior a los 7ºC el 14 de agosto?

Solución: a) A las 14 horas se alcanza la temperatura máxima y es de 24ºC, superando los 23ºC

b) No baja de 10ºC que sería la temperatura más baja del día 14 de agosto.

30. Castilla y León. EBAU Julio 2019. Opción A. 2A. Representa gráficamente la función $y=-ax^3-bx+c$, sabiendo que pasa por el origen de coordenadas y que tiene un mínimo relativo en el punto $(x,y)=(1,-1)$.

Justifica brevemente la representación gráfica obtenida.



Solución: La función es $y=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x$.

31. Castilla y León. EBAU Julio 2019. Opción B. 2B. Un alumno asiste a una clase que dura 60 minutos. Se estima que la capacidad de atención de un alumno en cada instante de tiempo t viene dada por la función $f(t)=-2t^2+120t+5$, con $t\in[0,60]$.

a) Calcula la capacidad de atención cuando lleva una hora de clase. **(1 punto)**

b) Halla el instante de tiempo t (en minutos) en el que la capacidad de atención es máxima. ¿Cuál es la capacidad de atención máxima? **(2 puntos)**

Solución: a) $f(60) = -7200 + 7200 + 5 = 5$ *b) A los 30 minutos hay una atención máxima de 1805.*

32. Castilla y León. EBAU Junio 2019. Opción A. 2A. Un estudio basado en los datos censales sobre la evolución de la población en una ciudad española revela que, en el período 2005-2015, el número de habitantes (en miles) sigue la función

$$p(t) = (t-2)^2(1-2t) + 252t + 116$$

donde t indica el tiempo medido en años, siendo t = 0 el tiempo correspondiente al año 2005. Tomando $p(t)$, determina los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de habitantes de dicha ciudad. ¿En qué momento del tiempo el número de habitantes es máximo? ¿Qué número de habitantes tiene la ciudad en ese momento?

Solución: La función alcanza un valor máximo en x = 8, es decir, en el año 2013. En ese momento la población es de 1592 mil habitantes, es decir, 1.592.000 habitantes.

33. Castilla y León. EBAU Junio 2019. Opción B. 2B. La producción de petróleo (millones de barriles) de un pozo petrolífero a lo largo del tiempo x (años) se mide según la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} 17x & si \quad 0 \le x < 5 \\ -3x^2 + 30x + 10 & si \quad 5 \le x < 10 \\ 10 & si \quad x \ge 10 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de la función $f(x)$. ¿Cuántos barriles de petróleo produce dicho pozo cuándo $x = 8$?

b) Calcula el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [2,3].

Solución: a) La función es continua en todo su dominio. Cuando x = 8 se producen 58 millones de barriles. b) El área es de 42,5 u^2

34. Castilla y León. EBAU Julio 2018. Opción A. 2A.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 10 & si \ \ 0 \le x \le 5 \\ \dfrac{100}{x-3} + bx^2 & si \ \ x > 5 \end{cases}$ donde a y b son parámetros.

a) Determina los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua y tenga un mínimo relativo en $x = 2$.

b) Para a = 0, halla el área limitada por la función $f(x)$ y el eje OX en el intervalo [0,5].

Solución: a) a = –12, b = 1 b) Área = 825/4 u^2.

35. Castilla y León. EBAU Julio 2018. Opción B. 2B. Una empresa de aguas realiza un estudio de mercado y descubre que la curva de beneficios mensuales viene dada, en miles de euros, por la función

$B(x) = 10x - x^2 - 21$, donde x representa, en euros, el precio de venta de una caja de botellas. Si este producto se vende en cajas de 10 botellas, calcula el precio de venta de una botella para que el beneficio obtenido sea máximo y calcula el importe de ese beneficio.

Solución: Se debe vender a 0.5 €/botella. El beneficio máximo sería de 4000 €

36. Castilla y León. EBAU Junio 2018. Opción A. 2A.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 4 - x & si \ \ x < 4 \\ x^2 - 16 & si \ \ x \ge 4 \end{cases}$

a) Estudia razonadamente la continuidad de $f(x)$.

b) Analiza el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Solución: a) $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$ b) Decreciente en $(-\infty, 4)$ y creciente en $(4, +\infty)$

37. Castilla y León. EBAU Junio 2018. Opción B. 2B. Se espera que en los próximos diez años, los beneficios (en millones de euros) de una empresa, vengan dados por la función $P(t) = t^2 - 10t + 16$, donde $t \in (0, 10]$ es el tiempo transcurrido en años desde el momento inicial.
a) Determina en qué momento del tiempo los beneficios serán de 16 millones de euros.
b) Determina en qué momento los beneficios serán mínimos.

Solución: a) A los 10 años b) A los 5 años

38. Castilla y León. EBAU Septiembre 2017. Opción A. 2A.

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4-x^2} & 0 < x < 2 \\ 2x & 2 \le x < 4 \end{cases}$.

a) Estudia razonadamente su continuidad.
b) Calcula el área limitada por la función *f(x)* y el eje OX en el intervalo [2,3].

Solución: a) La función es continua en $(0, 2) \cup (2, 4)$ b) 5 u^2.

39. Castilla y León. EBAU Septiembre 2017. Opción B. 2B. Halla razonadamente dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

Solución: Los dos números reales buscados son 5 y 5

40. Castilla y León. EBAU Junio 2017. Opción A. 2A.
La función:

$$f(x) = \begin{cases} 20x^2 - 20x + 32 & 0 < x \le 1 \\ \dfrac{90x - 45}{x + 8} + 27 & x > 1 \end{cases}$$

Representa el beneficio, en miles de euros, de cierta empresa transcurridos x meses.
a) Estudia razonadamente la continuidad de la función *f(x)* .
b) Halla los intervalos donde se produce un aumento del beneficio y una disminución del beneficio. ¿En qué momento el beneficio es mínimo?
c) Determina el beneficio de la empresa a muy largo plazo.

Solución: a) es continua en todo su dominio $(0, +\infty)$ b) El beneficio disminuye en $(0, 0{,}5)$, es decir, hasta el medio mes. Aumenta a partir de entonces, durante el resto del tiempo, es decir en $(0{,}5, +\infty)$.
El valor mínimo se alcanza al cabo de medio mes.
c) A muy largo plazo el beneficio de la empresa se acerca a 117000 €

41. Castilla y León. EBAU Junio 2017. Opción B. 2B.
a) Calcula el valor de *a* que hace que el valor de la derivada de la función $y = ax^3 + 6x^2 - ax - 18$, en los puntos de abscisa x = –2 y x = 1 , sean iguales.
b) Sabiendo que la curva $y = ax^3 + 6x^2 - ax - 18$ pasa por el punto (2, 12), calcula el valor de *a* y las coordenadas del punto de la curva donde se anula la segunda derivada.

Solución: a) a = 4 b) a = 1. Las coordenadas del punto de la curva donde se anula la segunda derivada son (–2, 0).

CATALUÑA

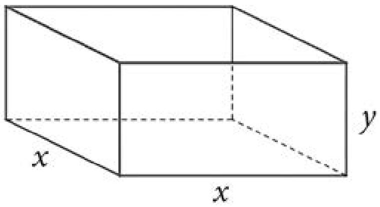
1. Cataluña. PAU Extraordinaria 2024. Serie 3. 1. Los beneficios o pérdidas diarios de una nueva empresa durante su primer año de funcionamiento vienen dados por la función $B(x) = -x^2 + 260x - 12000$, en la que x representa el día desde el inicio de la actividad de la empresa.

a) ¿Qué beneficio o pérdida tuvo la empresa el día 45? ¿Qué días obtuvo un beneficio de 4.000 €? [1 punto]

b) Calcule qué día la empresa obtuvo el beneficio máximo y cuál es este valor. Calcule también entre qué días la empresa no tuvo pérdidas. [1,5 puntos]

Solución: a) El día 45 tiene unas pérdidas de 2325 €. La empresa obtiene unos beneficios de 4000 euros los días 100 y 160. b) El máximo beneficio que obtiene la empresa es de 4900 euros y los obtiene el dia 130. La empresa no tiene pérdidas entre los días 60 y 200.

2. Cataluña. PAU Extraordinaria 2024. Serie 3. 3. Ona quiere construir una caja de cartón de base cuadrada y abierta (sin tapa) para poner rotuladores y colores, como la de la siguiente figura:



La caja tiene que tener un volumen de 4 litros.

a) Exprese la altura de la caja (y) en función de la longitud del lado de la base (x). [0,5 puntos]

b) Ona quiere usar el mínimo de cartón posible para construir la caja. ¿Cuántos centímetros debe medir el lado de la base (x) para que la superficie de la caja sea mínima? ¿Cuántos centímetros debe medir la altura (y)? ¿Qué cantidad de cartón usará para construir la caja? [2 puntos]

Solución: a) La expresión buscada es $y = \dfrac{4000}{x^2}$. *b) Para que la superficie de la caja sea mínima el lado de la base debe medir 20 centímetros. La altura debe medir 10 centímetros. Usará 1200 centímetros cuadrados de cartón.*

3. Cataluña. PAU Ordinaria 2024. Serie 1. 1. Dos compañías de taxi, A y B, ofrecen distintas tarifas. La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido, mientras que el precio de la compañía B sigue la función $g(x) = 0.01x^2 + 0.1x + 10$, en la que x representa el número de kilómetros recorridos.

a) ¿Cuál de las dos compañías ofrece la tarifa más económica si se hace un recorrido de 10 km? ¿Y si se hace de 80 km? Calcule la diferencia de precio en cada caso. ¿Hay algún coste fijo en la tarifa de la compañía B solo por subirse al taxi? [1 punto]

b) Determine para qué número de kilómetros recorridos las dos tarifas coinciden. Si se consideran solo los trayectos inferiores a esta cantidad, ¿para qué número de kilómetros la diferencia de precio entre una tarifa y la otra es máxima? ¿Cuál es esta diferencia máxima de precio? [1,5 puntos]

Solución: a) Para 10 km es más económica la compañía B. Para 80 km es más económica la A. La diferencia de precio para 10 kilómetros es de 12 euros y para 80 kilómetros es de 30 euros. En la compañía B el coste fijo es 10 euros..b) Las tarifas coinciden cuando se hacen 50 kilómetros. Para 15 kilómetros la diferencia de precio es máxima tomando un valor de 12.25 euros.

4. Cataluña. PAU Ordinaria 2024. Serie 1. 3. Una campesina contrata a un conductor para que lleve un tractor hasta un pueblo que se encuentra a 300 km de distancia. Sabemos que el gasóleo que usa el tractor cuesta 1,96 € por litro y que el conductor cobra 14,70 € la hora. Se supone que el conductor hará todo el trayecto a una velocidad constante y que el consumo de gasóleo (en litros por hora), en función de la velocidad x (en kilómetros por hora), viene dado por la función $G(x)=5+\frac{x^2}{98}$.

a) Calcule el tiempo que el conductor tardará en realizar el viaje y el coste total del viaje si el tractor hace todo el recorrido a 40 km/h (la velocidad máxima permitida para este tipo de vehículo). Compruebe que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x)=\frac{7350}{x}+6x$. [1,25 puntos]

b) Calcule cuál es la velocidad que hace que el coste total del viaje sea mínimo. ¿Cuál es este coste? [1,25 puntos]

Solución: a) Tarda 7.5 horas. El coste total del viaje es de 423.75 €. b) El coste del viaje es mínimo para una velocidad de 35 km/h. Este coste mínimo tiene un valor de 420 euros

5. Cataluña. PAU Extraordinaria 2023. Serie 2. 2. Un fabricante de vehículos eléctricos ha sacado al mercado un nuevo modelo con tanto éxito que vende todos los que fabrica. El precio de venta de cada coche es de 35.000€. Fabricar un cierto número de coches le supone unos gastos de $C(x)=x^2+34.880x+1.100$ euros, en los que x representa el número de vehículos fabricados.

a) ¿Entre qué valores debe mantener la producción para no tener pérdidas? [1,25 puntos]

b) ¿Cuántos vehículos debe fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Qué valor toma ese beneficio máximo? [1,25 puntos]

Solución: a) Para no tener pérdidas deben fabricarse entre 10 y 110 coches.
b) Produciendo 60 coches se obtiene un beneficio máximo de 2500 €.

6. Cataluña. PAU Extraordinaria 2023. Serie 2. 4. El número de nuevas personas infectadas por una enfermedad, en miles, es dado por la siguiente función:

$$f(t)=\frac{30t}{t^2-2t+4},\ t\geq 0$$

donde t representa el tiempo transcurrido, en semanas, desde que se inició la infección.

a) ¿Cuántos enfermos se infectarán en la semana 1 y cuántos en la semana 2? ¿Podemos pensar que, a largo plazo, esta infección va a desaparecer? [1 punto]

b) ¿En qué instante se produce el número máximo de infectados por esta enfermedad? ¿Cuál es ese número? [1,5 puntos]

Solución: a) En la semana 1 hay 10 000 infectados y en la semana 2 hay 15 000 infectados.
b) El máximo número de infectados es 15 000 que se producen en la semana 2.

7. Cataluña. PAU Ordinaria 2023. Serie 1. 1. El precio de un vuelo entre Barcelona e Islandia es de 500€. Una compañía aérea tiene capacidad para 300 pasajeros diarios, pero existe una determinada época del año en la que sólo vende 180 billetes. Después de realizar un estudio de mercado, la compañía se da cuenta de que la relación entre el precio del billete y el número de pasajeros es lineal, por lo que por cada 5 € de descuento en el precio del billete consigue dos pasajeros más.

a) Si llamamos x el número de veces que se aplica el descuento, escriba la función que da los ingresos diarios de la compañía por la venta de billetes en función de x. [1 punto]
b) ¿A qué precio es necesario vender cada billete para obtener el máximo de ingresos? ¿Qué ingresos se obtendrán con este precio? [1,5 puntos]

Solución: a) $I(x)=(180+2x)(500-5x)=-10x^2+100x+90000$. *b) La función ingresos toma un valor máximo para 5 descuentos, obteniéndose unos ingresos de 90250 €.*

8. Cataluña. PAU Ordinaria 2023. Serie 1. 5. El número de kilogramos de comida que han gastado en un albergue de animales durante una semana concreta se puede calcular mediante la función $f(t)=10\left(-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\right)$, en la que t es el tiempo en días y va desde el día $t = 1$ (lunes) hasta el día $t = 8$ (lunes de la semana siguiente).
a) Calcule cuántos kilogramos de comida se gastaron el primer lunes y el lunes siguiente. Encuentre qué día de esa semana se gastaron 100 kg de comida. [1 punto]
b) Determine los días de la semana en que el gasto en comida fue mayor y los días en que fue menor. ¿Cuántos kilogramos de comida se gastaron estos días? [1,5 puntos]

Solución: a) El primer lunes se gastaron 68.75 kg de comida. El lunes siguiente se gastaron 60 kg de comida. Se consumieron 100 kg de comida el día 6, es decir, el sábado.
b) El menor consumo se produjo el día 2 (martes) y el día 8 (lunes siguiente) siendo un consumo de 60 kg. El mayor consumo se produjo el día 6 (sábado) siendo un consumo de 100 kg.

9. Cataluña. PAU Ordinaria 2023. Serie 1. 6. Cuando se diseñan los escalones de una escalera hay varios parámetros a tener en cuenta, dos de los cuales son la huella (la parte horizontal del escalón, donde se pone el pie) y la contrahuella (la parte vertical del escalón, es decir, la altura). El arquitecto francés François Blondel estableció a finales del siglo XVII que la relación ideal entre estas dos magnitudes era que la suma de dos contrahuellas más una huella fuera igual a 64 cm. Llamamos y la longitud de la contrahuella y x a la longitud de la huella.
a) Encuentre la función que permite calcular la longitud ideal de la contrahuella en función de la longitud de la huella. ¿Cuál sería la longitud ideal de la contrahuella si la huella es de 28 cm? [1 punto]
b) La normativa actual establece que en el diseño de escaleras de uso público es necesario que la huella sea como mínimo de 28 cm y que la contrahuella esté comprendida entre 13 y 18,5 cm. Además, la suma de dos contrahuellas más una huella debe estar entre 54 y 70 cm. Escriba estas tres condiciones en función de x y de y. Si queremos construir una escalera con escalones de 40 cm de huella, calcule entre qué valores debe estar comprendida la contrahuella para cumplir con la normativa actual. [1,5 puntos]

Solución: a) $y=\frac{64-x}{2}$. *Una contrahuella de 18 cm. b) La contrahuella debe tener una longitud entre 13 y 15 centímetros.*

10. Cataluña. PAU Extraordinaria 2022. Serie 3. 1. El coste de producción (en euros) de x unidades de un producto determinado viene dado por la función $C(x)=0.02x^2+3x+100$. Estas unidades se ponen a la venta y el precio de venta unitario (en euros) depende del número de unidades producidas x. Concretamente, viene dado por la función $p(x)=47-0.06x$. Se supone que se venden todas las unidades que se producen.
a) Determine la función que da los beneficios obtenidos en función del número de unidades producidas x. [1,25 puntos]
b) Determine cuántas unidades hay que producir para obtener el máximo beneficio y diga cuál es ese beneficio. [1,25 puntos]

Solución: a) La función beneficios es $B(x) = -0.08x^2 + 44x - 100$. *b) Los beneficios máximos son 5950 € y se obtienen con la fabricación y venta de 275 unidades de producto.*

11. Cataluña. PAU Extraordinaria 2022. Serie 3. 3. El Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) tiene previsto montar una exposición. Se estima que el número de visitantes semanales que recibirá la exposición, expresado en decenas de personas, viene dado por la función $f(x) = \dfrac{240x}{x^2 - 2x + 4}$, donde $x \geq 1$ representa el tiempo, expresado en semanas, que hace que la exposición está abierta al público.

a) ¿Cuántas personas irán a ver la exposición la primera semana? Calcule la tasa de variación media del número de visitantes entre la semana 1 y la semana 4. [1 punto]

b) ¿Qué semana se prevé que irá más gente a ver la exposición? ¿Cuántos visitantes se estima que irán aquella semana? [1,5 puntos]

Solución: a) En la primera semana acuden 800 personas. La tasa es 0 b) El número máximo de visitantes se espera en la segunda semana, siendo este valor máximo de 1200 visitantes

12. Cataluña. PAU Extraordinaria 2022. Serie 3. 6. Un inversor se da cuenta de que en el momento actual sus acciones tienen unas pérdidas de 2.000 €. Su asesor financiero tiene una previsión del valor de las acciones para los próximos 30 días. Le dice que el valor de las acciones ya ha empezado a aumentar y que dentro de pocos días dejará de tener pérdidas. Según las previsiones, durante los próximos 10 días el valor de las acciones crecerá; del día 10 al día 20 los beneficios disminuirán, y a partir de ese día los beneficios volverán a crecer. El asesor también le dice al inversor que la previsión de los beneficios para los próximos 30 días tiene como modelo la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, donde $x \in [0, 30]$.

a) Calcule los valores de los parámetros *a*, *b* y *c*. [1,5 puntos]

b) Si el inversor quiere vender sus acciones durante esos 30 días, ¿cuál es el día en el que obtendrá más beneficios por la venta? ¿Qué beneficios obtendrá? [1 punto]

Solución: a) Los valores buscados son a = –45, b = 600 y c = –2000. b) Le interesa vender el día 30 donde el beneficio sería de 2500 €.

13. Cataluña. PAU Ordinaria 2022. Serie 2. 2. Experimentalmente se ha comprobado que la producción de un determinado tipo de fruta que se cultiva en invernaderos depende de la temperatura, según la función $f(x) = -x^2 + 46x - 360$, donde x representa la temperatura del invernadero en grados Celsius y *f(x)* es la producción anual en centenares de kilogramos por hectárea. El precio de venta de la fruta se mantiene estable a 1,2 euros por cada kilogramo.

a) Determine el intervalo de temperaturas entre las que hay que mantener el invernadero para que haya producción de fruta. Calcule los ingresos anuales por hectárea si se mantiene el invernadero a 20 °C de temperatura. [1,25 puntos]

b) ¿A qué temperatura se obtiene la producción máxima de fruta? ¿Qué ingresos por hectárea se obtienen en este caso? [1,25 puntos]

Solución: a) La producción es positiva entre 10º y 36º. Los ingresos son de 19200 €.
b) La producción máxima se produce a 23º C y dicha producción máxima es de 16900 kilos por hectárea. Siendo los ingresos de 20280 €

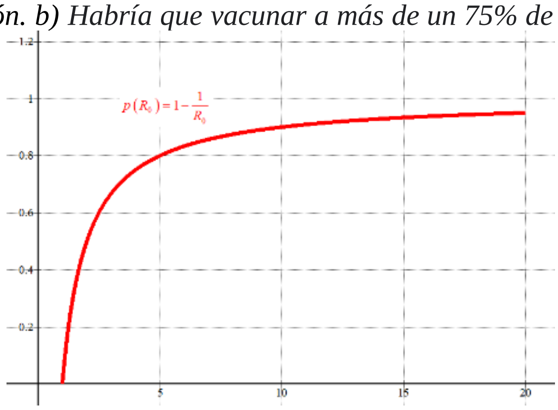
14. Cataluña. PAU Ordinaria 2022. Serie 2. 4. Un grupo de biólogos está estudiando un cultivo de bacterias. La población de estas bacterias (en centenares) viene dada por la función $P(t) = a + \dfrac{12t}{t^2 + b}$, donde *a* y *b* son constantes positivas reales y $t \geq 0$ es el tiempo transcurrido en minutos. Se sabe que en el instante inicial del estudio la población de bacterias era de 6

centenares y que el valor máximo de población se ha alcanzado al cabo de 2 minutos de haber iniciado el estudio.
a) Encuentre los valores de las constantes *a* y *b*. [1,25 puntos]
b) Calcule la población máxima de bacterias y estudie su comportamiento a largo plazo, es decir, hacia qué valor se estabiliza el número de bacterias. [1,25 puntos]

Solución: a) Los valores buscados son a = 6 y b = 4. b) La población máxima es de 900 bacterias. La población de bacterias se estabiliza a largo plazo en 600 bacterias.

15. Cataluña. PAU Ordinaria 2022. Serie 2. 6. En los modelos matemáticos que se utilizan para describir la evolución de una enfermedad, se denomina R_0 al número medio de nuevas infecciones que cada persona infectada provoca en la población. Cuando este número es inferior a 1, cada individuo infectado transmite la enfermedad, de media, a menos de una persona y la enfermedad tiende a desaparecer. En cambio, si R_0 es mayor que 1, la enfermedad se extiende y se produce una epidemia.
Cuando se descubre una vacuna efectiva contra la enfermedad, se puede controlar la epidemia vacunando solo a una proporción *p* de la población. Es lo que se conoce como inmunidad de grupo. Efectivamente, una vez vacunada una proporción $p \in (0, 1)$ de la población, la nueva R_0, que se denomina efectiva y se denota con R_e, es el producto de la R_0 original por la proporción de individuos que no están vacunados, $1 - p$. Y se consigue controlar la epidemia si la R_e es inferior a 1.
a) En el caso del sarampión, se estima que $R_0 = 15$. Si se analiza una población con un porcentaje de individuos vacunados del 95 %, según el modelo descrito, ¿hay riesgo de que se produzca una epidemia de sarampión en esta población? [0,75 puntos]
b) En el caso concreto de la denominada gripe española del 1918, se estima que $R_0 = 4$. Calcule qué porcentaje de población se tendría que haber vacunado, como mínimo, para parar la epidemia de esta enfermedad. [0,75 puntos]
c) Exprese, en general, el umbral de población mínima que debe vacunarse en función del valor R_0 de una enfermedad. Realice un esbozo de esta función para los valores de R_0 entre 1 y 20. [1 punto]

Solución: a) No hay riesgo de una epidemia de sarampión. b) Habría que vacunar a más de un 75% de la población para detener la epidemia. c) $p\left(R_0\right)=1-\dfrac{1}{R_0}$



16. Cataluña. PAU Extraordinaria 2021. Serie 1. 4. La función $C\left(t\right)=3-\dfrac{1}{t^2-4t+5}$, en la que *t* son los años transcurridos y *C(t)* la cantidad de clientes, expresada en miles, modeliza la evolución de una empresa que ha entrado en crisis.
a) Calcule cuántos clientes tenía la empresa en el momento inicial y cuántos tenía un año después. [0,5 puntos]
b) Encuentre el instante en el que la empresa deja de perder clientes y calcule cuántos clientes tiene en ese instante. [1 punto]

c) Calcule cuánto tiempo tendrá que pasar para que la empresa consiga tener de nuevo el mismo número de clientes que en el momento de iniciar el estudio. [1 punto]

Solución: a) 2500 clientes al cabo de 1 año b) El número de clientes decrece los dos primeros años y a partir del segundo año empiezan a crecer, siendo en este momento 2000 clientes. c) En el cuarto año se vuelve a tener los 2800 clientes del momento inicial

17. Cataluña. PAU Extraordinaria 2021. Serie 1. 5. Una empresa pone a la venta un producto que distribuye en cajas. El beneficio B obtenido por la empresa, expresado en miles de euros, viene dado por la expresión $B(x) = -x^2 + 16x - 55$, donde $x > 0$ es el precio de venta de cada caja, expresado en euros.

a) ¿Qué beneficio obtendrá si el precio de venta de cada caja es de 6 euros? ¿Entre qué valores hay que fijar el precio de venta de una caja para obtener beneficios? [1,25 puntos]

b) ¿A qué precio tiene que vender cada caja para que el beneficio sea lo más grande posible? ¿Cuál es ese beneficio máximo? [1,25 puntos]

Solución: a) El beneficio con un precio de 6 euros por cada caja es de 5000 euros. El beneficio es positivo en el intervalo de precio de la caja de 5 a 11 euros b) El beneficio tiene un máximo relativo en x = 8. El beneficio máximo es de 9000 euros.

18. Cataluña. PAU Extraordinaria 2021. Serie 1. 6.

Considere la función $f(x) = px^3 - 4x^2 + 7px - 18$.

a) Calcule cuál tiene que ser el valor del parámetro p para que las rectas tangentes a la curva en los puntos de abscisas $x = 1$ y $x = 3$ sean paralelas. [1,25 puntos]

b) Escriba la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa $x = 3$ para el valor de $p = 2$. [1,25 puntos]

Solución: a) p = 2/3 b) y = 44x – 90

19. Cataluña. PAU Ordinaria 2021. Serie 2. 1. Una fábrica estima que el beneficio mensual, en miles de euros, por cada tonelada de confeti vendida viene dado por la función $f(x) = \dfrac{-0,2x^2 + 5x - 20}{x}$, la que x representa el número de toneladas de confeti vendidas.

a) Determine en qué intervalo de valores debe encontrarse la variable x para que la fábrica no tenga pérdidas. [1,25 puntos]

b) Calcule la cantidad de toneladas de confeti que proporciona el beneficio máximo y diga cuál es ese beneficio. [1,25 puntos]

Solución: a) Para que no tenga pérdidas se deben producir entre 5 y 20 toneladas b) Los beneficios son máximos fabricando 10 toneladas de confeti. Estos beneficios máximos son de 1000 €.

20. Cataluña. PAU Ordinaria 2021. Serie 2. 4. Un granjero quiere construir un corral rectangular para sus conejos. Se sabe que solo dispone de 40 m lineales de valla metálica.

a) Se denomina x la anchura del corral e y su longitud. Escriba la función que permite calcular el área del corral teniendo en cuenta solo la anchura x. [1,25 puntos]

b) Calcule en qué punto alcanza su máximo la función que ha encontrado en el apartado anterior. Deduzca cuál debe ser la anchura x y cuál la longitud y para que el corral tenga el área máxima. ¿Cuál será esa área máxima? [1,25 puntos]

Solución: a) $A(x) = 20x - x^2$ *b) El corral rectangular de área máxima con perímetro 40 metros es un corral cuadrado de lado 10. El área máxima es de 100 metros cuadrados*

21. Cataluña. PAU Ordinaria 2021. Serie 2. 6. Considere la función real de variable real $f(x) = 4x^3 + ax^2 - 2$.

a) Determine el valor del parámetro real a para que la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -1$. [1,25 puntos]
b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$ cuando $a = 12$. Indique también los puntos en los que hay extremos relativos y clasifíquelos. [1,25 puntos]

Solución: a) a = 6 *b) La función crece en* $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ *y decrece en* $(-2,0)$. *La función presenta un mínimo relativo en x = 0. las coordenadas del máximo relativo son (0, –2)*

22. Cataluña. PAU Extraordinaria 2020. Serie 4. 2. Un fabricant va tenir un producte a la venda durant deu anys. Durant aquest temps, el preu del producte P, en euros, va estar relacionat amb el temps que feia que estava a la venda t, expressat en anys, seguint la funció següent:

$$P(t)=\begin{cases}5(t+1)^2-5 & si \quad 0\le t\le 2\\ -4t+48 & si \quad 3<t\le 10\end{cases}$$

a) Indiqueu els intervals de creixement i de decreixement del preu del producte durant aquests deu anys. [1,25 punts]
b) Trobeu el preu màxim que va assolir el producte durant el temps que va estar a la venda i calculeu la taxa de variació mitjana del preu del producte durant els darrers cinc anys que va estar a la venda. [1,25 punts]

Solución: a) La función crece en [0, 2) y decrece en (2, 10]. b) El precio máximo se alcanza en t = 2 (al cabo de 2 años) y este precio es de P(2) = 40 euros. $TVM\left[5,10\right]=-4$ *euros por año.*

23. Cataluña. PAU Extraordinaria 2020. Serie 4. 4. Considerem les funcions $f(x)=x^2+ax+b$ i $g(x)=-x^2+c$.
a) Calculeu els valors dels paràmetres a, b i c per tal que les gràfiques de $f(x)$ i $g(x)$ es tallin en els punts (–1, 3) i (3, –5). [1,25 punts]
b) Per a $c = 4$, trobeu l'equació de la recta tangent a $g(x)$ en el punt d'abscissa $x = -1$. [1,25 punts]

Solución: a) Los valores buscados son a = –4, b = –2 y c = 4. *b) y = 2x + 5*

24. Cataluña. PAU Extraordinaria 2020. Serie 4. 6. La funció $Q(x)=(x+1)^2(32-x)$, en què $x \in [-1, 32]$, representa la producció, en quilograms, d'una hortalissa en un hivernacle en funció de la temperatura x, expressada en graus centígrads (°C), que pot variar entre –1 °C i 32 °C.
a) Calculeu quina és la temperatura de l'hivernacle amb la qual s'obté la màxima producció. Quina producció d'hortalissa obtindrem a aquesta temperatura? [1,25 punts]
b) Calculeu a quines temperatures s'assoleix el nivell mínim de producció i quin és aquest valor mínim. [1,25 punts]

Solución: a) La producción máxima se produce con 21ºC y es de 5324 kg de hortalizas.
b) Para –1ºC y a 32ºC la producción es 0 Kg. Esta es la producción mínima que se puede obtener.

25. Cataluña. PAU Ordinaria 2020. Serie 1. 2. L´1 de gener de 2019 va sortir al mercat un nou model d'un producte tècnic d'esquí. La funció de tercer grau $f(x)=10x^3-210x^2+1.470x$ ens dona el nombre total d'unitats venudes, en què x denota el nombre de mesos transcorreguts, des del llançament del producte, durant el primer any (és a dir, $x \in [0, 12]$).
a) Quantes unitats s'havien venut al cap de 3 mesos? Quantes se'n van vendre al cap d'un any? Determineu la taxa de variació mitjana entre els mesos 3 i 12. [1,25 punts]
b) Comproveu que la funció és creixent en l'interval [0, 12] i trobeu en quin instant el creixement ha estat més lent. [1,25 punts]

Solución: a) $f(3)=2790$ *unidades.* $f(12)=4680$ *unidades.* $TVM(3,12)=210$

b) El crecimiento es más lento en el mes 7 (Julio).

26. Cataluña. PAU Ordinaria 2020. Serie 1. 3. El cost d'elaboració d'un menú en un restaurant és de 8 €. S'ha realitzat un estudi de mercat i s'ha arribat a la conclusió que si el preu del menú és de 18 € entren a dinar al restaurant 120 clients. També s'ha conclòs que la relació entre el preu del menú i el nombre de clients és lineal, de manera que, per cada euro que augmentem el preu del menú, disminueix en 4 el nombre de clients. I a l'inrevés, per cada euro que disminuïm el preu, augmenta en 4 el nombre de clients.

a) Obteniu la funció que expressa el benefici del restaurant en funció del nombre d'euros en què augmentem o disminuïm el preu inicial del menú. [1,25 punts]

b) Trobeu en quants euros cal augmentar o disminuir el preu inicial del menú per tal que el restaurant obtingui el màxim benefici. Quin seria el preu final del menú i quin seria el benefici obtingut amb aquest preu? [1,25 punts]

Solución: a) $B(x) = -4x^2 + 80x + 1200$

b) Con una subida de precio de 10 € se obtiene un beneficio máximo. El precio del menú para obtener el máximo beneficio es de 28 € y el beneficio máximo que se puede obtener es de 1600 €

27. Cataluña. PAU Ordinaria 2020. Serie 1. 6. El benefici d'una empresa, expressat en milions d'euros, és donat per la funció següent, en què *x* indica el nombre d'anys que han passat des del moment que va començar a funcionar:

$$B(x) = \frac{5x+20}{x^2+9} - \frac{20}{9} .$$

a) Quin és el benefici en el moment en què l'empresa comença a funcionar? En quin moment l'empresa passa de tenir beneficis a tenir pèrdues? [1,25 punts]

b) En quin moment aconsegueix l'empresa el benefici màxim? Quin és aquest benefici màxim? [1,25 punts]

Solución: a) En los comienzos de la empresa el beneficio es 0. A los 2.25 años cambian de signo los beneficios. A los 2 años y 3 meses.

b) La empresa tiene un máximo beneficio en el año 1 siendo este de 277777 €.

28. Cataluña. PAU Septiembre 2019. Serie 5. 2. Para la campaña de este verano, una tienda de deportes que vende patinetes eléctricos espera vender 40 patinetes a un precio de 1.000 € por patinete. Según un estudio de mercado, la relación entre el número de veces que se rebaja el precio del patinete en 50 € y el número de patinetes vendidos es lineal, y, por cada 50 € de rebaja en el precio de venta de cada patinete, habrá un incremento de las ventas de 10 patinetes más.

a) Escriba la función de ingresos de la tienda en función del número de veces que rebaje en 50 € el precio inicial de 1.000 € del patinete. [1 punto]

b) Encuentre cuál debe ser el precio del patinete para obtener los ingresos máximos. Encuentre también el número de patinetes que se venderán y los ingresos que se obtendrán con este precio. [1 punto]

Solución: a) $I(x) = -500x^2 + 8.000x + 40.000$. *b) El precio del patinete es de 600 €, el número de patinetes es 120 y los ingresos que se obtendrán son 72000 €.*

29. Cataluña. PAU Septiembre 2019. Serie 5. 3. Se prevé un cambio importante en la población de una determinada zona por cuestiones medioambientales. El número de habitantes de la zona, en millones, vendrá dado por la función $P(t) = \frac{t^2+28}{(t+2)^2}$, donde *t* mide el tiempo en años desde el momento actual ($t = 0$).

a) Diga cuál es el número de habitantes de la zona actualmente y cuál será este número a muy largo plazo. [1 punto]

b) ¿En qué momento se llegará al número mínimo de habitantes? ¿Cuántos habitantes habrá en ese momento? ¿Cuál es el número máximo de habitantes que se alcanza en esta zona? [1 punto]

Solución: a) Actualmente son 7 millones y a largo plazo serán de 1 millón. b) El mínimo se alcanza a los 14 años con una población de 875000 habitantes. El máximo a los 0 años con una población de 7 millones.

30. Cataluña. PAU Septiembre 2019. Serie 5. 5. Considere una función $f(x)$ cuya primera derivada es $f'(x) = 2x^2 + bx + 4$, donde b es un parámetro real.

a) Determine el valor de b para que $f(x)$ tenga un extremo relativo en $x = -1$ y razone si se trata de un máximo o de un mínimo. [1 punto]

b) Si se sabe que la gráfica de la función $f(x)$ pasa por el punto (0, 3), encuentre la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en este punto. [1 punto]

Solución: a) $b = 6$. Se trata de un mínimo relativo. b) $y = 4x + 3$

31. Cataluña. PAU Junio 2019. Serie 1. 3. La gráfica de la función $f(x) = ax + b + \dfrac{8}{x}$ pasa por el punto (–2, –6) y la recta tangente en este punto es paralela al eje de abscisas.

a) Calcule el valor de a. [1 punto]

b) Calcule el valor de b. [1 punto]

Solución: a) $a = 2$ b) $b = 2$

32. Cataluña. PAU Junio 2019. Serie 1. 4. La función $f(x) = \dfrac{40}{x^2 - 22x + 125}$ muestra aproximadamente la venta diaria, en miles de unidades, de un perfume de moda en función de x, donde x es el día del mes de febrero.

a) ¿Cuántas unidades de perfume se vendieron, aproximadamente, el día 5 de febrero? ¿Cuál es el incremento de ventas entre el día 7 y el día 9 de febrero? [0,75 puntos]

b) ¿Qué día del mes de febrero se vendieron más perfumes y cuántas unidades se vendieron? [1,25 puntos]

Solución: a) 100 unidades el día 5. 3000 unidades de aumento del día 7 al día 9.
b) El día 11 con 10000 unidades de perfume vendidos.

33. Cataluña. PAU Junio 2019. Serie 1. 6. Una tienda abre al público desde las 10 horas hasta las 21 horas. Se sabe que los ingresos por ventas, en función de la hora del día, vienen dados por la función:

$$I(t) = -5(m - t)^2 + n,$$

$$\text{para } 10 \le t \le 21.$$

a) Encuentre el valor de m sabiendo que los ingresos máximos se producen a las 18 horas. [1 punto]

b) Encuentre el valor de n sabiendo que a las 21 horas hay unos ingresos de 500 €. [1 punto]

Solución: a) $m = 18$ b) $n = 545$

34. Cataluña. PAU Septiembre 2018. Serie 3. 1. Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & si \;\; x \le -1 \\ ax+b & si \;\; -1 < x < 2 \\ x^2 & si \;\; x \ge 2 \end{cases}.$$

Encuentre el valor de a y b para que la función sea continua para todos los números reales. [2 puntos]

Solución: a = 1 y b = 2

35. Cataluña. PAU Septiembre 2018. Serie 3. 4. El gasto mensual en tabaco de un fumador viene determinado por su salario median-te la función $f(x)=\dfrac{400x}{x^2+4}$, donde x representa el salario en miles de euros y $f(x)$ el gasto mensual en tabaco en euros.

a) Determine el salario para el cual el gasto en tabaco es máximo. ¿A cuánto asciende este gasto? [1 punto]

b) ¿Para qué salarios el gasto mensual es inferior a 60 €? [1 punto]

Solución: a) El gasto máximo es de 100 € y se produce con 2000 € de salario.
b) Si el salario es inferior a 666.67 € o si es superior a 6000 €.

36. Cataluña. PAU Septiembre 2018. Serie 3. 6. Se sabe que la función $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ pasa por el punto (2, –5) y que las rectas x = 1 e y = 2 son sus asíntotas vertical y horizontal, respectivamente. Calcule a, b y c. [2 puntos]

Solución: a = 2, b = 9 y c = –2

37. Cataluña. PAU Junio 2018. Serie 1. 2. Considere la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x-a}$, donde a es un parámetro real.

a) Encuentre para qué valores del parámetro a la recta tangente a la función f en x = 1 es paralela a la recta $y + 3x + 5 = 0$. [1 punto]

b) Para el valor del parámetro a = 1, encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos donde se alcanzan los máximos y mínimos relativos de la función f. [1 punto]

Solución: a) Para a = 2 y para a = 2/3
b) Crece en (–∞, 0) y en (2, +∞). Decrece en (0, 1) y en (1, 2). Máximo en (0, 0) y mínimo en (2, 4)

38. Cataluña. PAU Junio 2018. Serie 1. 5. Una compañía de móviles presentó hace un año un teléfono inteligente al precio de 750 €. Recientemente, un estudio de mercado ha llegado a la conclusión de que, con este precio, compran el teléfono 2.000 clientes al mes, y de que la relación entre estas dos variables es lineal, de forma que por cada 10 € que se incrementa el precio del móvil, lo compran 100 clientes menos, y al revés: por cada 10 € de descuento sobre el precio inicial de 750 €, lo compran 100 clientes más.

a) Deduzca que la función que determina los ingresos mensuales de la compañía según el precio del móvil es $I(p) = –10p^2 + 9.500p$. [1 punto]

b) Encuentre cuál tiene que ser el precio del móvil para obtener ingresos, el precio del móvil que da los ingresos mensuales más elevados y el valor de estos ingresos máximos. [1 punto]

Solución: a) www.ebaumatematicas.com b) Entre 0 y 950 € se obtienen ingresos. Con un precio de 475 € se obtienen ingresos máximos de 2256250 €.

39. Cataluña. PAU Junio 2018. Serie 1. 6. El número de individuos, en millones, de una población viene determinado por la función $P(t)=\dfrac{5+t^2}{(t+1)^2}$, donde t mide el número de años transcurridos.

a) ¿Cuál es la población inicial y la población después de 9 años? ¿A partir de qué momento la población será inferior a un millón de individuos? [1 punto]

b) Con el paso del tiempo, ¿hacia qué valor tenderá el número de individuos de la población? [1 punto]

Solución: a) Inicial de 5 millones, al cabo de 9 años es de 0.86 millones. A partir del segundo año la población será inferior a 1 millón b) Se tiende a 1 millón de habitantes.

40. Cataluña. PAU Septiembre 2017. Serie 2. 2. Un gimnàs cobra una quota de 42 euros mensuals i té 2.000 usuaris. Un estudi de mercat afirma que per cada euro que s'apuja (o s'abaixa) la quota es perden (o es guanyen) 20 usuaris.

a) Expresseu el nombre d'usuaris del gimnàs en funció de la quota, tenint en compte que la relació entre les dues variables és lineal. Per a quin valor de la quota el gimnàs es quedaria sense usuaris? [1 punt]

b) Determineu en quin preu cal fixar la quota per a obtenir un benefici mensual màxim. Quin seria aquest benefici i quants usuaris tindria el gimnàs en aquest cas? [1 punt]

Solución: a) $f(x) = 2840 - 20x$. *142 € b)* $B(x) = -20x^2 + 2840x$. *Con una cuota de 71 € se obtiene un beneficio máximo de 100820 €. El gimnasio tendría 1420 usuarios.*

41. Cataluña. PAU Septiembre 2017. Serie 2. 3. Considerem una funció $f(x)$ tal que la seva primera derivada és $f'(x) = x^2 + bx - 3$, en què b és un paràmetre real.

a) Determineu el valor de b perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu en $x = -3$ i raoneu si es tracta d'un màxim o d'un mínim. [1 punt]

b) Per a $b = -8$, trobeu l'equació de la recta tangent a $f(x)$ en el punt (0, 2). [1 punt]

Solución: a) Para b = 2. En x = –3 hay un máximo relativo b) y = –3x + 2.

42. Cataluña. PAU Septiembre 2017. Serie 2. 6. El vèrtex d'una paràbola és el punt $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$.

a. Si la paràbola talla l'eix de les abscisses pel punt $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$, quin serà l'altre punt de tall de la paràbola amb l'eix de les abscisses? *[1 punt]*

b. Trobeu l'equació de la paràbola. *[1 punt]*

Solución: a) $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$ b) $f(x) = -\frac{8}{9}x^2 + \frac{16}{9}x + \frac{10}{9}$

43. Cataluña. PAU Junio 2017. Serie 1. 1. D'una funció $y = f(x)$ sabem que la seva derivada és $f'(x) = x^3 - 4x$.

a) Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció $y = f(x)$. [1 punt]

b) Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los. [1 punt]

Solución: a) Crece en (–2, 0) y en (2, +∞). Decrece en (–∞, –2) y en (0, 2).
b) Máximo relativo en x = 0 y mínimo relativo en x = 2 y en x = –2.

44. Cataluña. PAU Junio 2017. Serie 1. 2. Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en què el temps t varia entre 0 i 4 minuts.

a) Calculeu per a quin valor de t el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim. [1 punt]

b) Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament? [1 punt]

Solución: a) $L(t) = 25t(4-t)$*. Es máxima para t = 2* *b) Para t entre 1 y 3 la intensidad lumínica será superior al 75 %*

45. Cataluña. PAU Junio 2017. Serie 1. 6. Considereu la funció $f(x) = -x^2 + bx + c$, amb b i c nombres reals.

a) Trobeu b i c de manera que la gràfica de la funció passi pel punt (–1, 0) i tingui un extrem local en el punt d'abscissa $x = 3$. Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta. [1 punt]

b) Per al cas $b = 3$ i $c = 2$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta $y = 5x - 2$. [1 punt]

Solución: a) b = 6 y c = 7. En x = 3 hay un máximo. *b) y = 5x + 3.*

EXTREMADURA

1. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2023. Problema 5. (2 puntos)
En una determinada población, el tiempo de ocupación hospitalaria por accidentes de tráfico, *N(x)* en días, depende de la cantidad de dinero, *x* en miles de euros, que el ayuntamiento dedica a la seguridad vial según la siguiente función:

$$N(x)=\begin{cases}-x^2+3Ax+3B & 0\le x<4\\ -x+39 & 4\le x\le 10\end{cases}$$

Determinar las constantes A y B sabiendo que la función es continua y que, cuando el ayuntamiento destinó a seguridad vial 3 mil euros, la ocupación hospitalaria estuvo en 36 días. Razona la respuesta.

Solución: Los valores buscados son A = 2 y B = 9.

2. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2024. Problema 6. (2 puntos)
Cierta bebida contiene una cantidad de aditivo, x, que puede oscilar entre 1 y 6 gramos. Se sabe que el consumo anual medio por persona, $C(x)$ en litros, depende de la cantidad de aditivo de acuerdo con la función:

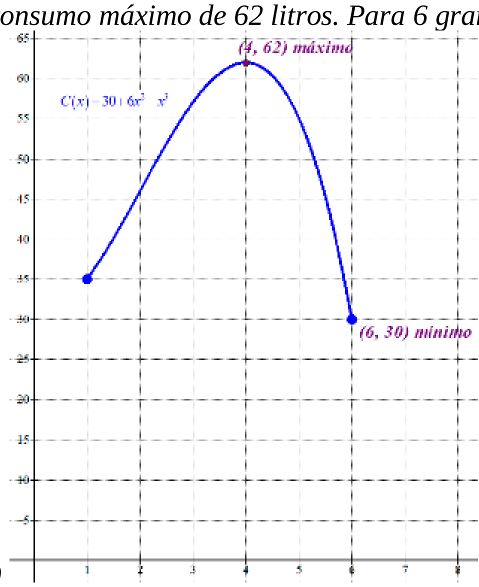
$$C(x)=30+6x^2-x^3 \qquad 1\le x\le 6$$

Se pide, razonando las respuestas:

a) Determinar para qué cantidades de aditivo se alcanza el consumo máximo y mínimo de dicha bebida y a cuántos litros ascienden estos consumos máximo y mínimo. **(1.5 puntos)**

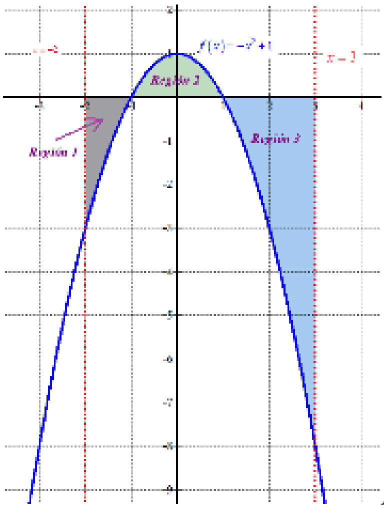
b) Representar gráficamente la evolución del consumo en función de la cantidad de aditivo que contiene la bebida. **(0.5 puntos)**

Solución: a) Para 4 gramos de aditivo se consigue un consumo máximo de 62 litros. Para 6 gramos de aditivo se consigue un consumo mínimo de 30 litros. b)



3. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2024. Problema 7. (2 puntos)
Determinar el área delimitada por la función $f(x)=-x^2+1$ y el eje OX entre los valores $x=-2$ y $x=3$, representando dicha función y el área que se pide. Razona las respuestas.

Solución:



El área vale $\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\frac{20}{3}=\frac{28}{3}\simeq 9.33$ *unidades cuadradas.*

4. Extremadura. EBAU Ordinaria 2024. Problema 5. (2 puntos)

El consumo de combustible (en miles de litros) de una gran empresa de transporte *C(t)*, depende del tiempo transcurrido desde principios de año, *t* en meses, según la función:

$$C(t)=\begin{cases} t^2-3Bt+2A & 1\le t<4 \\ Bt & 4\le t\le 12 \end{cases}$$

Determinar, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la función *C(t)* es continua y que el consumo en el mes 3 es de 7 mil litros.

Solución: Los valores buscados son A = 8 y B = 2.

5. Extremadura. EBAU Ordinaria 2024. Problema 6. (2 puntos)

La producción de un árbol frutal, *P(x)* en kilogramos, depende de la cantidad diaria de agua, x en litros, con la que se riegue de acuerdo con la función:

$$P(x)=2x^3-21x^2+60x+10 \qquad 0\le x\le 6$$

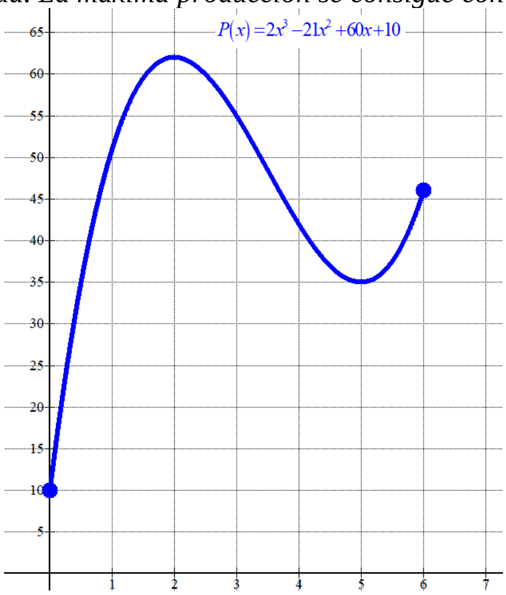
Se pide, razonando las respuestas:

a) Determinar para qué cantidades de agua se alcanzan las producciones máxima y mínima del árbol y a cuánto ascienden estas producciones. **(1.5 puntos)**

b) Representar gráficamente la producción en función de la cantidad de agua destinada al riego. **(0.5 puntos)**

Solución: a) El mínimo absoluto de producción son 10 kg de fruta y se obtienen con 0 litros diarios de agua. La máxima producción se consigue con 2 litros diarios de agua y es de 62 kg de fruta.

b)



6. Extremadura. EBAU Ordinaria 2024. Problema 7. (2 puntos)
Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función:

$$g(x)=\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-5x+6}$$

Solución: La función tiene una asíntota vertical: $x=3$*, no tiene asíntota horizontal y tiene una asíntota oblicua:* $y=x+2$.

7. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2023. Problema 5. (2 puntos)
Una fábrica de materiales de construcción ha descubierto que la producción diaria de ladrillos no defectuosos (en toneladas), *P(x)*, depende de la dureza del material que utiliza, *x*, (en una escala del 0 al 10) de acuerdo con la función:

$$P(x)=-x^3+3Ax^2-3Bx+23 \qquad 0\le x\le 10$$

Determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la producción mínima de ladrillos no defectuosos es de 13 toneladas y se alcanza cuando la dureza del material es de 1.

Solución: Los valores buscados son A = 4 y B = 7.

8. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2023. Problema 6. (2 puntos)
Una empresa constructora, tiene que afrontar gastos de suelo y gastos de edificación, (en miles de euros), que dependen de la distancia al centro, *x*, (en km). Dichos gastos vienen dados, respectivamente, por las funciones:

$$S(x)=10x+100,\ 0\le x\le 25, \ \text{ y } \ E(x)=-x^2+10x+200,\ 0\le x\le 25$$

Determinar, justificando las respuestas:

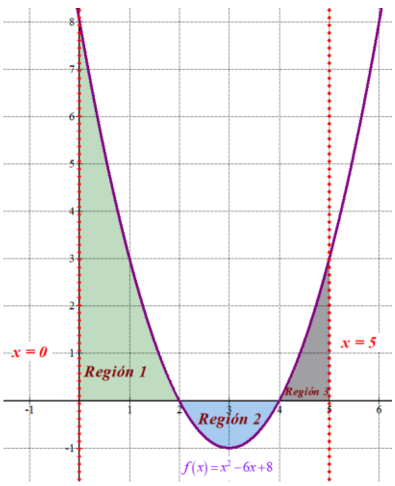
a) La expresión *G(x)* que indica los gastos totales de la constructora en función de la distancia al centro de la ciudad donde se realice la obra. **(0.5 puntos)**

b) A qué distancias del centro los gastos de construcción son máximos y mínimos, así como el valor de dichos gastos. **(1.5 puntos)**

Solución: a) $G(x)=-x^2+20x+300,\ 0\le x\le 25$ *b) Los gastos máximos son 400 000 euros que se producen a una distancia del centro de 10 kilómetros. Los gastos mínimos son 175 000 euros que se producen a una distancia del centro de 25 kilómetros.*

9. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2023. Problema 7. (2 puntos)
Determinar el área delimitada por la función $f(x)=x^2-6x+8$ y el eje OX entre los valores $x=0$ y $x=5$, representando dicha función y el área que se pide. Razonar las respuestas.

Solución:



Área = 28/3 = 9.33 unidades cuadradas.

10. Extremadura. EBAU Ordinaria 2023. Problema 5. (2 puntos)

Los ingresos, *I(t)*, y los gastos, *G(t)*, en euros, de una tienda de paquetería que está abierta desde las 9 hasta las 14 horas depende de la hora del día, según las siguientes expresiones:

$$I(t)=t^2+At \quad 9\le t\le 14 \quad y \quad G(t)=3At-\left(A^2+B\right)\ 9\le t\le 14$$

a) Calcular la función *B(t)* que relaciona los beneficios obtenidos con la hora del día.**(0.5 puntos)**

b) Sabiendo que a las 12 horas se obtiene el beneficio mínimo de 150 euros, determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B. **(1.5 puntos)**

Solución: a) $B(t)=t^2-2At+A^2+B;\ 9\le t\le 14$ *b) A = 12 y B = 150.*

11. Extremadura. EBAU Ordinaria 2023. Problema 6. (2 puntos)

El valor (en euros) de cada acción de una determinada empresa del IBEX-35, V(t), durante las 8 horas de duración de la sesión bursátil, depende del tiempo, *t*, (en horas) que ha transcurrido desde que se inició dicha sesión, según la función:

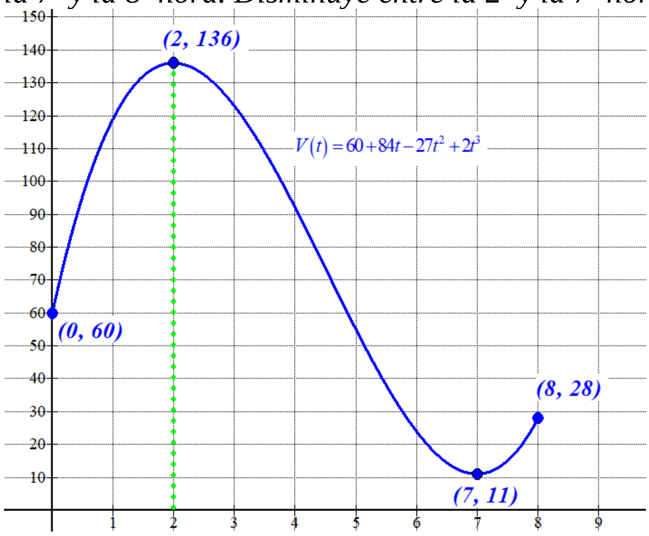
$$V(t)=60+84t-27t^2+2t^3 \quad 0\le t\le 8$$

Se pide, razonando las respuestas:

a) Determinar los intervalos de tiempo a lo largo de la sesión bursátil en que el valor de la acción se ha incrementado y los intervalos en que el valor de la acción ha disminuido. **(1.25 puntos)**

b) Establecer los valores inicial y final de la acción y representar gráficamente la evolución del valor de la acción a lo largo de la sesión bursátil. **(0.75 puntos)**

Solución: a) El valor de cada acción se incrementa desde la hora 0 a la hora 2 y también entre la 7ª y la 8ª hora. Disminuye entre la 2ª y la 7ª hora. b) Inicial = 60 y final = 28.



12. Extremadura. EBAU Ordinaria 2023. Problema 7. (2 puntos)

Determinar el área delimitada por la función $f(x)=-x^2+4x-3$ y el eje OX entre los valores $x=0$ y x = 4, representando dicha función y el área que se pide. Razona las respuestas.

Solución: 4 unidades cuadradas.

13. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2022. Problema 5. (2 puntos)

El consumo eléctrico de una tienda *C(t)* (en kilovatios) durante las 8 horas que permanece abierta depende del tiempo t (en horas) desde que abrió según la función:

$$C(t)=10+6Bt+6At^2+t^3 \quad 1\le t\le 8$$

Calcular, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que su consumo máximo se alcanza a las 6 horas y asciende a 10 kilovatios.

Solución: Los valores buscados son A = –2 y B = 6.

14. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2022. Problema 6. (2 puntos)

La cantidad de pescado capturado en cierto lago en pequeñas embarcaciones, *P(x)* (en kg) es una función de la longitud de la embarcación, x, que oscila entre 1 y 12 metros. La función que relaciona ambas magnitudes es la siguiente:

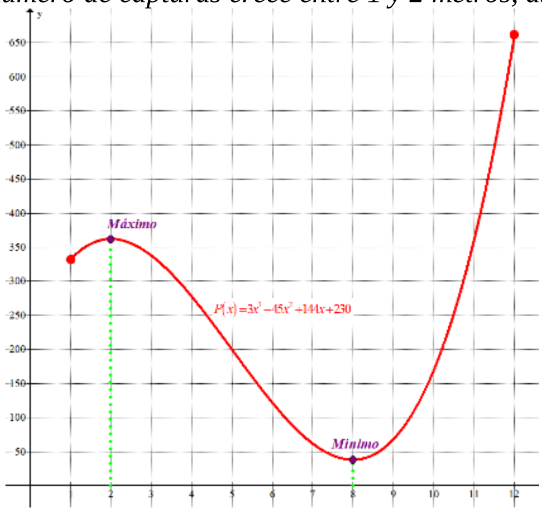
$$P(x)=3x^3-45x^2+144x+230 \quad 1\le x\le 12$$

Se pide, razonando las respuestas:

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la cantidad de pescado capturado en función de la longitud de la embarcación utilizada. **(1,5 puntos)**

b) Representar gráficamente la función *P(x)*. **(0,5 puntos)**

Solución: a) El número de capturas crece entre 1 y 2 metros, así como entre 8 y 12 metros. Decrece entre 2 y 8 metros. b)



15. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2022. Problema 7. (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x)=4-x^2$ y el eje OX entre $x = 1$ y $x = 3$. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x)=\frac{3x^2+2}{4-x^2}$$

Solución: a) Área = 4 u². b) Las asíntotas verticales son $x=-2$ y $x=2$. La asíntota horizontal es $y=-3$

16. Extremadura. EBAU Ordinaria 2022. Problema 5. (2 puntos)

Los beneficios de una empresa (en miles de euros) *B(t)* durante los primeros 10 años dependen del tiempo transcurrido *t* (en años) desde su creación según la función:

$$B(t)=\begin{cases} t^2-8t+2A & 1\le t<6 \\ Bt & 6\le t\le 10 \end{cases}$$

Calcular, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la función *B(t)* es continua y que en el año 8 obtuvo unos beneficios de 16 mil euros.

Solución: Los valores buscados son A = 12 y B = 2.

17. Extremadura. EBAU Ordinaria 2022. Problema 6. (2 puntos)

El precio de cierto perfume, *P(x)*, (en euros) depende del porcentaje que contiene de la esencia de cierta flor, *x*, (en tanto por ciento), de acuerdo con la función:

$$P(x)=4x^3-6x^2-24x+90 \quad 0\le x\le 4$$

Se pide determinar, razonando las respuestas, para qué porcentajes alcanza este perfume sus precios máximo y mínimo y a cuánto ascienden estos precios.

Solución: El precio máximo es de 154 € y se obtiene con un 4 % de esencia. El precio mínimo se alcanza con un porcentaje de esencia del 2 %, y el precio mínimo es de 50 €.

18. Extremadura. EBAU Ordinaria 2022. Problema 7. (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x) = -x^2 + x$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2$. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x) = \frac{3-2x^2}{-x^2+x}$$

Solución: a) Área = 1 u^2. b) Las asíntotas verticales son $x = 0$ y $x = 1$. La asíntota horizontal es $y = 2$

19. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2021. Problema 5. (2 puntos)

Un determinado vino tiene un tiempo de crianza en bodega de entre 1 y 4 años. La graduación del vino, G(x), en términos del tiempo de crianza, *x*, viene dada por la función

$$G(x) = x^3 - Ax^2 + 6Bx + 2 \qquad 1 \le x \le 4$$

Determinar, justificando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que la máxima graduación se consigue exactamente a los 2 años, edad en que el vino alcanza los 22 grados.

Solución: A = 9 y B = 4

20. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2021. Problema 6. (2 puntos)

El diámetro de cierta variedad de manzana oscila entre los 2 y los 5 cm. El precio (en céntimos de euro), *P(x)*, que se le paga al agricultor por un kilogramo de estas manzanas viene determinado por su diámetro, *x*, de acuerdo con la siguiente función:

$$P(x) = -2x^3 + 15x^2 - 24x + 30 \qquad 2 \le x \le 5$$

Determinar para qué diámetros se alcanzan los precios máximo y mínimo de las manzanas. ¿Cuáles son estos precios máximo y mínimo? Razonar las respuestas

Solución: El precio máximo es 0.46 € que se obtiene con un diámetro de 4 cm. El precio mínimo es 0.26 € que se obtiene con un diámetro de 2 cm.

21. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2021. Problema 7. (2 puntos)

a) Determinar, razonando la respuesta, el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + 4x - 5$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = 2$. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2+4x-5}$$

Solución: a) 6 u^2 b) Asíntotas verticales: x = –5, x = 1. Asíntota horizontal: y = 0. No hay asíntota oblicua.

22. Extremadura. EBAU Ordinaria 2021. Problema 5. (2 puntos)

El crecimiento (en cm) de una variedad de trigo, C(x), en función de la cantidad de fertilizante (en gramos por metro cuadrado) utilizada, x, viene dado por la función:

$$C(x) = 2x^3 - Ax^2 + Bx + 35 \qquad 0 \le x \le 4$$

Determinar las constantes A y B sabiendo que el crecimiento alcanza su mínimo con una dosis de 3 gramos por metro cuadrado y que para esta dosis las plantas de trigo crecen 8 cm.

Solución: A = 9 y B = 0

23. Extremadura. EBAU Ordinaria 2021. Problema 6. (2 puntos)

Las ventas de un producto (en miles de euros), V(t), en los 6 primeros años desde que se lanzó al mercado, evolucionan de acuerdo con la siguiente función:

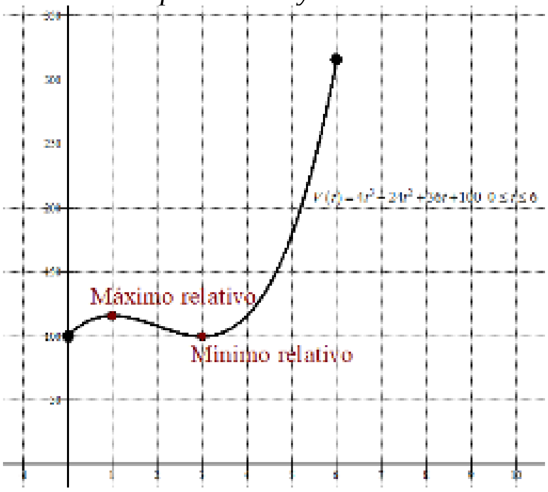
$$V(t)=4t^3-24t^2+36t+100 \quad 0\le t\le 6$$

Se pide determinar, razonando las respuestas:

a) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de las ventas a lo largo de los 6 años. **(1,5 puntos)**

b) Representar gráficamente la función V(t). **(0,5 puntos)**

Solución: a) Las ventas crecen durante el primer año y del tercero al sexto. Decrecen las ventas entre el primer y tercer año. b)



24. Extremadura. EBAU Ordinaria 2021. Problema 7. (2 puntos)

a) Determinar el área encerrada por la función $f(x)=x^2-7x+6$ y el eje OX entre x = 0 y x = 5. **(1 punto)**

b) Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función: **(1 punto)**

$$g(x)=\frac{4x^2+1}{2(x^2-7x+6)}$$

Solución: a) 21.5 u² b) Asíntotas verticales: x = 1, x = 6. Asíntota horizontal: y = 2. No hay asíntota oblicua.

25. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2020. Problema 5. (2 puntos) Durante el estudio de medida del ruido *R*, expresado en decibelios, en un punto de una determinada ciudad se ha comprobado que varía con el tiempo, *t*, expresado en horas de acuerdo con la función:

$$R(t)=t^3-12t^2+36t+60 \quad (1\le t\le 7)$$

Determinar, justificando las respuestas, en qué momento se producen los valores máximo y mínimo de ruido. Calcular dichos valores máximo y mínimo.

Solución: El máximo ruido se produce en t = 2 con un valor de 92 decibelios. El mínimo ruido se produce en t = 6 con un valor de 60 decibelios.

26. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2020. Problema 6. (2 puntos) Cierta levadura es utilizada en la masa del pan en una cantidad, *x*, entre 1 y 5 gramos, El crecimiento de la masa en el horno, *F(x)* (en cm) viene determinado por la cantidad de levadura de acuerdo a la función:

$$F(x)=\begin{cases} Bx+2A & si\ 1\le x<3 \\ x^2+Ax-B & si\ 3\le x\le 5 \end{cases}$$

Se sabe que con 2 gramos de levadura la masa experimenta un crecimiento de 2 cm y que la función es continua. Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta.

Solución: El valor de las constantes es $A=-1$ *y* $B=2$

27. Extremadura. EBAU Extraordinaria 2020. Problema 7. (2 puntos) Se pide, justificando las respuestas:

(a) Hallar el área encerrada por la función $f(x)=x^2+3x+2$ y el eje OX entre $x=1$ y $x=3$.
(1 punto)

(b) Calcular las asíntotas de la función $g(x)=\dfrac{-2x^2+3}{2(x^2+3x+2)}$ **(1 punto)**

Solución: a) $\text{Área}=\int_1^3 x^2+3x+2dx=\dfrac{74}{3}=24.66\,u^2$ *b) Las asíntotas verticales son* $x=-1$ *y* $x=-2$. *La asíntota horizontal es* $y=-1$

28. Extremadura. EBAU Ordinaria 2020. Problema 5. (2 puntos) El gasto G (en euros) por el consumo de energía eléctrica en un taller durante las 8 horas de funcionamiento varía de acuerdo con la función:

$$G(t)=2t^3-27t^2+84t+60 \quad (0\le t\le 8)$$

donde *t* es el tiempo transcurrido en horas. Se pide, justificando las respuestas, determinar a qué horas se producen los gastos máximo y mínimo y los valores de dichos gastos máximo y mínimo.

Solución: El máximo gasto se produce a las 2 horas (136 €) y el mínimo a las 7 horas (11 €).

29. Extremadura. EBAU Ordinaria 2020. Problema 6. (2 puntos) En una piscina natural, el aumento de temperatura (en grados centígrados), *x*, ocasiona un aumento en la cantidad de algas en superficie (en kg), *F(x)*. La relación entre ambas cantidades viene dada por la función:

$$F(x)=\begin{cases} 2Bx+2A & si\ 0\le x\le 3 \\ x^2-3Ax+8B & si\ x>3 \end{cases}$$

Se sabe que para un aumento de 4 grados centígrados, se han recogido 12 kg de algas y que la función es continua. Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta.

Solución: Los valores buscados son A = B = 1.

30. Extremadura. EBAU Ordinaria 2020. Problema 7. (2 puntos) Se pide, justificando las respuestas:

(a) Hallar el área encerrada por la función $f(x)=x^2+x-2$ y el eje OX entre $x=4$ y $x=6$.
(1 punto)

(b) Calcular las asíntotas de la función $g(x)=\dfrac{-2x^2-1}{3(x^2+x-2)}$ **(1 punto)**

Solución: a) $\text{Área}=\dfrac{170}{3}=56,66\,u^2$

b) Hay dos asíntotas verticales: $x=-2$ *y* $x=1$. *La asíntota horizontal es* $y=\dfrac{-2}{3}$

31. Extremadura. EBAU Julio 2019. Opción A. Problema 2 La potencia requerida por la maquinaria eléctrica de una empresa durante las 10 horas de su funcionamiento viene dada por la expresión:

$$P(t)=-t^3+15t^2-48t+50 \quad (0\le t\le 10)$$

Donde *t* es el tiempo expresado en horas y *P(t)* la potencia expresada en kilowatios (kw). Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar a qué horas se produce el máximo y el mínimo de esta potencia. **(1.5 puntos)**
(b) Calcular dichos valores máximo y mínimo. **(0.5 puntos)**
(c) Calcular el área encerrada por la función *P(t)* y el eje OX entre *t* = 1 y *t* = 5. **(1 punto)**

Solución: a) A las 2 horas se produce la mínima potencia y a las 8 horas se produce la máxima potencia.

b) El valor máximo es $P(8)=114$ *y el mínimo es* $P(2)=6$. *c)* $Área = 88\,u^2$

32. Extremadura. EBAU Julio 2019. Opción B. Problema 2 En un cultivo de bacterias desarrollado durante 6 horas se produce cierta sustancia de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$S(t)=At^3-2Bt^2+5t,\quad 1\le t\le 6$$

donde *S(t)* es la cantidad de sustancia producida (en ml) y *t* el tiempo de desarrollo del cultivo. Se sabe que la producción de la sustancia es mínima a las 5 horas, momento en el cual se inhibe la actividad bacteriana y la producción es de 0 ml.

(a) Determinar las constantes *A* y *B*. Justificar la respuesta. **(2 puntos)**

(b) Calcular las asíntotas de la función $S(t)/\left(t^2(t-2)\right)$ en el intervalo $(1,\infty)$. **(1 punto)**

Solución: a) A = 1/5; B = 1. b) La asíntota vertical es $x=2$. *La asíntota horizontal es y = 1/5*

33. Extremadura. EBAU Junio 2019. Opción A. Problema 2 Durante la crecida de un río, la Confederación Hidrográfica del Tajo ha estimado que el caudal (en m^3/s) ha variado durante las primeras 6 horas de acuerdo con la función:

$$C(t)=2t^3-21t^2+60t+20\ \ (0\le t\le 6)$$

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar las horas de máximo y mínimo caudal. **(1.5 puntos)**

(b) Calcular dichos valores máximo y mínimo. **(0.5 puntos)**

(c) Hallar el valor del área encerrada por la función C(t) y el eje OX entre los valores $t = 3$ y $t=5$. **(1 punto)**

Solución: a) La hora de mínimo caudal es la hora 0 y la de máximo caudal es a las 2 horas.
b) El caudal máximo es de 72 y el mínimo es de 20. c) $Área = 106\,u^2$

34. Extremadura. EBAU Junio 2019. Opción B. Problema 2 El precio de cada acción de una determinada empresa oscila entre 2 y 8 euros. La facturación de dicha empresa en bolsa depende del precio de la acción y viene dada por la función:

$$F(x)=\begin{cases}3+Ax & si \quad 2\le x\le 5\\ 53+2x+Bx^2 & si \quad 5<x\le 8\end{cases}$$

siendo *F(x)* la facturación de la empresa en bolsa (en miles de euros) y *x* el precio de la acción (en euros). Se sabe que para un precio de la acción de 5 euros la facturación es de 13 mil euros y que la función es continua. Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar las constantes *A* y *B*. **(2 puntos)**

(b) Calcular las asíntotas verticales de la función $F(x)/(x^2-3x-4)$ en el intervalo [2, 5]. **(1 punto)**

Solución: a) Los valores buscados son $A=2$ *y* $B=-2$. *b) La asíntota vertical es* $x=4$

35. Extremadura. EBAU Julio 2018. Opción A. Problema 2

En el estudio realizado recientemente sobre cambio climático, por el grupo intergubernamental de expertos, se expusieron datos sobre la disminución del hielo ártico en los océanos. Una función que ajusta esos valores desde el año 1900 es la siguiente:

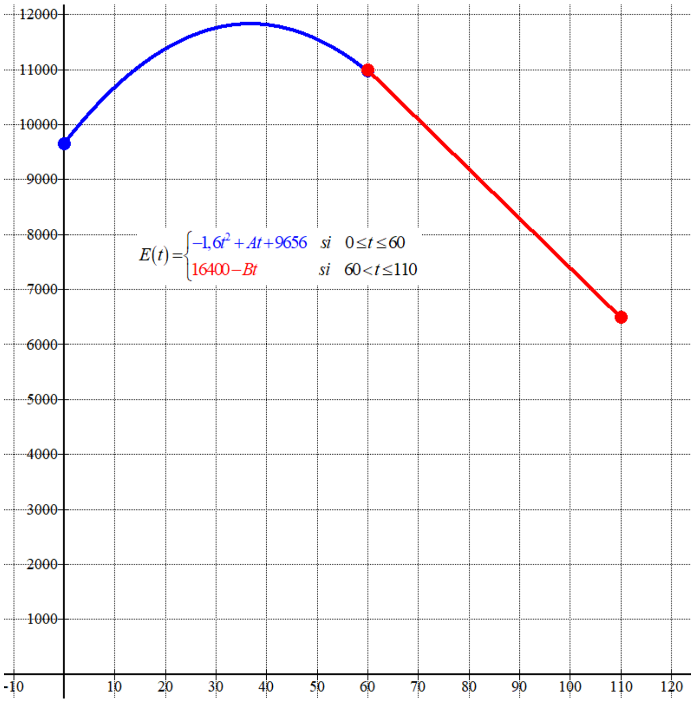
$$E(t)=\begin{cases}-1,6t^2+At+9656 & si \quad 0\le t\le 60\\ 16400-Bt & si \quad 60<t\le 110\end{cases}$$

donde *E* es la extensión de hielo ártico en los océanos en millones de km^2 y *t* el año de estudio. Se sabe que la función es continua y tiene un máximo en el año 1937 (t=37).

(a) Determinar las constantes *A* y *B*. Justificar la respuesta. **(2 puntos)**

(b) Representar gráficamente la extensión de hielo ártico en los océanos en función del tiempo.

(1 punto)



Solución: a) A = 118.4 y B = 90 b)

36. Extremadura. EBAU Julio 2018. Opción B. Problema 2

En una urbanización se ha verificado durante un control que el consumo de agua en metros cúbicos, entre las 14 y las 21 horas, varía de acuerdo con la función:

$$C(t) = -4t^3 + 210t^2 - 3600t + 20400, \quad 14 \le t \le 21$$

Siendo C el agua consumida en metros cúbicos y t la hora de realización del control.

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar las horas de máximo y mínimo consumo de agua. **(1.5 puntos)**

(b) Hallar los valores de dichos consumos máximo y mínimo. **(0.5 puntos)**

(c) Calcular el área encerrada por la curva C y el eje de abscisas entre las 15 y las 20 horas. **(1 punto)**

Solución: a) Se alcanza un consumo mínimo de agua a las 15 horas y máximo consumo a las 20 horas
b) El consumo mínimo es 150 y el máximo es 400 c) 1375 u^2.

37. Extremadura. EBAU Junio 2018. Opción A. Problema 2

El consumo medio anual de combustible (en litros) por vehículo en Estados Unidos desde 1960 a 2000 se modeliza con la función

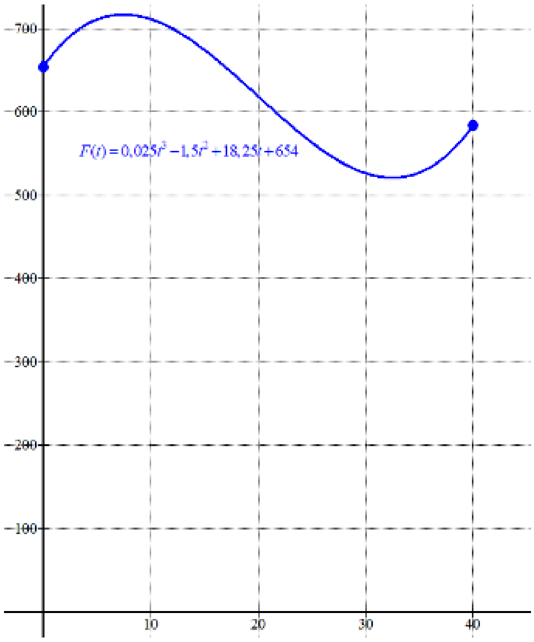
$$F(t) = 0{,}025t^3 - At^2 + Bt + 654, \quad 0 \le t \le 40$$

donde *F(t)* es el número de litros y t el tiempo desde el año 1960. Se sabe quo en el año 1970 *(t =* 10) el consumo fue 711.5 litros y en 1990 (*t* = 30) el consumo fue 526.5 litros.

(a) Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta. **(2 puntos)**

(b) Representar gráficamente el consumo medio de combustible en función del tiempo.**(1 punto)**

Solución: a) A = 1,5 y B = 18,25 b)



38. Extremadura. EBAU Junio 2018. Opción B. Problema 2

Una empresa ha estimado que, al cabo de 10 años de funcionamiento, el balance de sus ingresos y gastos (en miles de euros), en función de los años transcurridos, ha sido el siguiente:

$$I(t) = -3t^2 + 62t. \quad 0 \le t \le 10$$

$$G(t) = t^2 - 10t + 120, \quad 0 \le t \le 10$$

donde *I* representa los ingresos y *G*, los gastos. Se pide, razonando las respuestas:

(a) La función que expresa el beneficio de la empresa. **(0.5 puntos)**

(b) ¿Cuándo se obtiene el beneficio máximo? ¿A cuánto asciende? **(1.5 puntos)**

(c) Calcular el área encerrada por la gráfica de la función *G(t)* y el eje de abscisas en el intervalo [0,5]. **(1 punto)**

Solución: a) $B(t) = -4t^2 + 72t - 120. \quad 0 \le t \le 10$ *b) Al cabo de 9 años se obtiene un beneficio máximo de 204000 € c) Área = 1550/3 = 516.67* u^2.

39. Extremadura. EBAU Julio 2017. Opción A. Problema 2

En el estudio en un laboratorio del tratamiento con antibióticos frente a una bacteria patógena durante 7 días, se ha encontrado que el número de bacterias vivas (en miles) a lo largo de estos 7 días ha variado de acuerdo con la función:

$$B(t) = -t^3 + 12t^2 - 36t + 80, \quad 1 \le t \le 7$$

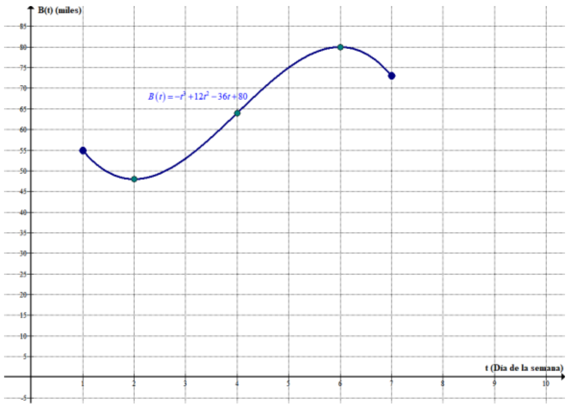
Siendo *B* el número de bacterias vivas (en miles) y *t* el día de realización del estudio. Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar los días del estudio en los que se ha observado el número máximo y mínimo de bacterias vivas. **(1.5 puntos)**

(b) Hallar los valores de dichos valores máximo y mínimo. **(0.5 puntos)**

(c) Representar de forma aproximada la función *B(t)* a lo largo de los 7 días del estudio. **(1 punto)**

Solución: a) Se observa un número máximo de bacterias (B(6) = 80) el sábado (6) y un número mínimo relativo (B(2) = 48) el martes (2) *b) El sábado hay 80000 bacterias y el martes 48000.* *c)*



40. Extremadura. EBAU Julio 2017. Opción B. Problema 2

La demanda de un producto es función de su precio según la expresión

$$D(x)=\begin{cases} Ax-x^2 & si \quad 20\le x\le 30 \\ 600-Bx & si \quad 30< x\le 60 \end{cases}$$

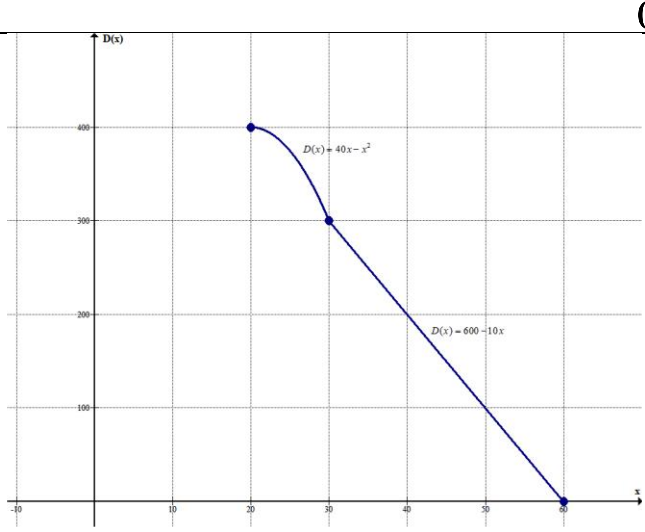
donde D denota la demanda en unidades y x el precio en euros. Se sabe que la demanda para x = 30 es de 300 unidades y que la función es continua.

(a) Determinar las constantes A y B. Justificar la respuesta. **(1.5 puntos)**

(b) Representar gráficamente la demanda en función de x. **(1 punto)**

(b) Comprobar si la función $D(x)/(x – 25)$ tiene alguna asíntota. Encontrarla en caso afirmativo. Justificar la respuesta. **(0.5 puntos)**

Solución: a) A = 40 y B = 10 *b)*



c) x = 25 es asíntota vertical y no tiene asíntota horizontal ni oblicua.

41. Extremadura. EBAU Junio 2017. Opción A. Problema 2

El número de visitantes al Museo Nacional de Arte Romano de Mérida en horario de mañana viene dado por la función

$$V(t)=A-2310t+Bt^2-10t^3, \quad 8\le t\le 13,$$

donde $V(t)$ denota el número de visitantes y t la hora (desde las 8 hasta las 13). Se sabe que el número máximo de visitantes se alcanza para t = 11 horas y que a las 12 horas el número de visitantes es 480.

Se pide, justificando las respuestas:

(a) Determinar las constantes A y B. **(2 puntos)**

(b) Encontrar el número máximo de visitantes. **(0.5 puntos)**

(c) Determinar si la función $V(t)/(t-10)$ tiene alguna asíntota. En caso afirmativo, determinarla. **(0.5 puntos)**

Solución: a) A = 6600 y B = 270 b) A las 11 horas hay 550 visitantes c) tiene una asíntota vertical en $x = 10$.

42. Extremadura. EBAU Junio 2017. Opción A. Problema 2

El número de empleados de una factoría de fabricación de automóviles varía a lo largo del año de acuerdo con la función:

$$N(t) = t^3 - 21t^2 + 99t + 1000, \quad 1 \le t \le 12$$

Siendo *N* el número de empleados y *t* los distintos meses del año.

Se pide, justificando las respuestas:

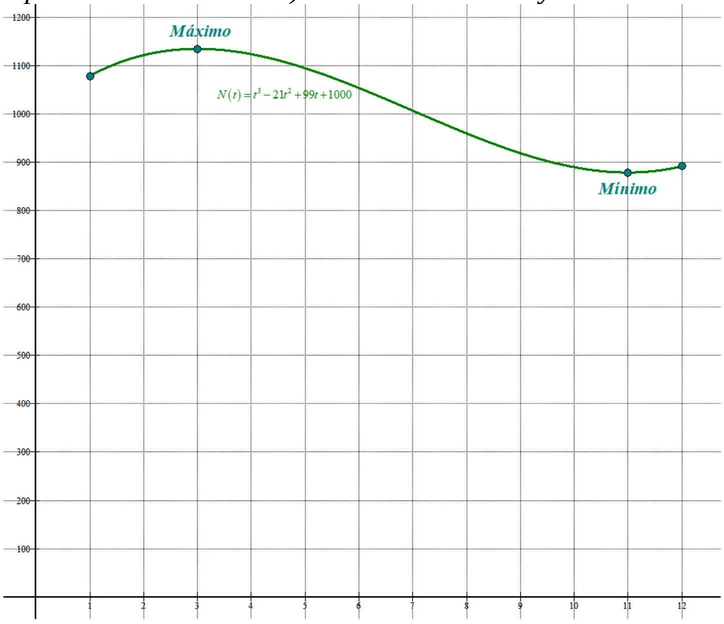
(a) ¿En qué meses del año se producen el máximo y el mínimo de empleados? **(1 punto)**

(b) Halla los valores de dichos máximo y mínimo. **(1 punto)**

(c) Representa de forma aproximada la función *N(t)* en dicho periodo. **(1 punto)**

Solución: a) El mínimo de empleados es 879 y se produce en el mes 11. El máximo de empleados es 1135 y se produce en el mes 3 b) El máximo es 1135 y el mínimo es 879

c)

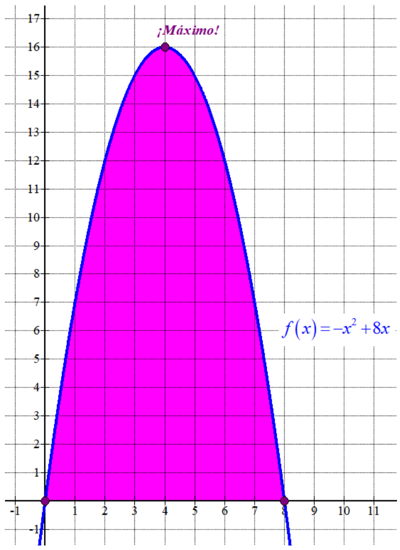


GALICIA

1. Galicia. ABAU Extraordinaria 2024. EJERCICIO 3. Análisis. La función $f(x)=ax^2+bx+c$, en donde a, b, c son números reales, pasa por el origen de coordenadas y tiene un máximo en el punto P (4, 16).

a) Calcule los valores de a, b, c.

b) Realice la representación gráfica de la función *f(x)* y determine el área comprendida entre dicha función y el eje OX.



Solución: a) Los valores buscados son a = –1, b = 8 y c = 0. b) El área tiene un valor aproximado de 85.33 unidades cuadradas.

2. Galicia. ABAU Extraordinaria 2024. EJERCICIO 4. Análisis. Una fábrica produce un artículo de pesca deportiva y vende cada unidad a un precio $P(x)$ (en euros) que depende del número total de unidades producidas x:

$$P(x)=-\frac{x^2}{20}+x+55, \quad 0\le x\le 30.$$

Se sabe que la producción de x unidades supone un coste fijo de 80 euros más un coste variable de 11,25 euros por unidad.

a) Calcule las expresiones de las funciones de coste, ingreso y beneficio.

b) ¿Cómo debe planificarse la producción para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? ¿Cuál sería el precio de venta por unidad en ese caso?

Solución: a) $C(x)=80+11.25x$, $I(x)=\frac{-x^3}{20}+x^2+55x$, $B(x)=\frac{-x^3}{20}+x^2+43.75x-80$.

***b)** El beneficio máximo que se puede conseguir es de 857.5 € con la producción de 25 unidades. El precio de venta por unidad es de 48.75 €.*

3. Galicia. ABAU Ordinaria 2024. EJERCICIO 3. Análisis. El número de vehículos vendidos por un concesionario a lo largo del último año se estima que viene dado por la función

$$N(t)=\begin{cases}28-(t-4)^2 & 0\le t<6\\(t-10)^2+8 & 6\le t\le 12\end{cases}$$

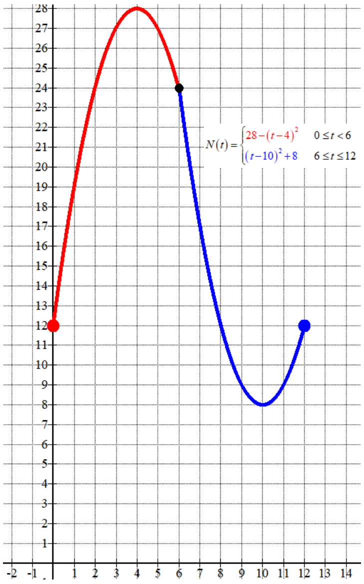
en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

a) Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del número de vehículos vendidos. ¿Cuál ha sido el mayor número de vehículos vendidos? ¿Y el menor? ¿En qué momentos se han producido? Justifique sus respuestas.

b) Con la información del apartado anterior, represente la gráfica de la función.

c) ¿Hubo algún período del año en el que el número de vehículos vendidos haya sido inferior a 12 unidades? Justifique su respuesta.

Solución: a) El número de vehículos vendidos crece los cuatro primeros meses, decrece del mes cuarto al mes décimo y vuelve a crece en los últimos dos meses del año. El máximo número de coches vendidos es 28 en el cuarto mes. El número mínimo de coches vendidos es 8 en el mes décimo. b)



Se venden menos de 12 unidades en el mes noveno, décimo y undécimo.

4. Galicia. ABAU Ordinaria 2024. EJERCICIO 4. Análisis. Considérese la siguiente función:

$$f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$$

donde a, b, c son números reales.

a) Calcular a, b, c sabiendo que la función $f(x)$ pasa por (2,8) y que tiene un extremo relativo en (0,16).

b) Para $a = b = 0$ y $c = 16$, calcule el área de la región limitada por la función $f(x)$ y la recta $y=8$.

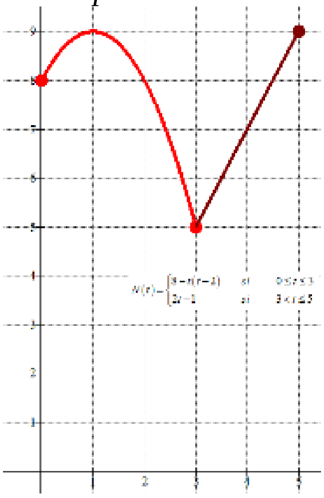
Solución: a) Los valores buscados son a = 0, b = 0 y c = 16. b) El área tiene un valor aproximado de 21.33 unidades cuadradas

5. Galicia. ABAU Extraordinaria 2023. EJERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función $N(t)=\begin{cases}8-t(t-2) & si & 0\le t\le 3\\2t-1 & si & 3<t\le 5\end{cases}$ *donde t es el tiempo transcurrido en meses*

a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en qué momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.

b) Represente gráficamente la función N(t). Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función N(t), el eje de abscisas y las rectas t = 0 y t = 5.

Solución: a) La función crece en (0, 1) ∪ (3, 5) y decrece en (1, 3). El máximo absoluto de ventas se produce en los meses 1 y 5 siendo estas ventas de 9000 ejemplares. El número mínimo de ventas se produce al tercer mes siendo estas ventas de 5000 ejemplares.

b)  *Área = 38 unidades cuadradas.*

6. Galicia. ABAU Extraordinaria 2023. EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x)=\frac{x}{a}+\frac{a}{x},\ x\neq 0,\ a\neq 0$

a) Calcule los valores del parámetro "a" para que *f(x)* tenga un punto crítico en $x_0=3$.

b) Para a = 3, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

Solución: a) Los valores buscados son a = –3 y a = 3. b) La función crece en $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$ *y decrece en* $(-3,0)\cup(0,3)$. *La función tiene un máximo relativo en x = –3 y un mínimo relativo en x = 3. La gráfica de la función es cóncava (∩) en el intervalo (–∞, 0) y es convexa (∪) en el intervalo (0, +∞). No presenta puntos de inflexión.*

7. Galicia. ABAU Ordinaria 2023. EJERCICIO 3. Análisis. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $N(t)=t^3-24t^2+180t+8000,\ 0\leq t\leq 11$

a) Determine los períodos de crecimiento y decrecimiento del agua almacenada.

b) Calcule la cantidad de agua almacenada en el último año (t =11).

c) Calcule el año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo y el volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

Solución: a) La función crece en (0, 6) ∪ (10, 11) y decrece en (6, 10). b) En el año 11 hay depositados 8407 millones de litros en el embalse. c) El año 6 tuvo la mayor cantidad de agua depositada, siendo esta de 8432 millones de litros.

8. Galicia. ABAU Ordinaria 2023. EJERCICIO 4. Análisis. Los beneficios obtenidos durante el primer año (en cientos de euros) por un establecimiento dedicado al reparto de comida a domicilio vienen dados por la función

$$B(t)=t(t-a)^2,\quad 0\leq t\leq 12$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde la apertura del establecimiento.

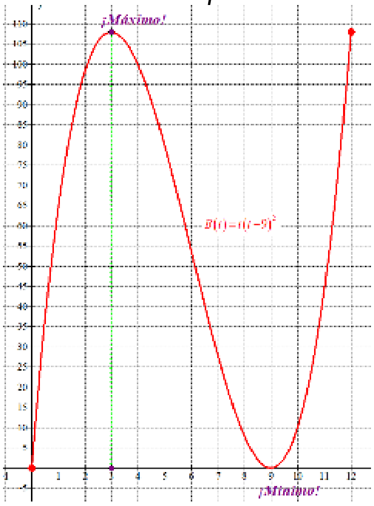
a) Calcule el valor del parámetro a teniendo en cuenta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t=6$.

b) Para a = 9, ¿cuál ha sido el mayor beneficio obtenido? ¿En qué momento o momentos se ha producido? Justifica las respuestas.

c) Para $a = 9$, represente la gráfica de la función $B(t)$ teniendo en cuenta la información anterior y el estudio de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) El valor buscado es a = 9. b) La función beneficio toma su máximo valor transcurridos 3 y 12 meses. Este beneficio máximo es de 10800 euros.

c)



9. Galicia. ABAU Extraordinaria 2022. EJERCICIO 3. Análisis. Los costes de una empresa, en cientos de miles de euros, vienen dados por la función:

$C(t) = t^3 - \frac{21}{2}t^2 + 30t - 12$, t es el tiempo en años y $1 \le t \le 6$

a) Calcule los costes máximos alcanzados. ¿En qué momento se producen?

b) Estudie el crecimiento y decrecimiento de los costes. Determine el coste mínimo y en qué momento se alcanza.

c) ¿Cuáles son los costes al inicio y al final del periodo en estudio?

Solución: a) El coste máximo es de 1.400.000 € y se produce el segundo año. b) Crece en $[1,2)\cup(5,6]$ *y decrece en* $(2,5)$. *El coste mínimo es de 50.000 € y se produce el quinto año. c) El coste inicial es de 850.000 € y el final de 600.000 €.*

10. Galicia. ABAU Extraordinaria 2022. EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función

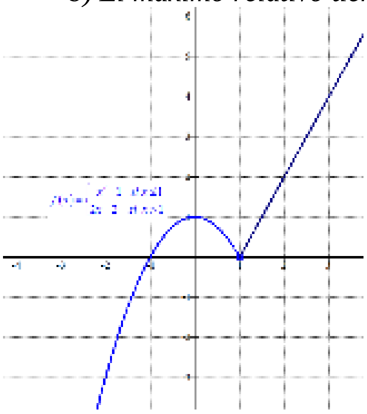
$$f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & si\ x \le 1 \\ 2x-a & si\ x > 1 \end{cases}$$

a) Calcule el valor de parámetro *a* para que la función *f(x)* sea continua en todo R.

b) Para *a = 2* calcule los extremos relativos de la función *f(x)* y represéntela.

c) Calcule el área de la región delimitada por la función *f(x)*, para *a = 2*, y las rectas Y=0, X=0 y X=2.

Solución: a) a = 2 *b) El máximo relativo tiene coordenadas (0, 1). El mínimo relativo tiene coordenadas (1, 0).*



c) $Área = \frac{5}{3} \simeq 1.67\,u^2$

11. Galicia. ABAU Ordinaria 2022. EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves *N(t)*, en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene dado por la función:

$$N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & si \quad 0 \le t \le 10 \\ 95 - \dfrac{250}{t} & si \quad t > 10 \end{cases}$$

a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función N(t) ¿Entre qué años crece la función? ¿Entre qué años decrece?

b) ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?

c) Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

Solución: a) La función N(t) es decreciente en $\left[0,4\right)$ *y creciente en* $\left(4,+\infty\right)$. *Decrece entre los años 0 y 4. Crece a partir del año cuarto. b) El mínimo relativo se produce al final del cuarto año. El número de aves es de 3400. c) Entre los años 8 y 12.5 el número de aves se encuentra entre 5000 y 7500. Con el paso del tiempo el número de aves tiende a estabilizarse en 9500.*

12. Galicia. ABAU Ordinaria 2022. EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f\left(x\right) = x^3 - ax^2 + 8x$

a) Calcule el valor del parámetro "a" teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.

b) Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

Solución: a) a = 0 b) Área = 8 u^2.

13. Galicia. ABAU Extraordinaria 2021. PREGUNTA 3. Análisis. Después de t horas de funcionamiento el rendimiento de una máquina (en una escala de 0 a 100) viene dado por la función $r(t) = \dfrac{kt}{t^2+4}$ $con\, t > 0$

a) Calcule K sabiendo que el rendimiento a las 4 horas es de 76.

b) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento del rendimiento durante las 7 primeras horas de funcionamiento.

c) ¿En qué momento se consigue el rendimiento máximo?, ¿Cuál es su valor?

Solución: a) K = 380 b) La función crece en $\left(0,2\right)$ *y decrece en* $\left(2,7\right]$ *c) El rendimiento máximo se obtiene en t = 2. Un rendimiento de 95 en una escala de 0 a 100.*

14. Galicia. ABAU Extraordinaria 2021. PREGUNTA 4. Análisis. Una empresa puede vender *x* unidades al mes de un determinado producto al precio de $518 - x^2$ euros por unidad. Por otra parte, el fabricante tiene gastos mensuales: unos fijos de 225 euros y otros de 275*x* euros que dependen del número *x* de unidades.

a) Determine las funciones I(x) y B(x) que expresan los ingresos y beneficios obtenidos por la producción y venta de x unidades, respectivamente. ¿Qué beneficio se obtiene si se producen y se venden 10 unidades?

b) Calcule el número de unidades que hay que producir para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascenderían dichos beneficios? ¿Cuál sería el precio de venta de una unidad en ese caso?

Solución: a) $I\left(x\right) = x\left(518 - x^2\right) = 518x - x^3$. $B\left(x\right) = -x^3 + 243x - 225$. *Si se venden 10 unidades el beneficio es de 1205 €. b) Hay que producir 9 unidades para obtener un beneficio máximo. El beneficio asciende a 1233 €. El precio de venta es 437 € por unidad*

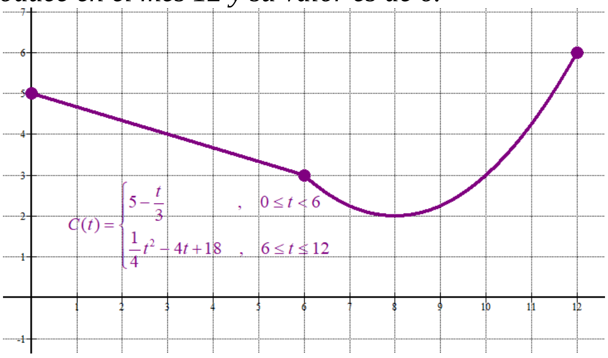
15. Galicia. ABAU Ordinaria 2021. PREGUNTA 3. Análisis. La cantidad de CO_2 (en millones de toneladas) emitidas a la atmósfera por una determinada región a lo largo del año 2020, viene dada por la función: $C(t)=\begin{cases} 5-\dfrac{t}{3} & , \quad 0\le t<6 \\ \dfrac{1}{4}t^2-4t+18 & , \quad 6\le t\le 12 \end{cases}$ siendo t el tiempo transcurrido en meses desde comienzo del año.

a) Estudie en qué períodos se ha producido un aumento/disminución de la cantidad de CO_2 emitida a la atmósfera.

b) ¿Cuáles son las cantidades máxima y mínima de CO_2 emitidas a la atmósfera a lo largo del año 2020? ¿En qué momentos se produjeron?

c) Represente la gráfica de la función C(t) teniendo en cuenta el estudio realizado en los apartados anteriores.

Solución: a) La cantidad de CO_2 emitida a la atmósfera decrece durante los 8 primeros meses y crece del mes 8 al 12 b) La cantidad mínima se produce en el mes 8 y es de 2. La cantidad máxima se produce en el mes 12 y su valor es de 6.

c)


16. Galicia. ABAU Ordinaria 2021. PREGUNTA 3. Análisis. Un fabricante de automóviles hace un estudio sobre los beneficios, en miles de euros, a lo largo de los diez últimos años, y comprueba que éstos se ajustan a la función

$B(t)=t^3-18t^2+81t-3 \quad si \quad 0\le t\le 10$, (t en años)

a) ¿Qué beneficios obtuvo la empresa el último año del estudio?

b) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento de los beneficios

c) ¿En qué años se producen los beneficios máximos y mínimos y a cuánto ascienden?

d) Calcule $\int_1^2 B(t)dt$.

Solución: a) Los beneficios en el año 10 son de 7000 € b) Los beneficios crecen durante los tres primeros años y del año 9 al 10. Decrecen del año 3 al 9 c) El beneficio máximo se alcanza en el año 3 y es de 105000 €. El beneficio mínimo se alcanza en el año 0 y 9 y es de –3000 €. d) 321/4

17. Galicia. ABAU Extraordinaria 2020. PREGUNTA 3. Análisis. Los gastos financieros de una organización, en cientos de miles de euros, siguen la función: $G(t)=\begin{cases} 4-\left(\dfrac{t}{3}\right), & 0\le t\le 3 \\ (5t-3)/(t+1), & t>3 \end{cases}$

siendo t el tiempo en años transcurridos.

a) ¿En qué momento los gastos son iguales a 400.000 euros? Razona la respuesta.

b) ¿Cuándo crece *G(t)*? ¿Cuándo decrece *G(t)*? ¿Cuándo los gastos alcanzan su valor mínimo y cuánto valen?

c) ¿Qué ocurre con los gastos cuando el número de años crece indefinidamente?

Solución: a) Ocurre en dos momentos. En t = 0, al comienzo y en t = 7, pasados 7 años.
b) La función decrece en $\left[0,3\right)$ *y crece en* $\left(3,+\infty\right)$*. La función alcanza un gasto mínimo en t = 3 y es de 300.000 €. c) Los gastos tienden a estabilizarse en 500. 000 €.*

18. Galicia. ABAU Extraordinaria 2020. PREGUNTA 4. Análisis. Una pequeña empresa comercializa paraguas a 60 euros la unidad. El coste de producción diario de " x " paraguas viene dado por la función $C\left(x\right)=x^2-10x$, estando limitada su capacidad de producción a un máximo de 70 paraguas al día ($0 \leq x \leq 70$)

a) Obtenga las expresiones de las funciones que determinan los ingresos y los beneficios diarios obtenidos por la empresa en función del número de paraguas producidos " x".

b) Determine el número de paraguas que debe producir diariamente para obtener el máximo beneficio. ¿A cuánto ascienden los ingresos, los costes y los beneficios diarios en este caso? Razone la respuesta.

Solución: a) $I\left(x\right)=60x$ *;* $B(x)=I(x)-C\left(x\right)=-x^2+70x; \quad 0 \leq x \leq 70$.
b) Con la producción de 35 paraguas diarios se consigue unos ingresos de 2100 €, con unos costes de 875 € dejando unos beneficios máximos de 1225 €.

19. Galicia. ABAU Ordinaria 2020. PREGUNTA 3. Análisis. El número de personas (en miles) que visitan cada año un parque temático viene dado por la función
$P\left(t\right)=\dfrac{180t}{t^2+9}, t \geq 0$ en donde *t* es el tiempo transcurrido en años desde su apertura en el año 2010 $(t=0)$

a) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento del número de visitantes.

b) ¿En qué año recibió el mayor número de visitantes? ¿A cuánto ascienden? Razone las respuestas.

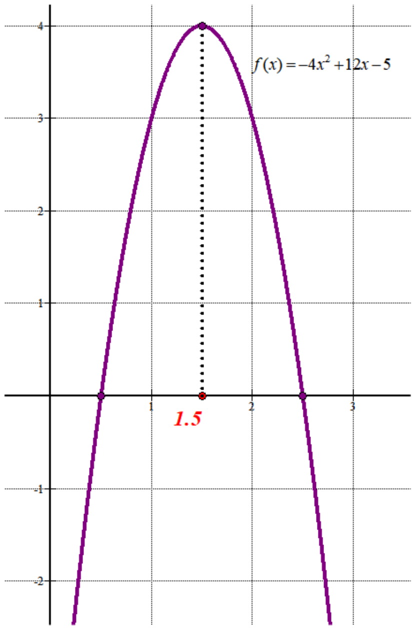
c) ¿A partir de qué año el número de visitantes será inferior a 18000 personas? ¿Qué ocurrirá con el número de visitantes con el paso del tiempo? Razone las respuestas.

Solución: a) El número de visitantes crece de 2010 a 2013 y disminuye del 2013 en adelante.
b) En el año 2013 recibió el máximo número de visitantes siendo esta cifra de 30000.
c) En los años 2011 (t =1) y 2019 (t =9) se tienen 18000 visitantes. Con el paso del tiempo los visitantes dejan de ir al parque temático.

20. Galicia. ABAU Ordinaria 2020. PREGUNTA 4. Análisis.
Dada la función $f(x)=-4x^2+12x-5$

a) Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

b) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función *f(x)*, el eje *OX* y las rectas $x=1,\ x=2$.



Solución: a) Los puntos de corte son Q(0.5, 0) y R(2.5, 0).
Crece en $(-\infty,1.5)$ *y decrece en* $(1.5,+\infty)$. *La función presenta un máximo relativo en M(1.5, 4).*

b) $Área=\int_1^2 -4x^2+12x-5dx=\frac{11}{3}=3,66\,u^2$

21. Galicia. ABAU Julio 2019. Opción A. PROBLEMA 2. El precio de venta de un electrodoméstico en un centro comercial (en cientos de euros) viene dado por la función:

$$P(t)=\frac{44}{t^2-4t+16}+2$$

siendo t el tiempo transcurrido en años desde el momento en que se puso a la venta.

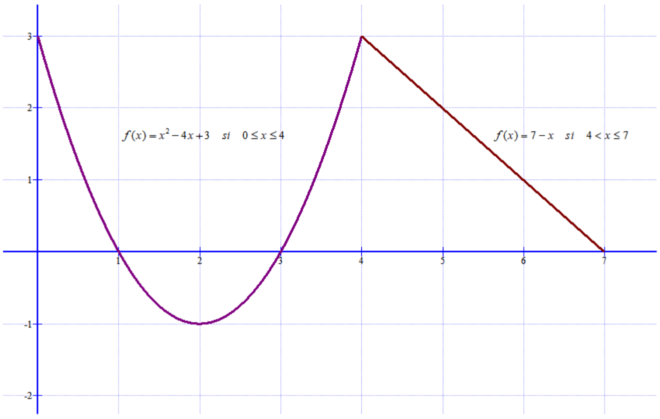
a) Calcula el precio de lanzamiento del producto. ¿En qué momento el precio del electrodoméstico vuelve a ser el mismo que el precio del lanzamiento?
b) Determina los periodos en los que el precio del electrodoméstico ha aumentado y ha disminuido. ¿Cuál ha sido el precio de venta máximo? ¿En qué momento se ha producido?
c) Estudia la tendencia del precio de venta del electrodoméstico con el paso del tiempo?

Solución: a) El precio de lanzamiento es 475 €. Al cabo de los 4 años vuelve a tener el precio de la promoción b) El precio aumenta durante los 2 primeros años, disminuye a partir del segundo año. Alcanzando un precio máximo el segundo año de 566,66 €. c) El precio tiende a ser de 200 €.

22. Galicia. ABAU Julio 2019. Opción B. PROBLEMA 2. Considera la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+3 & si \quad 0\le x\le 4 \\ 7-x & si \quad 4<x\le 7 \end{cases}.$$

a) Representa la función estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos relativos. ¿Para qué valores de x es $f(x)\ge 0$?.
b) Calcula el área del recinto limitado por los ejes y la parte de la función tal que $f(x)\ge 0$.



Solución: a) Los puntos de corte con los ejes son A(0, 3), B(3, 0), C(1, 0) y D(7, 0). La función decrece en (0, 2), crece en (2, 4) y decrece en (4, 7). Tiene un mínimo relativo en x = 2. $f(x) \ge 0$ *en el intervalo* $[0,1] \cup [3,7]$ *b) Área = 43/6 = 7.16 u*^{2}.

23. Galicia. ABAU Junio 2019. Opción A. PROBLEMA 2. El número de espectadores de una serie (N), en millones, en función del tiempo (t), en años, sigue un modelo dado por la función: $N(t) = K + \dfrac{8t}{1+t^2}$

a) Calcula el valor de K si se sabe que al final del segundo año el número de espectadores era de 4,2 millones.

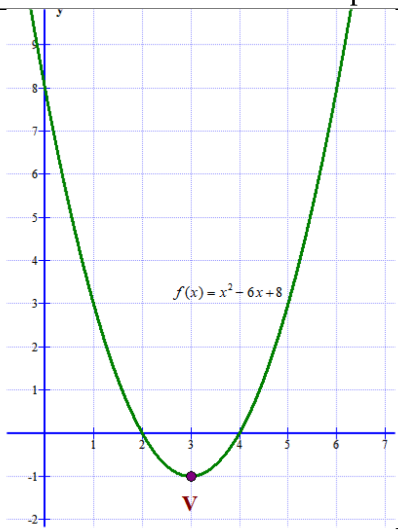
b) Estudia el crecimiento, el decrecimiento y el momento y valor máximo de la audiencia.

Solución: a) K = 1 b) El número de espectadores de la serie aumenta durante el primer año y a partir de ese momento comienza a disminuir. Al final del primer año la serie tiene su máxima audiencia, llegando a 5 millones de espectadores.

24. Galicia. ABAU Junio 2019. Opción B. PROBLEMA 2. Dada la función $f(x) = x^2 - 6x + 8$.

a) Realiza su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

b) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de la función y los ejes de coordenadas.



Solución: a) Los puntos de corte son A(2, 0), B(4, 0) y C(0, 8). En (–∞, 3) la función decrece y en (3, +∞) la función crece. Presenta un mínimo en x = 3

25. Galicia. ABAU Septiembre 2018. Opción A. PROBLEMA 2. Un nuevo producto tiene una demanda en miles de unidades que responde aproximadamente a la función $N(t) = 5 + 20t/(1+t^2)$. $t \ge 0$ en meses.

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la demanda. Calcula la demanda máxima y el momento en el que se alcanza.
b) Evalúa la tendencia a largo plazo y representa la función.
c) ¿Después del máximo, bajaría la demanda de 11 000 unidades? ¿Cuándo?

Solución: a) La demanda aumenta durante el primer mes y a partir de ahí disminuye, la demanda máxima se produce justo al cabo del primer mes y asciende a 15 000 unidades. b) Con el paso del tiempo la demanda disminuirá y se acercará a 5 000 unidades

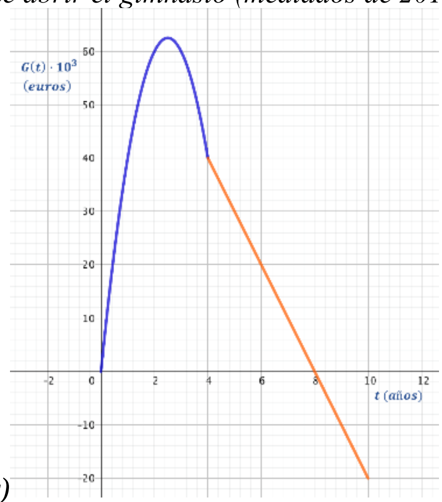
c) Después del máximo, bajaría a partir del tercer mes en adelante.

26. Galicia. ABAU Septiembre 2018. Opción B. PROBLEMA 2. Un gimnasio abre al público a principios de 2008, la función:

$$G(t) = \begin{cases} 10\left(5t - t^2\right) & si \quad 0 \le t \le 4 \\ 80 - 10t & si \quad 4 < t \le 10 \end{cases}$$

indica como evolucionaron sus ganancias (en miles de euros) en función del tiempo t (en años) transcurrido desde su apertura, correspondiendo $t = 0$ a principios de 2008.
a) Estudia en qué períodos se produjo un aumento y en los que se produjo una disminución de sus ganancias.
b) ¿A cuánto ascendieron las ganancias máximas? ¿En qué año se obtuvieron?
c) Representa la gráfica $G(t)$. ¿En algún año después de su apertura no se obtuvieron ganancias? ¿A partir de algún año dejó de ser rentable el gimnasio? ¿Cuándo?

Solución: a) Las ganancias aumentaron durante los primeros dos años y medio y disminuyeron a partir de ese momento hasta el décimo año b) Las ganancias máximas se obtuvieron a los dos años y medio de abrir el gimnasio (mediados de 2010) y ascendieron a 62 500 €.

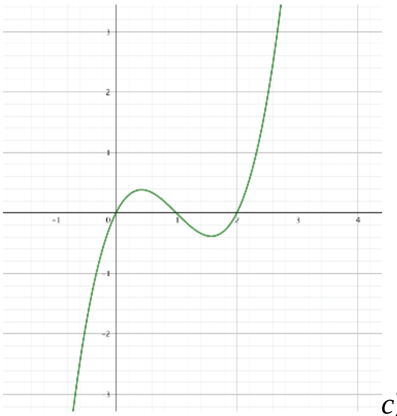


c) En el octavo año (2016) el gimnasio no obtuvo ganancias y a partir de ahí en los dos años siguientes tuvo pérdidas (años 2017 y 2018).

27. Galicia. ABAU Junio 2018. Opción A. PROBLEMA 2. Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$.

a) Calcula la primitiva F de f verificando que *F(2) = 1*.
b) Estudia el crecimiento y decrecimiento y representa gráficamente la función *f*.
c) Calcula el área limitada por la curva *f(x)* y el eje X entre *x = 0* y *x = 2*.

Solución: a) $F(x) = \frac{x^2}{4} - x^3 + x^2 + 1$ *b) Crece en* $\left(-\infty, 1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ *y decrece en* $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}, 1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$



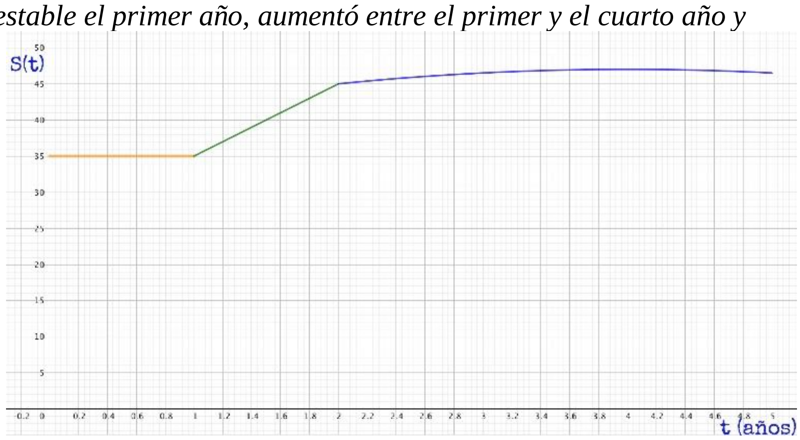
c) Área = 0.5 u^2.

28. Galicia. ABAU Junio 2018. Opción B. PROBLEMA 2. El salario diario de un joven durante los cinco primeros años en determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde *t* representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$S(t) = \begin{cases} 35 & si \;\; 0 \le t < 1 \\ 25 + 10t & si \;\; 1 \le t < 2 \\ -0.5t^2 + 4t + 39 & si \;\; 2 \le t \le 5 \end{cases}$$

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función salario y represéntala.
b) ¿En qué momento tuvo un salario máximo? ¿Y mínimo? Calcula dichos salarios.

Solución: a) el salario se mantuvo estable el primer año, aumentó entre el primer y el cuarto año y disminuyó del cuarto al quinto año



b) El salario máximo lo tuvo a los 4 años y fue de 47 (no se pueden poner unidades porque el enunciado no nos dice si son euros, miles de euros…). El salario mínimo lo tuvo a lo largo del primer año y fue de 35.

29. Galicia. ABAU Septiembre 2017. Opción A. PROBLEMA 2.
a) Calcula:

i) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$; ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}}$

b) La derivada de una función *f(x)*, cuyo dominio es (0, ∞), es $f\,'(x) = 1 + \ln x$. Determina la función *f(x)* teniendo en cuenta que su gráfica pasa por el punto *(1, 4)*.

c) Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de *f(x)*.

Solución: a) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}} = 1$, $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+3e^{2x}}{x+e^{2x}} = 3$ *b)* $f(x) = x \cdot \ln x + 4$ *c) La función tiene un mínimo relativo en el punto* $\left(\dfrac{1}{e}, -\dfrac{1}{e} + 4\right)$

30. Galicia. ABAU Septiembre 2017. Opción B. PROBLEMA 2. Dada la función $f(x) = \dfrac{x}{1+|x|}$

a) Estudia, en *x = 0*, la continuidad y derivabilidad de *f(x)*.

b) Determina los puntos de la gráfica de *f(x)* en los que la recta tangente es paralela a la recta $x - 4y = 0$ y determina las ecuaciones de esas rectas tangentes.

c) Calcula $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$.

Solución: a) La función es continua y derivable en x = 0. b) Los puntos son (–1, –1/2) y (1, 1/2). Las rectas tangentes son: en x = –1 → $y = \dfrac{1}{4}x - \dfrac{1}{4}$ *, en x = 1 →* $y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{4}$ *c)*

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = -1 + \ln 2$$

31. Galicia. ABAU Junio 2017. Opción A. PROBLEMA 2. El número de unidades en miles vendidas por una empresa del sector editorial durante su primer año de existencia se ha estimado por la función:

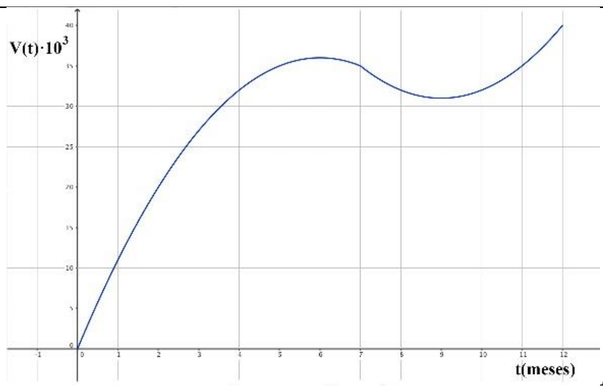
$$V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & si \;\; 0 \le t \le 7 \\ t^2 - 18t + 112 & si \;\; 7 < t \le 12 \end{cases}$$

donde *t* es el tiempo transcurrido en meses desde la creación de la empresa.

(a) En los primeros siete meses, calcula las ventas máximas y el mes en el que se han alcanzado. Justifica si éstas han sido las máximas ventas alcanzadas por la empresa en ese año. Representa la gráfica de *V(t)*.

(b) A partir del séptimo mes, ¿en qué periodo el número de ventas fue menor o igual a 32000 unidades?

Solución: a)



En los siete primeros meses las máximas ventas fueron de 36 000 unidades y se alcanzaron en el sexto mes. Las máximas ventas alcanzadas en los siete primeros meses no son las máximas del año. Éstas se producen en el duodécimo mes con 40 000 unidades.

b) Desde el octavo al décimo mes.

32. Galicia. ABAU Junio 2017. Opción B. PROBLEMA 2. Los beneficios de una compañía en millones de euros, en sus primeros siete años, han sido estimados por la función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx,\ 0 \le x \le 7$, donde x indica el tiempo transcurrido en años, desde su fundación.

(a) Calcula los valores de a y b sabiendo que la compañía tuvo unos beneficios máximos de 8 millones de euros en el segundo año.

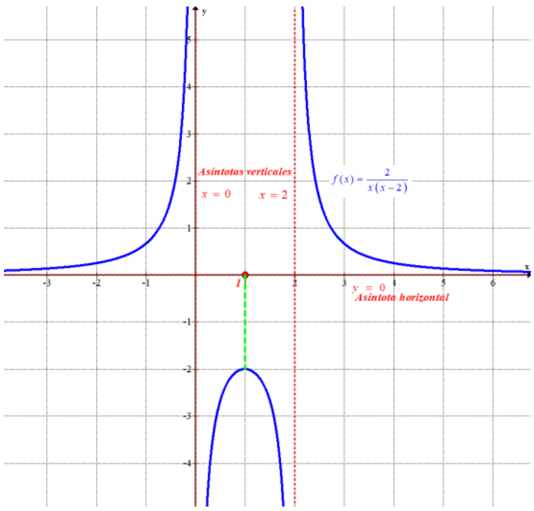
(b) Supongamos que $a = 1/4$ y $b = 9$. Determina cuando la empresa no ha tenido beneficios. Calcula $\int_0^6 B(x)\,dx$.

Solución: a) a = 1/4 y b = 9 *b)* $\int_0^6 B(x)\,dx = 27$

LA RIOJA

1. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2024. 2.1.- Definimos la función
$$f(x)=\frac{2}{x(x-2)}$$
para los valores reales x en los que la expresión tiene sentido. ¿Cuál es su dominio?**[0.25 puntos]**
¿Qué asíntotas horizontales y verticales observaremos en la gráfica $y = f(x)$? Indica los límites de f relevantes en cada una. **[0.75 puntos]**
Dibuja dicha gráfica, señalando en la misma las asíntotas y también los extremos relativos de f, que debes calcular previamente. **[1.5 puntos]**

Solución: Dominio = $\mathbb{R}-\{0,2\}$. *La función tiene dos asíntotas verticales:* $x=0$, $x=2$. *La recta* $y=0$ *es asíntota horizontal.* $\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$.

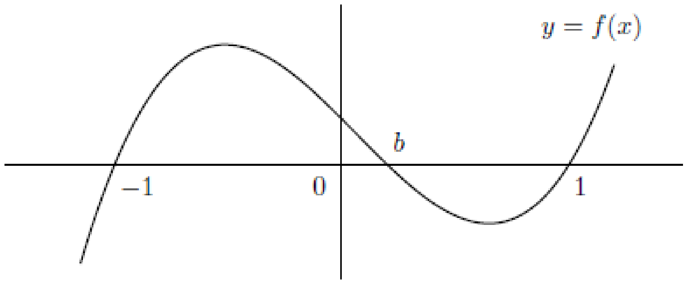


b) La función tiene un máximo relativo en x = 1.

2. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2024. 2.2.- Consideremos la parábola
$$y=5x-x^2-4.$$
La recta $y=ax$ corta a la parábola en un punto (x_0,y_0), e y_0 es el máximo valor posible. ¿Cuánto valen a, x_0 e y_0? **[2.5 puntos]**

Solución: Los valores buscados son a = 1, $x_0=2$ *e* $y_0=4$.

3. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2024. 2.3.- En la figura se representa la gráfica $y=f(x)$, con
$$f(x)=(x^2-1)(x-b) \text{ para cierto } b \text{ entre } -1 \text{ y } 1.$$



¿Qué signo tienen respectivamente las integrales $\int_{-1}^{b} f(x)\,dx$ y $\int_{b}^{1} f(x)\,dx$? **[0.25 puntos]**

Sabemos que $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \frac{1}{3}$. Halla entonces el valor de b. **[2.25 puntos]**

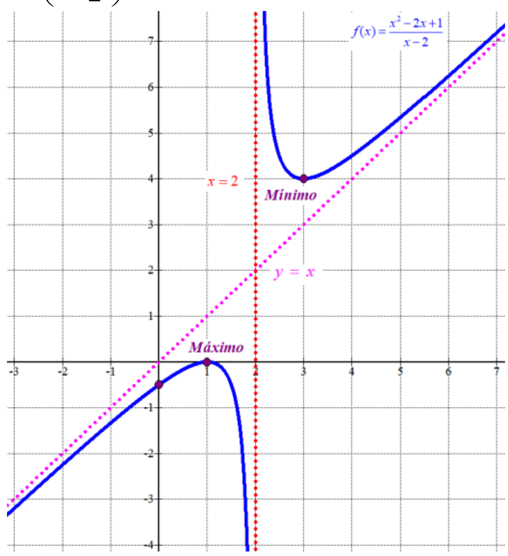
Solución: $\int_{-1}^{b} f(x)\,dx$ *es positiva.* $\int_{b}^{1} f(x)\,dx$ *es negativa.* $b = \frac{1}{4}$

4. La Rioja. EBAU Ordinaria 2024. 2.1.- Definimos la función f mediante

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$$

para los valores reales x en los que la expresión tiene sentido. ¿Cuál es su dominio? Representa la gráfica de f, de forma que se aprecien bien sus asíntotas horizontales y verticales, sus extremos relativos y sus cortes con los ejes de coordenadas. **[2.5 puntos]**

Solución: Dominio = $\mathbb{R} - \{2\}$. *La función tiene una asíntota vertical en* $x = 2$, *no tiene horizontal y la recta* $y = x$ *es asíntota oblicua. Los puntos de corte son* $A\left(0, \frac{-1}{2}\right)$ *y* $B(1,0)$. *La función tiene un máximo relativo en x = 1 y un mínimo relativo en x = 3.*



5. La Rioja. EBAU Ordinaria 2024. 2.2.-

Encuentra los valores de a y b que hacen que la función dada por

$$f(x) = x^3 - ax^2 - bx + 1$$

Cumpla las dos propiedades siguientes:

(i) Su derivada vale lo mismo en $x = 0$ y en $x = 1$.

(ii) Tiene un extremo relativo en $x = -1$. **[1.75 puntos]**

¿Qué propiedad cumplen las rectas tangentes a la gráfica $y = f(x)$ en los puntos de abscisa 0 y 1? ¿Qué tipo de extremo relativo (máximo o mínimo) tiene f en –1? **[0.75 puntos]**

Solución: Los valores buscados son $a=\dfrac{3}{2}$ *y* $b=6$*. Las rectas tangentes son paralelas. La función tiene un máximo relativo en x = –1.*

6. La Rioja. EBAU Ordinaria 2024. 2.3.- El diseño del logo de New Summit se ajusta en altura a la gráfica de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2 & si\ 0\le x\le 2 \\ 5-x & si\ 2\le x\le 5 \end{cases}$$

(i) Determina el valor de a. **[0.75 puntos]**

(ii) Calcula el área de las dos regiones de distinto color distinguibles en el logo. **[1.75 puntos]**

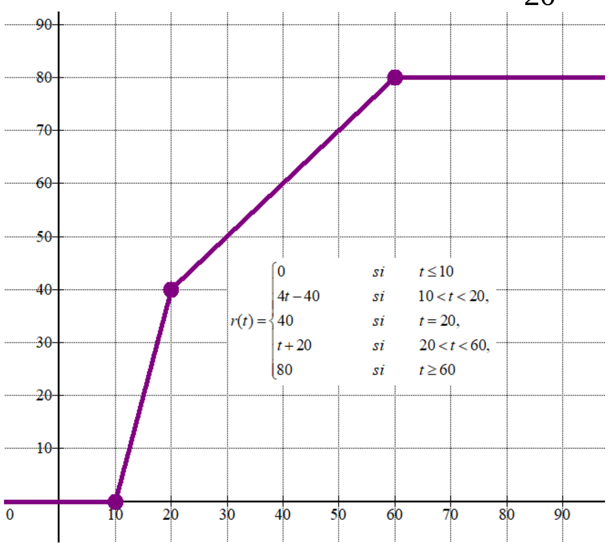
Solución: (i) $a=\dfrac{3}{4}$*. (ii) Entre 0 y 2 el área vale 2 unidades cuadradas, entre 2 y 5 el área vale 4.5 unidades cuadradas.*

7. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2023. 2.1.- La futura compañía Rioja-Rail seguirá una estricta política de compromiso de puntualidad: si el retraso de un tren de cercanías es igual a un tiempo t (en minutos), y el importe pagado por el trayecto es L (en cualquier criptomoneda) se reintegrará en la cuenta de usuario una cantidad dada por

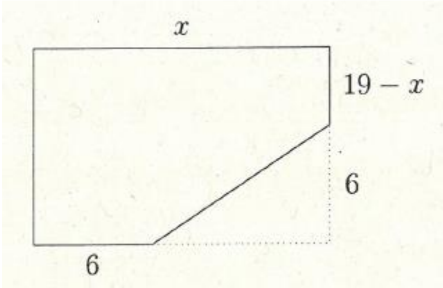
$$r(t)=\begin{cases} 0 & si & t<10 \\ at+b & si & 10<t<20, \\ L/2 & si & t=20, \\ ct+d & si & 20<t<60, \\ L & si & t\ge 60 \end{cases}$$

Sabiendo que r es una función continua, dibuja su gráfica y averigua los valores de a, b, c y d. **[2.5 puntos]**

Solución: Los valores buscados son $a=\dfrac{L}{20}$, $b=\dfrac{-L}{2}$, $c=\dfrac{L}{80}$ y $d=\dfrac{L}{4}$.



8. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2023. 2.2.- En la figura, x es un valor tal que $6 \le x \le 19$, y algunos segmentos miden lo que se indica.

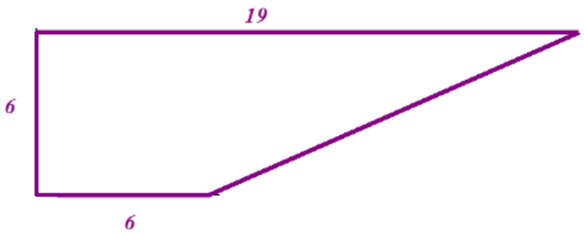


Justifica debidamente que el área A(x) del polígono dibujado (sin contar el triángulo inferior) viene dada por

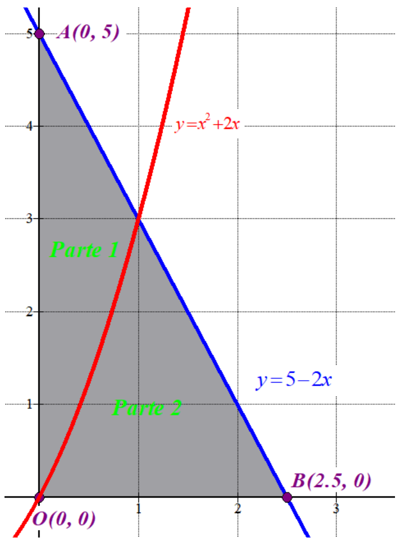
$$A(x) = 18 + 22x - x^2$$

¿Para qué valor de x dicha área es máxima? ¿Para cuál es mínima? Dibuja la figura cuando x es el valor de área mínima. **[2.5 puntos]**

Solución: La función área toma su valor máximo en x = 11 y su valor mínimo en x = 19.



9. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2023. 2.3.- La recta $y = 5 - 2x$ delimita un triángulo rectángulo con los ejes de coordenadas, Calcula sus vértices. **[0.5 puntos]**
La parábola $y = x^2 + 2x$ divide al triángulo anterior en dos regiones. Dibújalas señalando los puntos de corte, y halla el área de ambas. **[2 puntos]**



Solución: *Los vértices del triángulo son los puntos O(0, 0), A(0, 5), B(2.5, 0). Los puntos de corte de los lados del triángulo y la parábola son O(0, 0) y P(1, 3).*
El área del triángulo son 6.25 unidades cuadradas. Cada una de las partes en las que divide el triángulo la parábola son $\frac{8}{3}u^2$ *y* $\frac{43}{12}u^2$.

10. La Rioja. EBAU Ordinaria 2023. 2.1.- Definimos la función

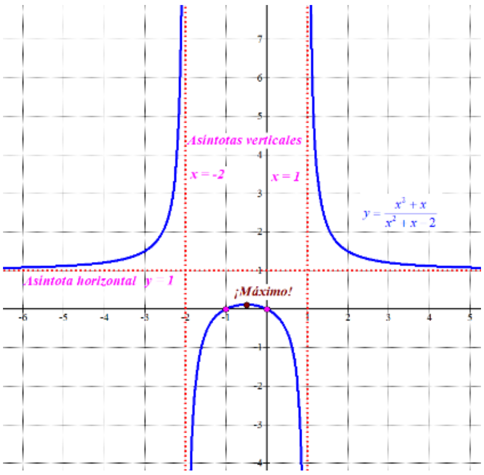
$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + x - 2}$$

en todos los valores reales x en los que la expresión tiene sentido. ¿Cuál es entonces su dominio? **[0.25 puntos]**

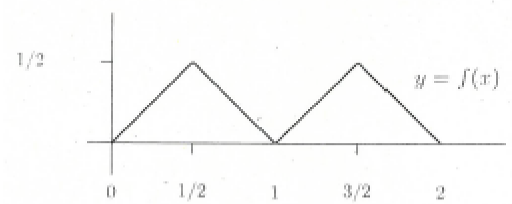
¿Qué asíntotas horizontales y verticales observaremos en la gráfica $y = f(x)$? Indica los límites de f relevantes en cada una. **[0.75 puntos]**

Dibuja dicha gráfica, señalando en la misma las asíntotas, los cortes con los ejes y también los extremos relativos de f, que debes calcular previamente. **[1.5 puntos]**

Solución: El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$. *$x = -2$ y $x = 1$ son asíntotas verticales.* $y = 1$ *es asíntota horizontal.* $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$; $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$;; $\lim_{x\to -2^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$. *Los puntos de corte con los ejes son A(0, 0) y B(–1, 0).La función presenta un máximo relativo en* $x = \frac{-1}{2}$.



11. La Rioja. EBAU Ordinaria 2023. 2.2.- Una función f, definida en el intervalo [0, 2], tiene la gráfica siguiente:



(i) Expresa por intervalos el valor de *f(x)*. **[1.75 puntos]**

(ii) Calcula los valores x tales que $f(x) = 1/3$. **[0.75 puntos]**

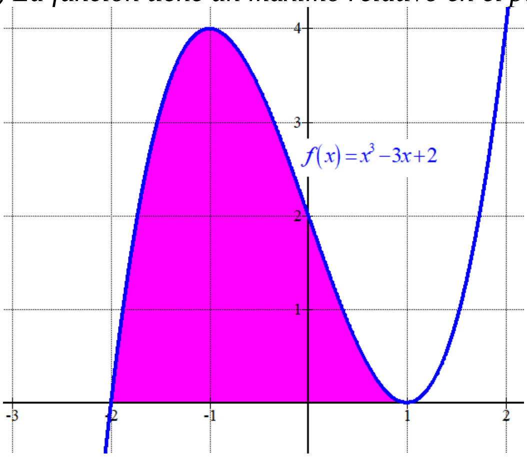
Solución: (i) $f(x) = \begin{cases} x & si \quad 0 \le x \le 1/2 \\ -x+1 & si \quad 1/2 < x \le 1 \\ x-1 & si \quad 1 < x \le 3/2 \\ -x+2 & si \quad 3/2 < x \le 2 \end{cases}$ *(ii)* $x = \frac{1}{3}$; $x = \frac{2}{3}$; $x = \frac{4}{3}$; $x = \frac{5}{3}$

12. La Rioja. EBAU Ordinaria 2023. 2.3.- Sea $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

(i) Encuentra sus extremos relativos, y evalúa f en dichos puntos. **[1 punto]**

(ii) Halla el área de la región limitada por $y = f(x), y = 0, x = 1, x = -2$, y haz un dibujo de dicha región. **[1.5 puntos]**

Solución: (i) La función tiene un máximo relativo en el punto A(–1, 4) y un mínimo relativo en el punto



B(1, 0). (ii) El área es de 6.75 unidades cuadradas.

13. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2022. 2.1.- Consideramos la función f dada (en los valores reales x donde la expresión tiene sentido) por

$$f(x)=\frac{3x-2}{x-1}$$

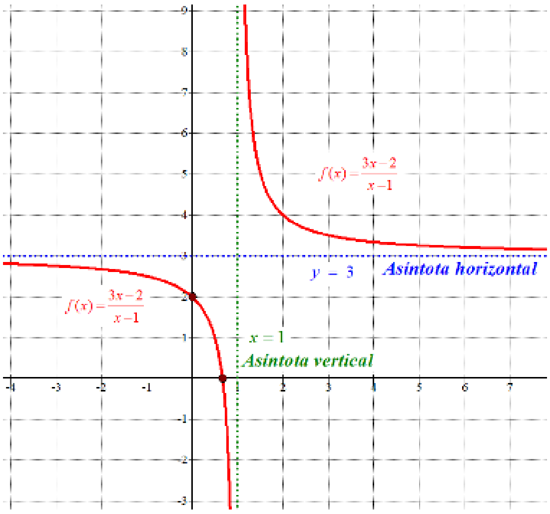
(i) ¿Cuál es el dominio de dicha función? **[0.3 puntos]**

(ii) Calcula la derivada $f'(x)$. ¿En qué puntos x es $f'(x)=-1$? ¿En cuáles es $f'(x)=1$? ¿Tiene extremos relativos? **[1.1 puntos]**

(iii) Dibuja la gráfica de f, señalando los cortes con los ejes y las asíntotas horizontales y verticales. **[1.1 puntos]**

Solución: (i) $\text{Dominio } f(x)=\mathbb{R}-\{1\}$ *(ii)* $f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$; $f'(x)=-1\Rightarrow x=2; x=0$;

$f'(x)=1\Rightarrow$ ¡No es posible! ; *No tiene extremos relativos. (iii) Puntos de corte con los ejes: A(0, 2) y B(2/3, 0).* $x=1$ *es asíntota vertical.* $y=3$ *es asíntota horizontal.*



14. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2022. 2.2.- Encuentra los valores de a y b que hacen que la función dada por

$$f(x)=x^3-ax^2-bx+1$$

cumpla las dos propiedades siguientes:

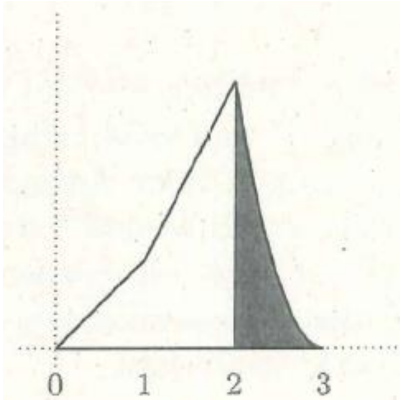
(i) Su derivada vale lo mismo en $x = 0$ y en $x = 1$.

(ii) Tiene un extremo relativo en $x = -1$. **[1.75 puntos]**

¿Qué propiedad cumplen las rectas tangentes a la gráfica $y = f(x)$ en los puntos de abscisa 0 y 1? ¿Qué tipo de extremo relativo (máximo o mínimo) tiene *f* en –1? **[0.75 puntos]**

Solución: Los valores buscados son $a = \frac{3}{2}$ *y* $b = 6$. *Las rectas tangentes a la gráfica* $y = f(x)$ *en los puntos de abscisa 0 y 1 son paralelas. La función presenta un máximo relativo en x = –1.*

15. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2022. 2.3.- El diseño del nuevo logo de Climbing Sports se ajusta en altura a la gráfica de la siguiente función:



$$f(x) = \begin{cases} x & si\ \ 0 \le x < 1, \\ 2x + a & si\ 1 \le x < 2, \\ b(x-3)^2 & si\ 2 \le x \le 3. \end{cases}$$

(i) Calcula los valores de *a* y *b*. **[1 punto]**
(ii) El material de la parte más oscura elevará el coste de producción de las pruebas de la marca. ¿Cuánto vale el área de dicha parte? **[1.5 puntos]**

Solución: (i) Los valores buscados son a = –1 y b = 3. (ii) Área = 1 u^2.

16. La Rioja. EBAU Ordinaria 2022. 2.1.- Representa conjuntamente, en el intervalo de abscisas $[-2,3]$, las gráficas de las funciones *f* y *g* dadas por

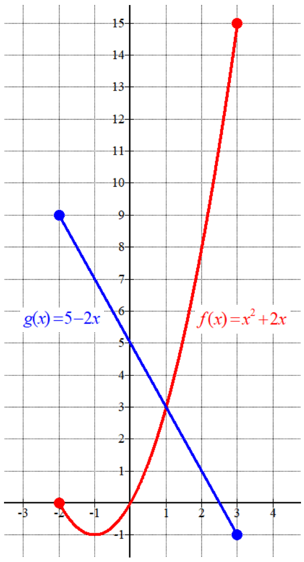
$$f(x) = x^2 + 2x \quad \text{y} \quad g(x) = 5 - 2x$$ **[1.5 puntos]**

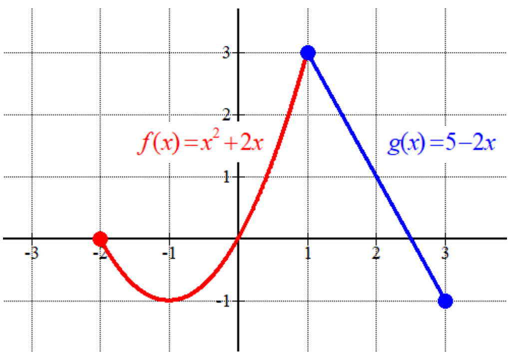
¿Qué punto *a* hace que sea continua la función

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & si\ \ -2 \le x < a, \\ g(x) & si\ \ a \le x \le 3 \end{cases} ?$$

Resalta la gráfica de *h* en el dibujo anterior. ¿Cuáles son el máximo y el mínimo de los valores de *h* en $[-2,3]$? **[1 punto]**

Solución: Con a = 1 la función h es continua.
El valor máximo de h es 3 y el mínimo es –1.





17. La Rioja. EBAU Ordinaria 2022. 2.2.- La distancia que ha recorrido un coche hasta el instante t, desde que arrancó en $t=0$, viene dada por la siguiente función $e(t)$ entre $t=1$ y $t=4$:

$$e(t)=\begin{cases}120t+90 & si \quad 1\le t<3\\ C-240t+150t^2-20t^3 & si \quad 3\le t\le 4\end{cases}$$

En $t=4$ se para, de forma que $e(t)=e(4)$ para cada t en $(4,5]$.

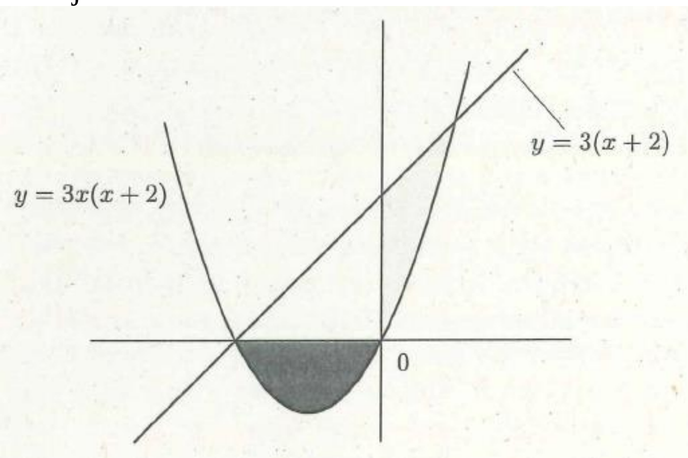
(i) Calcula el valor de C, considerando que $e(t)$ define una función continua. **[0.75 puntos]**

(ii) La velocidad en cada instante $v(t)$ es la derivada del espacio recorrido, es decir, $v(t)=e'(t)$. Expresa cuánto vale dicha derivada en cada punto, e investiga si es una función continua en $[1,5]$. ¿Cómo expresarías, en términos de la velocidad, que la gráfica de $e(t)$ es recta en el intervalo $[1,3]$ y en el intervalo $[4,5]$? **[1 punto]**

(iii) Calcula la distancia recorrida entre $t=3$ y $t=4$, es decir $e(4)-e(3)$. ¿Por qué es igual a $\int_3^4 v(t)\,dt$? **[0.75 puntos]**

Solución: (i) C = 360 *(ii)* $v(t)=e'(t)=\begin{cases}120 & si \quad 1\le t<3\\ -240+300t-60t^2 & si \quad 3<t<4\\ 0 & si \quad 4<t\le 5\end{cases}$ *; La función* $v(t)$ *es continua. Que la función espacio recorrido sea una recta significa que la derivada no cambia de valor, es decir, que la velocidad permanece constante.* *(iii)* $e(4)-e(3)=70$. *Vale lo mismo por la regla de Barrow y sabiendo que* $v(t)=e'(t)$.

18. La Rioja. EBAU Ordinaria 2022. 2.3.- Calcula el área de las dos regiones señaladas en el siguiente dibujo:



[2.5 puntos]

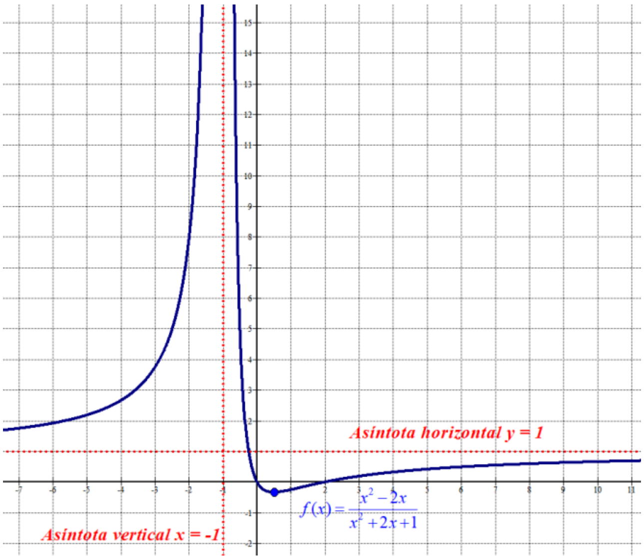
Solución: Área = 3.5 u^2.

19. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2021. 2.1.- Representa gráficamente la función

$$f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}$$

de forma que se aprecien claramente su dominio, sus asíntotas verticales y horizontales, sus cortes con los ejes, sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus máximos y mínimos relativos. **[2.5 puntos]**.

Solución: El dominio es $\mathbb{R}-\{-1\}$. *x = –1 es asíntota vertical. y = 1 es asíntota horizontal. Los puntos de corte con los ejes son P(0, 0) y Q(2, 0). La función crece en* $(-\infty,-1)\cup(0.5,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,0.5)$. *El punto mínimo relativo tiene coordenadas* $M\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{3}\right)$



20. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2021. 2.2.- Consideremos la función *f* dada por $f(x)=x^3-3x$.

(a) Halla sus extremos relativos **[1.25 puntos].**

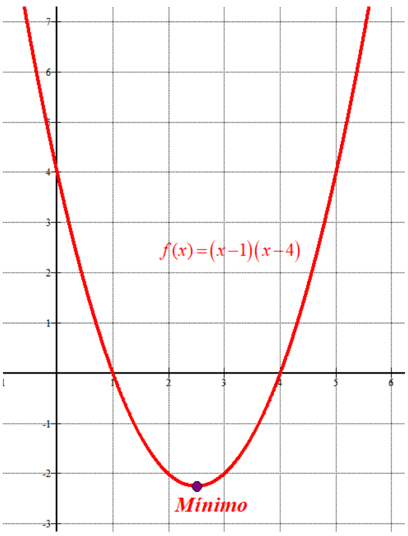
(b) ¿Cuánto vale *f ´(1)*? ¿Cuál es la recta tangente a la curva *y = f(x)* en el punto *(1, f(1))*? **[0.75 puntos]**

(c) ¿En qué otro punto *(t, f(t))* corta dicha recta a la gráfica de *f*? **[0.5 puntos]**

Solución: (a) El máximo relativo tiene coordenadas M(–1, 2) y el mínimo relativo P(1, –2)
(b) f ´(1) = 0. La recta tangente es y = –2. *(c) El otro punto de corte tiene coordenadas Q(–2, –2).*

21. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2021. 2.3.- Haz un dibujo de la gráfica de la función $f(x)=(x-1)(x-4)$, señalando si existen sus máximos y mínimos **[0.75 puntos].**
Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica y la recta *y = 10* **[1.75 puntos].**

Solución:



En x = 2.5 hay un mínimo relativo. Área = 343/6 = 57.16 u^2.

22. La Rioja. EBAU Ordinaria 2021. 2.1.- Nos preguntamos por las propiedades de una función de la forma

$$f(x)=\frac{x(x+b)}{x^2-1}$$

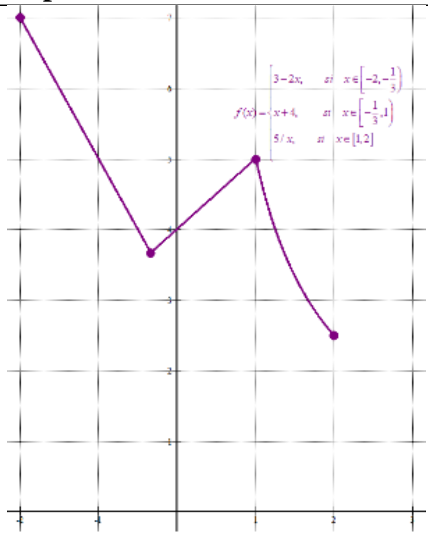
(i) ¿Para qué valores de b su gráfica tiene una sola asíntota vertical? **[1 punto]**
(ii) Estudia la existencia de extremos relativos de $f(x)$ si $b = -2$ **[1.5 puntos]**.

Solución: (i) Para b = +1 o b = –1 (ii) Esta función no presenta puntos críticos y no tendrá ningún extremo relativo.

23. La Rioja. EBAU Ordinaria 2021. 2.2.- Queremos definir una función por trozos, de forma que quede definida en el intervalo [–2, 2] según

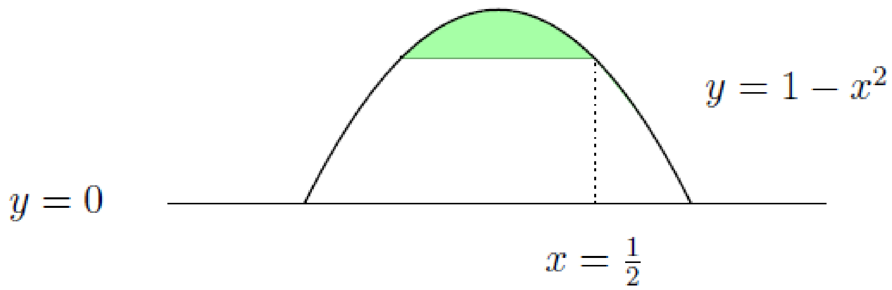
$$f(x)=\begin{cases} 3-2x, & si \quad x\in[-2,a) \\ x+4, & si \quad x\in[a,b) \\ 5/x, & si \quad x\in[b,2] \end{cases}$$

Calcula los valores de a y b necesarios para que f sea continua **[1.25 puntos]**, y representa la función gráficamente **[1.25 puntos].**



Solución: $a=\frac{-1}{3}$ *y* $b=1$

24. La Rioja. EBAU Ordinaria 2021. 2.3.- Calcula el área de la región sombreada en la siguiente figura:



[2.5 puntos]

Solución: Área = 1/6 u^2.

25. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2020. 2.1.- Sea la función

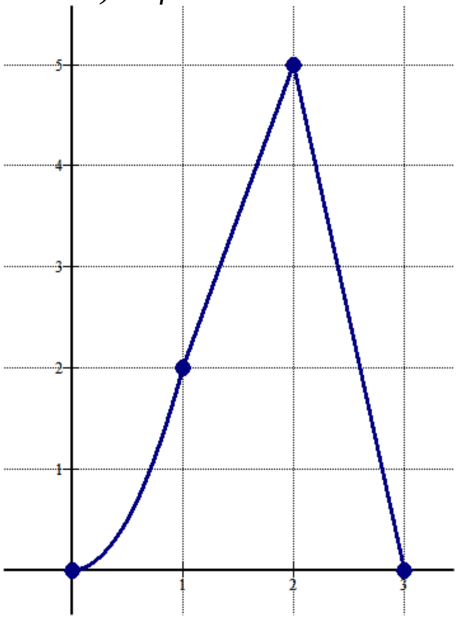
$$f(\mathrm{t})=\begin{cases}2t^2, & 0\le t<1\\ 3t-1, & 1\le t<2\\ -5t+15, & 2\le t\le 3\end{cases}$$

(I) Estudia razonadamente su continuidad. **(0,75 puntos)**

(II) Haz una representación gráfica de la función *f*. **(1 punto)**

(III) Si la función *f* representa la asistencia (en miles de personas) a un festival de música en función del tiempo *t* (medido en horas). ¿en qué momento la asistencia fue máxima? (Para qué valor de *t*). ¿Cuántas personas había en el festival en ese momento?. **(0,75 puntos)**

Solución: I) La función es continua en todo su dominio de definición.



II)

III) El momento de mayor asistencia fue en t = 2, al cabo de 2 horas. Con una afluencia de 5000 personas.

26. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2020. 2.2.- Sea la función $f(x)=ax^2+bx+c$

(I) Determina *a*, *b* y *c* sabiendo que el punto (–2, 1) pertenece a la gráfica de la función *f* y que, además, el punto (–1, 0) es un extremo relativo de *f*. **(1,25 puntos)**

(II) Determina el área que encierra la gráfica de *f* y el eje OX en el intervalo [0, 3]. **(1,25 puntos)**

NOTA: Si no has conseguido determinar *a*, *b* y *c* en el apartado anterior, toma $a=1, b=2\ y\ c=1$ en este segundo apartado.

Solución: I) Los valores buscados son $a=1; b=2\ y\ c=1$. *II)* *Área* $=\int_0^3 x^2+2x+1dx=21\,u^2$

27. La Rioja. EBAU Extraordinaria 2020. 2.3.- La producción de un invernadero depende de la temperatura a la que esté regulado. La cantidad de toneladas de verduras que produce viene dada por la siguiente función, en la que *x* indica la temperatura en grados Celsius.

$$f(x)=(x+3)^2(36-x)\qquad (0\le x\le 36)$$

(I) ¿Para qué valor de *x* se obtiene la máxima producción? **(1,5 puntos)**

(II) ¿Cuántas toneladas se obtienen a esa temperatura? **(0,5 puntos)**

(III) ¿Para qué valores de *x* el invernadero no produce nada? **(0,5 puntos)**

Solución: I) La máxima producción se obtiene con 23º. II) A la temperatura de 23 hay una producción máxima de 8788 toneladas de verduras. III) A la temperatura de 36º.

28. La Rioja. EBAU Ordinaria 2020. 2.1.- Consideramos la función $f(x) = x^4 - ax^2 + b$

(I) ¿Qué valores deben tomar a y b para que la función tenga un mínimo en el punto (1, 0)? **(1 punto)**

(II) Con los valores de a y b del apartado (I), calcula los puntos donde *f(x)* tiene tangente paralela a la recta $y = 1$ **(1 punto)**

(III) Calcula la recta tangente a la función en el punto $x = 1$. **(0.5 puntos)**

NOTA: si no has conseguido determinar a y b en el apartado anterior, toma a = 2 y b = 1 en los apartados (II) y (III).

Solución: I) a = 2 y b = 1. II) Se cumple en los puntos (0, 1); (–1, 0) y en (1, 0). III) y = 0.

29. La Rioja. EBAU Ordinaria 2020. 2.2.- Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \le x < 1 \\ ax - 2, & 1 \le x \end{cases}$$

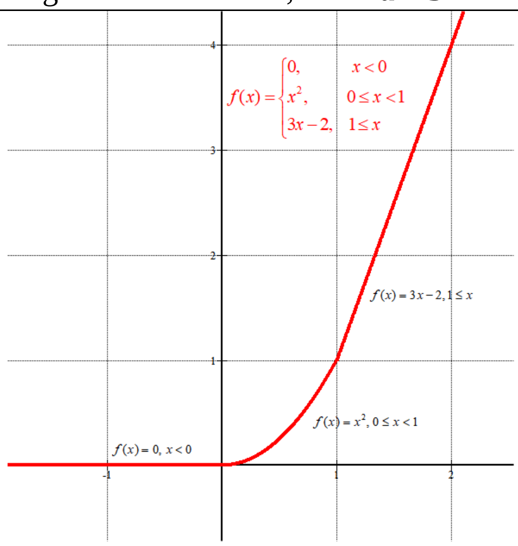
(I) ¿Para qué valor de a la función es continua? **(0.75 puntos)**

(II) Utilizando el valor de a del apartado (I), esboza una gráfica de la función f. **(0.75 puntos)**

(III) Con el valor de a del apartado (I), calcula el área encerrada por la gráfica de la función f, el eje OX y la recta $x = 3$. **(1 punto)**

NOTA: Si no has conseguido determinar a, toma $a = 3$ en los apartados (II) y (III).

Solución: I) a =3. II)



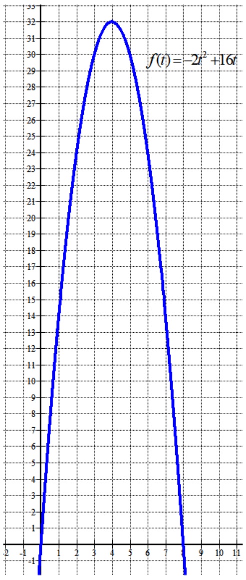
III) Área $= \dfrac{25}{3} = 8{,}33\, u^2$

30. La Rioja. EBAU Ordinaria 2020. 2.3.- La parte positiva de la función $f(t) = -2t^2 + 16t$ indica la gravedad de un enfermo desde que contrae una determinada enfermedad hasta que vuelve a estar sano.

(I) Haz un esbozo de la gráfica de la función. **(0.5 puntos)**

(II) Si la variable t se mide en días, ¿cuántos días dura la enfermedad? **(1 punto)**

(III) ¿En qué día del proceso está más grave el enfermo? **(1 punto)**

Solución: I) 

II) 8 días. III) El cuarto día.

31. La Rioja. EBAU Julio 2019. PROPUESTA A: A.1.2.- Sea la función $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$.

(I) Determina la recta tangente en el punto de abscisa $x = 1$. **(0,5 puntos)**
(II) Determina sus asíntotas. **(1 punto)**
(III) Calcula el área que encierra el eje X, la tangente a la curva en el punto de abscisa $x = 1$ (calculada en el primer apartado) y la recta $x = 2$. **(0,5 puntos)**

Solución: I) $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$. *II) La asíntota vertical es* $x = -1$. *La asíntota horizontal es* $y = 1$.

III) $Área = 0,25\,u^2$

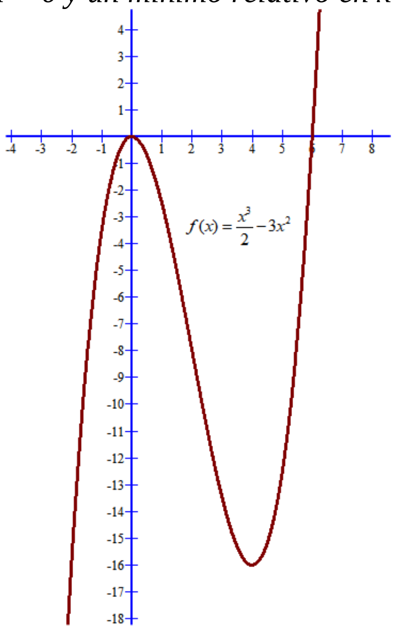
32. La Rioja. EBAU Julio 2019. PROPUESTA A: A.2.2.- Sea la función

$$f(x) = \frac{x^3}{2} - 3x^2$$

(I) Estudia razonadamente sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**
(II) Calcula sus extremos relativos y esboza una representación gráfica. **(1 punto)**

Solución: I) La función crece en $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ *y decrece en* $(0, 4)$.

II) Tiene un máximo relativo en x = 0 y un mínimo relativo en x = 4.

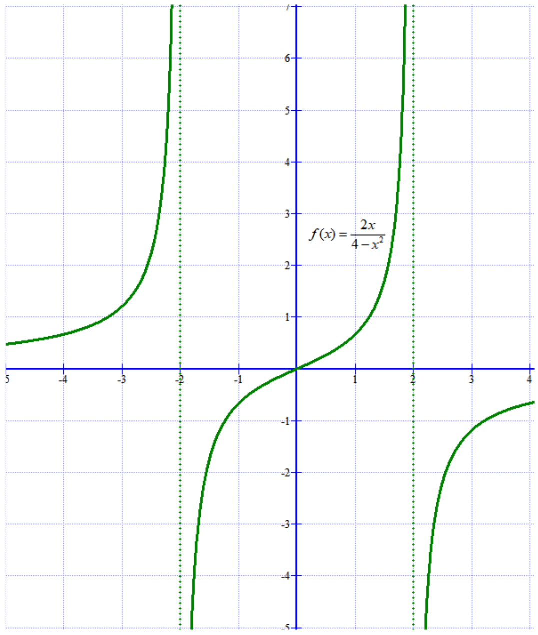


33. La Rioja. EBAU Julio 2019. PROPUESTA B: B.2.2.- Sea la función

$$f(x)=\frac{2x}{4-x^2} \ .$$

(I) Estudia razonadamente sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(1 punto)**
(II) Calcula sus asíntotas si las tiene y esboza una representación gráfica. **(1 punto)**

Solución: I) La función crece en todo su dominio $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ *. II) Hay dos asíntotas verticales* $x=-2$ *y* $x=2$*. La asíntota horizontal es* $y=0$.

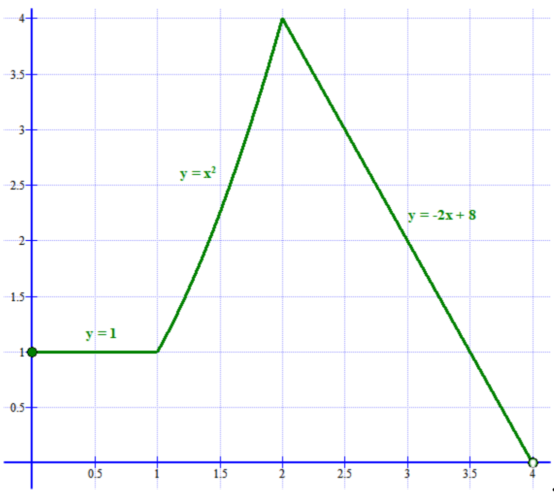


34. La Rioja. EBAU Junio 2019. PROPUESTA A: A.1.2.- Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} 1 & si \quad 0\le x<1 \\ x^2+a & si \quad 1\le x<2 \\ b(-x+4) & si \quad 2\le x<4 \end{cases}$$

(I) ¿Para qué valores de *a* y *b* es continua la función? **(0.5 puntos)**
(II) Utilizando los valores *a* = 0 y *b* = 2, esboza una representación gráfica de la función *f(x)*. **(1 punto)**
(III) Con los valores *a* y *b* del apartado (II) , calcula el área limitada por el eje *OX* y la gráfica de la función. **(0 .5 puntos)**

Solución: I) a = 0 y b = 2. II)



. III) $\acute{A}rea=\frac{22}{3}=7,33\,u^2$

35. La Rioja. EBAU Junio 2019. PROPUESTA A: A.1.2.- El efecto (e) de un medicamento viene dado por la parte positiva de la función $e(t)=100t(12-t)$, en la que t es el tiempo, expresado en meses, transcurrido desde que se toma el medicamento.
(I) ¿Cuándo es máximo el efecto que produce el medicamento? **(1 punto)**
(II) ¿En qué periodos aumenta y disminuye el efecto? (**1 punto**)

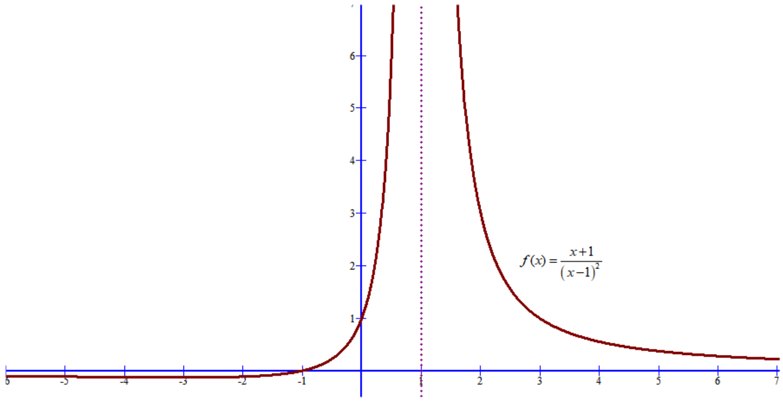
Solución: I) El efecto máximo del medicamento se alcanza a los 6 meses. II) Aumenta el efecto antes de los 6 meses y disminuye después de los 6 meses.

36. La Rioja. EBAU Junio 2019. PROPUESTA B: B.2.2.- Se considera la función

$$f(x)=\frac{a(x+1)}{(x-1)^2}$$

(I) Determina el valor de a para que la tangente en x = 0 sea paralela a la recta y= x + 3. **(1 punto)**
(II) Para a = l, determina las asíntotas de la función y esboza una representación gráfica para ella. **(1 punto)**

Solución: I) a = 1/3 II) La asíntota vertical es $x=1$ y la asíntota horizontal es $y=0$.



37. La Rioja. EBAU Julio 2018. Opción A. A.1.1. (1+0.5+0.5 puntos) Sea $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2-32$.
a) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función dada.
b) Determina los extremos relativos de la función.
c) Calcula $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}$.

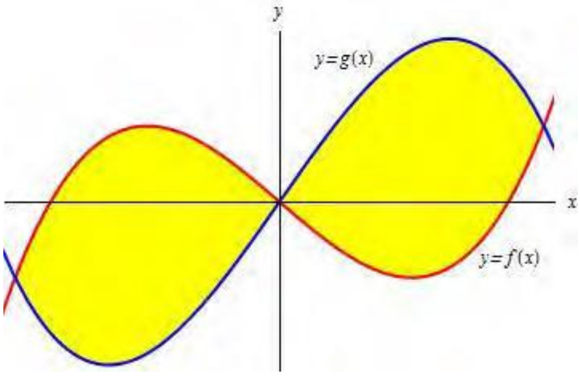
Solución: a) La función crece en $(-2,0)\cup(1,+\infty)$ y decrece en $(-\infty,-2)\cup(0,1)$.

b) Hay un máximo relativo en x = 0 y un mínimo en x = 1. c) $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=96$

38. La Rioja. EBAU Julio 2018. Opción A. A.2.1. (1+1 puntos) Consideramos las funciones

$$f(x)=x(x^2-3) \text{ y } g(x)=-x(x^2-5) .$$

a) Determinar el área de la región limitada por las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$. Dicha región aparece en amarillo en la siguiente figura.



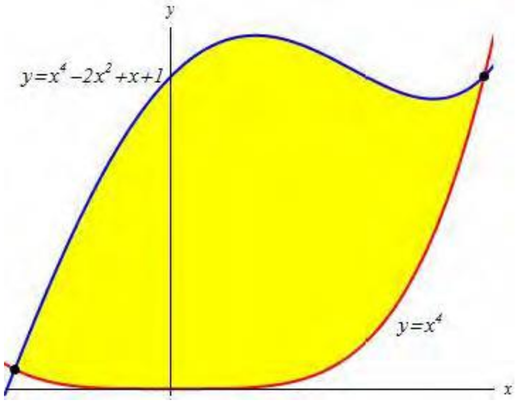
b) ¿En qué puntos de la curva $y = f(x)$ la recta tangente es paralela a la recta $y = 9x + 2018$? Determina la recta tangente en los puntos obtenidos.

Solución: a) El área total es 8 + 8 = 16 u^2 *b) Ocurre en x = –2 y en x = 2. La recta tangente en x = –2 es y = 9x + 16. La recta tangente en x = 2 es y = 9x – 16*

39. La Rioja. EBAU Julio 2018. Opción B. B.2.1. Sea $f(x) = x^4 - 2x^2 + x + 1$.

a) ¿En qué puntos de la curva $y = f(x)$ la recta tangente es paralela a la recta $y = x + 2018$?

b) Determinar el área de la región limitada por las curvas $y = f(x)$ e $y = x^4$. (La región cuya área se solicita aparece representa en la figura adjunta.)



Solución: a) En x = 0, x = 1 y x = –1 b) Área = 1.125 u^2.

40. La Rioja. EBAU Junio 2018. Opción A. A.1.1. (1 + 1 puntos) Consideramos la función $f(x) = \dfrac{x(x+a)}{x^2-4}$ donde *a* es un cierto parámetro real.

a) Determinar el valor de *a* si la recta tangente en *x* = 0 es paralela a la recta $y = \dfrac{x}{4} + 2018$. Dar la ecuación de la recta tangente en *x* = 0 para el valor obtenido de *a*.

b) Tomando en *a*= 2, determinar las asíntotas de *f(x).*

Solución: a) a = –1. Y = x/4 es la ecuación de la recta tangente pedida
b) x = 2 es una asíntota vertical. y = 1 es asíntota horizontal. No tiene asíntota oblicua.

41. La Rioja. EBAU Junio 2018. Opción A. A.2.1. (1 + 1 puntos) Consideramos un rectángulo cuyos lados miden *x* e *y*.

a) Encontrar el rectángulo de perímetro mínimo, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $xy^2 = 4$.

b) Encontrar el rectángulo de área máxima, si las longitudes de los lados del rectángulo verifican la relación $x + 3y^2 = 1$.

Solución: a) Los lados deben medir x = 1, y = 2. b) Las dimensiones son 1/3 y 2/3.

42. La Rioja. EBAU Junio 2018. Opción B. B.2.1. (1+1 puntos) Sean a y b dos parámetros reales. Consideramos la función

$$f(x)=\begin{cases} -ax^3+6bx^2-3x, & x<-1 \\ ax+b, & -1\le x\le 1 \\ -ax^3-4bx^2-3x, & x>1 \end{cases}$$

a) ¿Para qué valores de a y b es continua la función dada?

b) Tomando $a = 1$ y $b = -1$, calcular la integral definida $\int_0^3 f(x)dx$.

Solución: a) Debe cumplirse 2a = –5b – 3 b) $\int_0^3 f(x)dx=\frac{13}{6}$

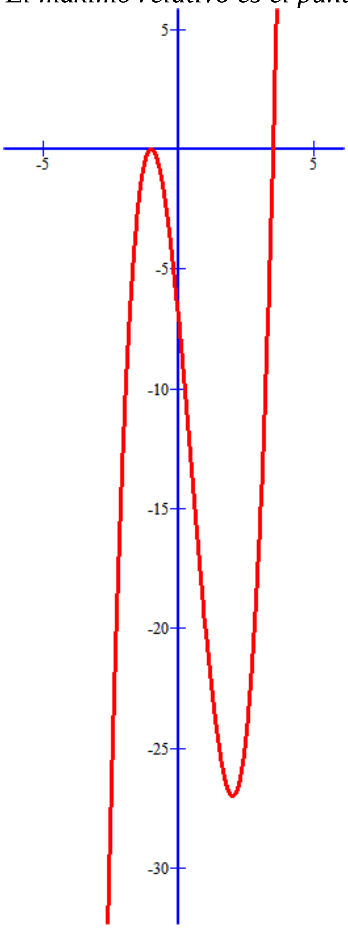
43. La Rioja. EBAU Julio 2017. Opción A. A.1.1. (1+0.5+0.5 puntos) Sea $f(x)=2x^3-3x^2-12x-7$.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función dada.
b) Determina los extremos relativos de la función.
c) Utilizando la información de los apartados anteriores, haz una representación gráfica aproximada de la función.

Solución: a) La función crece en $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,2)$

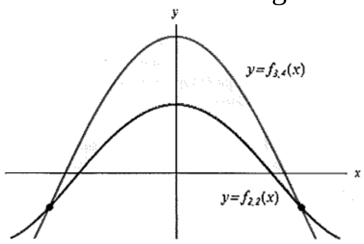
b) El máximo relativo es el punto (–1, 0) y el mínimo relativo es el punto (2, –27)

c)



44. La Rioja. EBAU Julio 2017. Opción A. A.2.2. (1+ 1 puntos) Sea la función $f_{a,b}(x) = x^2(x^2 - 2a) + b$, donde a y b son parámetros reales.

a) Consideramos las curvas $y = f_{3,4}(x)$ e $y = f_{2,2}(x)$. Determinar el área de la región limitada por ambas curvas. Dicha región aparece sombreada en la siguiente figura.



b) Calcular $\lim_{x \to 4} \frac{f_{8,0}(x)}{x-4}$,

Solución: a) Área = 8/3 = 2.66 u² b) $\lim_{x \to 4} \frac{f_{8,0}(x)}{x-4} = 128$

45. La Rioja. EBAU Julio 2017. Opción B. B.2.2. (1.5+0.5 puntos) Deseamos construir un campo rectangular que debe tener un área de 3200 m^2. Dicho campo está ubicado a lo largo de un río y no es necesario cercar el lado situado a lo largo de la orilla. (Los lados que se deben cercar aparecen en rojo en la figura adjunta.)

a) ¿Cuáles habrán de ser las dimensiones del campo para que se necesite el mínimo posible de metros de cerca?

b) Determinar el coste de construcción del cercado si cada metro construido perpendicular al río tiene un coste de quinientos euros y cada metro paralelo al río cuesta cuatrocientos euros.

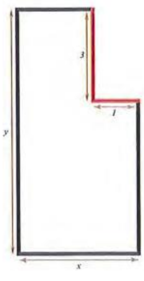
Solución: a) 40 metros el lado perpendicular al río y 80 metros el lado paralelo al río. b) 72000 €

46. La Rioja. EBAU Junio 2017. Opción A. A.1.1. (1 + 1 puntos)
Sea $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x + b$, con a un valor real positivo.

a) Determinar a y b sabiendo que la curva y= f (x) pasa por el punto (1,1) y la recta tangente en dicho punto tiene pendiente doce.

b) Tomando a= 1/3 y b= – 1/3, calcula $\lim_{x \to 1} \frac{3 \cdot f(x)}{x^2 - 1}$.

Solución: a) Los valores buscados son $a = 3$ y $b = -18$ *b)* $\lim_{x \to 1} \frac{3 \cdot f(x)}{x^2 - 1} = 2$



47. La Rioja. EBAU Junio 2017. Opción A. A.2.1. (1 + 1 puntos)
Sobre dos muros formando un ángulo recto de longitudes respectivas 1 y 3 metros (en rojo en la figura de la izquierda) vamos a construir una casa con una planta como la de la figura. Responde a las siguientes cuestiones.
a) Si queremos que la planta tenga un área de 22 metros cuadrados, determinar los valores de x e y para que el número de metros de muro que debemos construir sea mínimo.

b) Si deseamos cerrar la planta construyendo 36 metros de muro, determinar los valores de *x* e *y* para que el área de la planta sea máxima.

Solución: a) Los valores buscados son x = y = 5 metros b) El área es máxima para x = y = 10.

48. La Rioja. EBAU Junio 2017. Opción B. B.2.1. (1 + 1 puntos) Sea la función $f(x)=\dfrac{x}{2-x}$.

a) Determinar las asíntotas de la función dada.

b) Calcular la integral definida $\int_0^2 (2-x)\cdot(f(x)-x)\,dx$

Solución: a) La asíntota vertical es $x=2$*. La asíntota horizontal es* $y=-1$*. No tiene asíntota oblicua.*

b) $\int_0^2 (2-x)\cdot(f(x)-x)\,dx=\dfrac{2}{3}$

MADRID

1. Madrid. EVAU Extraordinaria 2024. 2. (2 puntos)
a) Encuentre el valor del parámetro real *a* tal que

$$\int_0^1 \left(\sqrt{x} - a\right) dx = \frac{2}{3}.$$

b) Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - b & si \ x < 0 \\ 3x + 2 & si \ x \geq 0 \end{cases}$$

Determine para que valores del parámetro $b \in \mathbb{R}$ se tiene que *f(x)* es una función continua en su dominio. Estudie la derivabilidad de la función para esos valores del parámetro *b*.

Solución: a) a = 0. b) El valor del parámetro que hace que la función sea continua es b = –2. Para este valor la función es derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$.

2. Madrid. EVAU Extraordinaria 2024. 3. (2 puntos) Sea *f(x)* una función real de variable real cuya derivada viene dada por la siguiente expresión:

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2} + a.$$

a) Obtenga el valor del parámetro real *a* para que la función *f(x)* pase por los puntos (1, 3) y $(2, 7/2)$. Escriba la expresión de la función *f(x)*.
b) Para *a = 1*, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)*, clasificando sus extremos relativos, si procede.

Solución: a) El parámetro debe tomar el valor a = 1. La función queda $f(x) = \frac{1}{x} + x + 1$.

b) La función crece en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ *y decrece en* $(-1, 0) \cup (0, 1)$. *La función tiene un máximo relativo en x = –1 y un mínimo relativo en x = 1.*

3. Madrid. EVAU Extraordinaria 2024. 4. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$$

a) Determine las asíntotas de esta función.
b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa *x = 1*.

Solución: a) Tiene dos asínotas verticales: $x = 2$, $x = -2$. $y = 1$ *es la asíntota horizontal. No tiene asíntota oblicua. b)* $y = \frac{-16}{9} x + \frac{1}{9}$

4. Madrid. EVAU Ordinaria 2024. 2. (2 puntos) Sea *f(x)* una función real de variable real cuya derivada viene dada por la siguiente expresión:

$$f'(x) = x^2 + x - 2$$

a) Obtenga la expresión de la función *f(x)* sabiendo que pasa por el punto (0, 2).
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)*, clasificando sus extremos relativos, si procede.

Solución: a) $f\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-2x+2$ *b) La función crece en* $\left(-\infty,-2\right)\cup\left(1,+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-2,1\right)$.
La función tiene un máximo relativo en x = –2 y un mínimo relativo en x = 1.

5. Madrid. EVAU Ordinaria 2024. 3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f\left(x\right)=\begin{cases} x^2-x+e^2 & si \quad x<1 \\ ae^{2x} & si \quad x\geq 1 \end{cases}$$

a) Halle el valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ para que *f(x)* sea continua en todo su dominio.
b) Para *a = 1*, calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de la función anterior, el eje de abscisas y las rectas *x = 1* y *x = 2*.

Solución: a) Para que la función sea continua debe ser a = 1. b) $\dfrac{e^4-e^2}{2}\simeq 23.6\ u^2$

6. Madrid. EVAU Ordinaria 2024. 4. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f\left(x\right)=\frac{x-2}{x^2-9}$$

a) Determine las asíntotas de esta función.
b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa *x = 0*.

Solución: a) La función tiene dos asíntotas verticales: $x=-3$, $x=3$. $y=0$ *es la asíntota horizontal. No existe asíntota oblicua. b)* $y=\dfrac{-1}{9}x+\dfrac{2}{9}$

7. Madrid. EVAU Extraordinaria 2023. A.2. (2 puntos) Considere la función real de variable real:

$$f\left(x\right)=x^3+2x^2$$

a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa *x = 1*.
b) Determine los extremos relativos de la función *f(x)* indicando si son máximos o mínimos.

Solución: a) $y=7x-4$ *b) El máximo relativo tiene coordenadas* $\left(\dfrac{-4}{3},\dfrac{32}{27}\right)$ *y el mínimo relativo tiene coordenadas (0, 0).*

8. Madrid. EVAU Extraordinaria 2023. A.3. (2 puntos) Considere la función real de variable real:

$$f\left(x\right)=\begin{cases} ax^2+3 & si \quad x<2 \\ e^x & si \quad x\geq 2 \end{cases}$$

a) Obtenga el valor del parámetro real *a* para que la función *f(x)* sea continua en su dominio.
b) Calcule el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de *f(x)*, el eje de abscisas y las rectas *x = 2* y *x = 3*.

Solución: a) Para que sea continua la función f(x) debe ser $a=\dfrac{e^2-3}{4}$. *b) Área =* $e^3-e^2\simeq 12.696\ u^2$

9. Madrid. EVAU Extraordinaria 2023. B.3. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f\left(x\right)=x+\frac{2}{x}$$

a) Halle el dominio de la función y determine sus asíntotas.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución: a) Dominio = $\mathbb{R}-\{0\}$. $x=0$ *es asíntota vertical. No tiene asíntota horizontal.* $y=x$ *es asíntota oblicua. b) La función decrece en* $\left(-\sqrt{2},0\right)\cup\left(0,+\sqrt{2}\right)$ *y crece en* $\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$.

10. Madrid. EVAU Ordinaria 2023. A.2. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x)=6x^2+ae^x-2,\ a\in\mathbb{R}$$

a) Obtenga el valor del parámetro real *a* sabiendo que $\int_0^1 f(x)\,dx=e-1$.

b) Para *a = 1*, obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa $x=0$.

Solución: a) El valor buscado es a = 1. *b)* $y=x-1$

11. Madrid. EVAU Ordinaria 2023. A.3. (2 puntos) Se considera la función real de variable real definida por la siguiente expresión:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^4}{x^2+1} & si\quad x\le 0\\[2mm] \dfrac{x^2+1}{x+1} & si\quad x>0\end{cases}$$

a) Indique el dominio de la función *f(x)* y analice su continuidad, señalando el tipo de discontinuidad si la presenta.
b) Determine las asíntotas de la función anterior.

Solución: a) Dominio f(x) = $\mathbb{R}$. *La función es continua en* $\mathbb{R}-\{0\}$. *b) No presenta asíntotas verticales ni asíntota horizontal. No existe asíntota oblicua en –∞. La asíntota oblicua en +∞ tiene ecuación* $y=x-1$.

12. Madrid. EVAU Ordinaria 2023. B.3. (2 puntos) Se consideran las siguientes funciones reales de variable real:

$$f(x)=-x^3+2x^2+4x,\quad g(x)=4x$$

a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)*.
b) Calcule el área de la región acotada limitada por las gráficas de las funciones *f(x)* y *g(x)* en el primer cuadrante del plano cartesiano.

Solución: a) La función decrece en $\left(-\infty,-2/3\right)$ *∪ (2, +∞) y crece en (–2/3, 2). b) Área = 4/3 = 1.33 unidades cuadradas.*

13. Madrid. EVAU Extraordinaria 2022. A.3. (2 puntos) Considere las funciones reales de variable real $f(x)=x^2-4x+3$ y $g(x)=-x^2+ax+3$.

a) Se define *h(x)* de la siguiente manera:

$$h(x)=\begin{cases}f(x), & si\ x\le 1\\ g(x), & si\ x>1\end{cases}$$

¿Qué valor debe darle a la constante $a\in\mathbb{R}$ para que la función *h* sea continua en $\mathbb{R}$?
b) Para *a = 2*, halle el área de la región acotada del plano que está delimitada por las gráficas de *f* y de *g*.

Solución: a) La función h(x) es continua en x = 1 si a = –2 *b) Área = 9* u^2.

14. Madrid. EVAU Extraordinaria 2022. B.2. (2 puntos)

a) Determine los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ verifique que *f(2) = 4* y *f ´(2) = 0.*

b) Encuentre todas las asíntotas de la función $g(x) = x + \frac{1}{x}$.

Solución: a) Los valores buscados son a = 1 y b = 4. b) $x = 0$ *es asíntota vertical. No tiene asíntota horizontal.* $y = x$ *es asíntota oblicua.*

15. Madrid. EVAU Extraordinaria 2022. B.3. (2 puntos) Un investigador ha desarrollado un fertilizante para un determinado cultivo. Los estudios de mercado indican que los ingresos, I(x), en miles de euros, vienen expresados por la función

$$I(x) = x\frac{170 - 0.85x}{5}$$

en la que *x* representa la demanda del producto, expresada en miles de litros. Por otra parte, los costes de producción que asume la empresa, en miles de euros, se expresan en función de la demanda mediante la función $C(x) = 10 + 2x + x^2$.

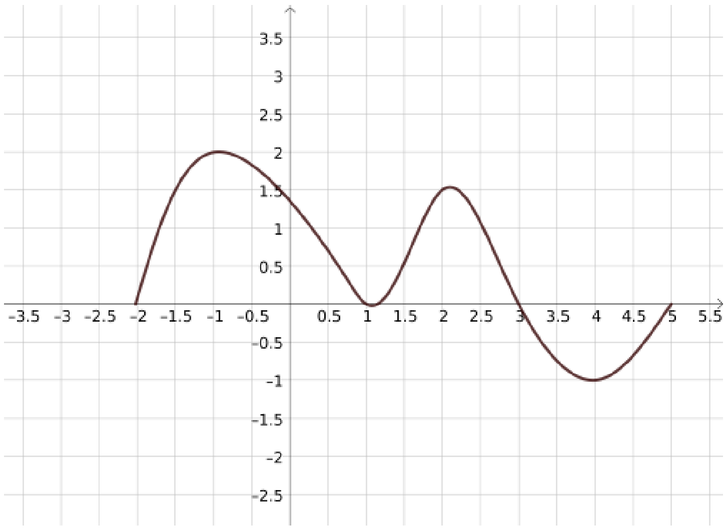
a) Proporcione una expresión para la función beneficio en términos de la demanda *x* y encuentre la cantidad de producto que debería venderse para maximizarlo. Obtenga también el beneficio máximo.

b) Determine entre qué valores debería encontrarse la cantidad demandada de fertilizante para que el coste medio, $C(x)/x$, no supere los diez mil euros.

Nota: Exprese los resultados con 2 cifras decimales.

Solución: a) $B(x) = -1.17x^2 + 32x - 10$ *El máximo beneficio que se puede conseguir es de 208803 € y se consigue con una demanda de 13675 litros de fertilizante. b) El coste medio está por debajo de 10 mil euros entre los valores de demanda 1550 y 6450 litros de fertilizante.*

16. Madrid. EVAU Ordinaria 2022. A.3. (2 puntos) La figura dada representa la gráfica de cierta función *f*.



La gráfica representada tiene tangentes horizontales en *x = –1*; *x = 1*; *x = 2* y *x = 4*:

a) Determine razonadamente los intervalos en los que *f ´(x) > 0.*

b) Determine razonadamente cuál es el signo de

$$\int_{-2}^{5} f(x)\,dx.$$

Solución: a) La derivada es positiva (la función crece) en los intervalos $(-2,-1)\cup(1,2)\cup(4,5)$
b) va a tener un resultado positivo.

17. Madrid. EVAU Ordinaria 2022. B.2. (2 puntos) Considere la función real de variable real

$$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$$

a) Determine sus asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas).
b) Calcule *f ´(x)* y halle el valor de *f ´(2)*.

Solución: a) $x=1$ *es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal. La asíntota oblicua tiene ecuación* $y=x$. *b)* $f´(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}\Rightarrow f´(2)=0$

18. Madrid. EVAU Ordinaria 2022. B.3. (2 puntos) Un escultor quiere dividir un alambre muy fino en dos trozos que se utilizarán para delimitar, respectivamente, un cuadrado y un rectángulo cuya base debe medir el doble que su altura.
Posteriormente, se fabricarán ambas figuras planas con un material que cuesta 16 céntimos de euro/cm^2 para el cuadrado y 10 céntimos de euro/cm^2 para el rectángulo. Si el alambre inicial mide 450 cm, determine la función de coste total de ambas figuras. Obtenga la longitud de cada trozo de alambre para que el coste total de estas piezas sea mínimo.
Sugerencia: Exprese el coste total en función de la altura del rectángulo y utilice 3 cifras decimales para realizar los cálculos.

Solución: $C(x)=56x^2-5400x+202500$, *x es la altura del rectángulo. Para conseguir un coste mínimo el trozo de alambre para el rectángulo es de 289.286 cm y el del cuadrado es de 160.714 cm.*

19. Madrid. EVAU Extraordinaria 2021. A.3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-x-1 & si \quad x\le 3 \\ \dfrac{3a}{x} & si \quad x>3 \end{cases}$$

a) Determine el valor del parámetro real *a* para que la función *f(x)* sea continua en todo su dominio. ¿Para ese valor de *a* es *f(x)* derivable?
b) Para *a = 1*, calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=1$.

Solución: a) a = 5. Para este valor la función no es derivable en x = 3 b) y = x – 2

20. Madrid. EVAU Extraordinaria 2021. B.2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x)=\frac{x^3-2x^2}{(x-1)^2}$

a) Calcule el dominio y las asíntotas de *f(x)*.
b) Determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{1\}$. *x = 1 es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal. La asíntota oblicua tiene ecuación* $y=x$. *b) La función crece en* $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(0,1)$.

21. Madrid. EVAU Extraordinaria 2021. B.3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se sabe que la derivada de una función real *f(x)* de variable real es:

$$f´(x)=3x^2+8x$$

a) Determine la expresión de *f(x)* sabiendo que $f(1)=11$.

b) Determine los máximos y mínimos locales de *f(x)*, si los hubiera.

Solución: a) $f(x)=x^3+4x^2+6$ *b) El mínimo local tiene coordenadas (0, 6). El máximo local tiene coordenadas* $\left(-\frac{8}{3},\frac{418}{27}\right)$

22. Madrid. EVAU Ordinaria 2021. A.2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\frac{x^3+4}{x^2-1}$$

a) Determine el dominio de *f(x)* y calcule sus asíntotas.
b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa *x = 0*.

Solución: a) El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-1,1\}$*. Tiene dos asíntotas verticales: x = –1 y x = 1. No tiene asíntota horizontal. La asíntota oblicua es* $y=x$ *b) y = –4.*

23. Madrid. EVAU Ordinaria 2021. A.3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax & si \quad x\le 1 \\ \ln x & si \quad x>1 \end{cases}$$

denotando por ln la función logaritmo neperiano.
a) Determine para qué valores de $a\in\mathbb{R}$ la función *f(x)* es continua en $\mathbb{R}$.
b) Para *a = 1*, halle el área de la región acotada delimitada por la función *f(x)*, el eje de abscisas y las rectas *x = –1*, *x = 0*.

Solución: a) a = 1 b) Área = 5/6 u^2.

24. Madrid. EVAU Ordinaria 2021. B.3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real, definida $f(x)=\left(x^2-3\right)e^x$

a) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f(x)* y determine sus extremos relativos indicando si corresponden a máximos o mínimos.
b) Calcule

$$\int_1^2 e^{-x}f(x)dx$$

Solución: a) La función crece en $(-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(-3,1)$*. La función tiene un máximo relativo en x = –3 y un mínimo relativo en x = 1 b)* $\int_1^2 e^{-x}f(x)dx=\frac{-2}{3}$

25. Madrid. EVAU Extraordinaria 2020. A.3. (2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{6x}{2x^2+1} & si \quad x<1 \\ 2m+\ln x & si \quad x\ge 1 \end{cases}$$

a) Estudie los valores del parámetro $m\in\mathbb{R}$ para que *f(x)* sea continua en *x = 1* y calcule la derivada de la función para *x < 1*.
b) Halle el área de la región del plano limitada por la curva *y = f(x)*, las rectas $x=-1$ y $x=0$ y el eje *OX*.

Solución: a) Para que sea continua debe ser m = 1. $f'(x)=\frac{6-12x^2}{\left(2x^2+1\right)^2}$

b) $\text{Área}=\int_0^1 \frac{6x}{2x^2+1}dx=\frac{3}{2}\ln 3=1.648\,u^2$

26. Madrid. EVAU Extraordinaria 2020. B.2. (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\frac{ax^2-3}{x^2-5}$$

a) Calcule el valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ para que *f(x)* tenga una asíntota horizontal en *y = –1*.
b) Para *a = 1*, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f(x)* y los extremos relativos, si existen.

Solución: a) a = –1. b) La función crece en $\left(-\infty,-\sqrt{5}\right)\cup\left(-\sqrt{5},0\right)$ *y decrece en* $\left(0,+\sqrt{5}\right)\cup\left(+\sqrt{5},+\infty\right)$. *Tiene un máximo relativo en* $\left(0,\frac{3}{5}\right)$

27. Madrid. EVAU Extraordinaria 2020. B.3. (2 puntos)
Dada la función real de variable real

$$f(x)=e^{2x}+x$$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a *f(x)* en *x = 0*.
b) Calcule

$$\int_0^1 f(x)dx$$

Solución: a) y = 3x + 1. b) $\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 e^{2x}+xdx=\frac{e^2}{2}$

28. Madrid. EVAU Ordinaria 2020. A.2. (2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x)=\frac{4x-x^3}{3x+x^2}+4$$

a) Calcule el dominio de la función y obtenga el valor que hay que asignar a *f(x)* en *x = 0* para que la función anterior sea continua en este punto.
b) Obtenga las asíntotas de esta función en caso de que existan

Solución: a) El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-3,0\}$. *Debemos darle el valor* $f(0)=\frac{16}{3}$ *para conseguir que sea continua en x = 0.*
b) Asíntota vertical x = –3, No tiene asíntota horizontal La asíntota oblicua es y = –x + 7.

29. Madrid. EVAU Ordinaria 2020. A.3. (2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f\left(x\right)=-x^4+x^3+2x^2$$

a) Determine la ecuación de la recta tangente a *f(x)* en el punto de abscisa *x = –1*.
b) Obtenga el área del recinto acotado delimitado por la función *f(x)* y el eje de abscisas para valores de *x > 0*.

Solución: a) y = 3x + 3. b) $\text{Área}=\int_0^2 -x^4+x^3+2x^2dx=\frac{44}{15}=2{,}93\,u^2$

30. Madrid. EVAU Ordinaria 2020. B.3. (2 puntos)
Se considera la función real de variable real dada por la siguiente expresión:

$$f(x)=3(x+k)e^{\frac{-x}{2}}$$

a) Indique el dominio de la función y obtenga razonadamente el valor del parámetro real *k* para que la tangente a la función en el punto de abscisa *x = 1* sea horizontal. Determine también la ecuación de la recta tangente a la función en dicho punto.
b) Para *k = 1*, señale los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f(x)*.

Solución: a) El dominio es todo R. k = 1. La recta tangente es $y=\frac{6}{\sqrt{e}}$.

b) La función crece en $(-\infty,1)$ *y decrece en* $(1,+\infty)$.

31. Madrid. EVAU Julio 2019. Opción A. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x)=2x^3-8x$.

a) Determínese en qué puntos la tangente a la curva *y = f (x)* es horizontal.
b) Calcúlese el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de *f* , el eje de abscisas y las rectas $x=0$, $x=2$.

Solución: a) En los puntos $x=\frac{2}{\sqrt{3}}$ *y* $x=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ *la tangente es horizontal. b) Área = 8* u^2

32. Madrid. EVAU Julio 2019. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3}{x^2-9} & si \quad x<3\\ x^2-4 & si \quad x\geq 3\end{cases}.$$

a) Estúdiese la continuidad de *f* .
b) Determínese si f tiene asíntotas horizontales, verticales u oblicuas.

Solución: a) La función es continua en $\mathbb{R}-\{-3,3\}$ *b) x = –3 y x = 3 son las asíntotas verticales No existen asíntotas horizontales. La asíntota oblicua es* $y=x$

33. Madrid. EVAU Julio 2019. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=x^3+x^2-5x+3$.

a) Determínense los puntos de corte con los ejes de coordenadas así como los límites de la función cuando x tiende a infinito y a menos infinito.
b) Determínense los valores de x en los que la pendiente de la recta tangente a la función es igual a 3.

Solución: a) El punto de corte con el eje OY es (0, 3). Los puntos de corte con el eje OX son $(1,0)$ *y (–3, 0).* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^3+x^2-5x+3=\lim_{x\to+\infty} x^3=+\infty$.

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3+x^2-5x+3=\lim_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

b) La pendiente de la recta tangente es 3 en los valores $x=\frac{4}{3}$ *y* $x=-2$

34. Madrid. EVAU Junio 2019. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
La derivada de una función real de variable real, *f (x)*, viene dada por la expresión:

$$f'(x)=2x^2-4x-6$$

a) Obténgase la expresión de la función *f (x)* sabiendo que pasa por el punto (0, 3).
b) Determínense los extremos relativos de la función *f (x)* indicando si corresponden a máximos o mínimos relativos y estúdiese la concavidad ($\bigcup$) y convexidad ($\bigcap$) de esta función.

Solución: a) La función es $f(x)=2\dfrac{x^3}{3}-2x^2-6x+3$ *b) En x = –1 hay un máximo relativo. En x = 3 hay un mínimo relativo. Es cóncava (∩) en el intervalo* $(-\infty,1)$ *y convexa (∪) en* $(1,+\infty)$. *En x = 1 hay un punto de inflexión.*

35. Madrid. EVAU Junio 2019. Opción B. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real:

$$f(x)=\frac{8}{x^2+4}$$

a) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f (x)* y obténganse sus asíntotas verticales y horizontales, si las tuviese.
b) Obténgase la ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x=2$.

Solución: a) En $(-\infty,0)$ *crece y en* $(0,+\infty)$ *decrece. No hay asíntotas verticales. La asíntota horizontal es* $y=0$. *b)* $y=\dfrac{-1}{2}x+2$

36. Madrid. EVAU Junio 2019. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
La función real de variable real, *f (x)*, se define según la siguiente expresión:

$$f(x)=\begin{cases} e^x+k & si \quad x\le 0 \\ 1-x^2 & si \quad 0<x\le 3 \\ \dfrac{1}{x-3} & si \quad x>3 \end{cases}$$

a) Analícese la continuidad de la función en todo su dominio según los valores de k.
b) Considerando $k=0$, obténgase el área del recinto acotado delimitado por la función *f (x)*, el eje de abscisas y las rectas $x=-1$ y $x=1$.

Solución: a) Para $k=0$ la función es continua en $\mathbb{R}-\{3\}$. Para $k\neq 0$ la función es continua en $\mathbb{R}-\{0,3\}$. b) $Área=\dfrac{5}{3}-\dfrac{1}{e}=1,3\,u^2$

37. Madrid. EVAU Julio 2018. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Considérese la función real de variable real: $f(x)=\dfrac{x}{1-4x^2}$.
a) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f* .
b) Estúdiense las asíntotas de *f* .

Solución: a) La función es creciente en todo su dominio b) Las asíntotas verticales son $x=-\dfrac{1}{2}$ *y* $x=\dfrac{1}{2}$. *La asíntota horizontal es* $y=0$. *No hay asíntota oblicua.*

38. Madrid. EVAU Julio 2018. Opción B. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Los beneficios, en millones de euros, de una determinada inversión vienen dados por la función $f(x)=x^3-12x$, donde x representa cierto índice que puede tomar cualquier valor real.
a) Determínese, en el caso de que exista, el valor del índice para el que el beneficio es mayor que el de todos los valores de un entorno suyo. ¿Cuál sería el beneficio para ese valor del índice?

b) Supóngase que el valor actual del índice es x = 4 y que está previsto que éste experimente un incremento positivo. Justifíquese si el beneficio aumentará o disminuirá.

Solución: a) El máximo se alcanza en el valor del índice 2 y el beneficio para ese índice es 16
b) Al aumentar el índice (x) la función del beneficio crece (aumentará)

39. Madrid. EVAU Julio 2018. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x)=\begin{cases} x^3+2e^x & si \quad x<0 \\ \dfrac{2}{3+x} & si \quad x\geq 0 \end{cases}.$$

a) Determínense el dominio de f (x) y estúdiese su continuidad.

b) Calcúlese $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}$. *Es continua en* $\mathbb{R}-\{0\}$ *b)* $\int_{-1}^{0} f(x)dx=\frac{7}{4}-\frac{2}{e}$

40. Madrid. EVAU Junio 2018. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Dada la función real de variable real definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1} & si \ x\leq 2 \\ \dfrac{3x^2-2x}{x+2} & si \ x>2 \end{cases}$$

a) Estúdiese si *f(x)* es continua en *x = 2*.
b) Calcúlese la función derivada de *f(x)* para *x < 2*.

Solución: a) La función no es continua en x = 2 b) $f\,'(x)=\frac{-3}{(x-1)^2}$

41. Madrid. EVAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real $f(x)=\frac{x^3}{(x+1)^2}$

a) Calcúlense el dominio y las asíntotas de *f(x)*.
b) Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) $Dominio=\mathbb{R}-\{-1\}$. *Asíntota vertical: x = –1. No tiene asíntota horizontal. La asíntota oblicua es y = x – 2* *b) La función crece en* $(-\infty,-3)\cup(-1,+\infty)$ *y decrece en* $(-3,-1)$

42. Madrid. EVAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real:

$$f(x)=2x^3-5x^2+3x.$$

a) Calcúlese el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función *f(x)* y el eje OX.
b) Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f(x)* en el punto de abscisa x = 0.

Solución: a) Área = 0.38 u^2 *b) y = 3x*

43. Madrid. EVAU Septiembre 2017. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real:

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & si\ x<-1 \\ x^2+x-2 & si\ x\geq -1 \end{cases}.$$

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que *f (x)* sea una función continua en todo su dominio.

b) Para a = 2, calcúlense los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes cartesianos. Determínense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Solución: a) a = 3 b) Los puntos de corte son (0, –2) y (1, 0). La función crece en $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{-1}{2},+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-1,\frac{-1}{2}\right)$

44. Madrid. EVAU Septiembre 2017. Opción B. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x)=\frac{x^2-1}{3x-2}\ .$$

a) Estúdiense sus asíntotas.

b) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución: a) x = 2/3 es asíntota vertical, no tiene asíntota horizontal y la asíntota oblicua es $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}$

b) La función es creciente en todo su dominio $\mathbb{R}-\left\{\frac{2}{3}\right\}$.

45. Madrid. EVAU Septiembre 2017. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera la función real de variable real

$$f(x)=x^2+ax\ .$$

a) Calcúlese el valor del parámetro real a para que la función *f (x)* tenga un extremo relativo en $x=2$.

Determínese si se trata de un máximo o un mínimo local.

b) Para a = –2, hállese el área del recinto acotado por la gráfica de *f (x)*, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=2$.

Solución: a) a = –4. En x = 2 hay un mínimo local b) Área = 4/3 u^2.

46. Madrid. EVAU Junio 2017. Opción A. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)

a) Determínese el valor de la derivada de la función $f(x)=\frac{e^x}{1+x}$ en el punto de abscisa x = 0.

b) Estúdiense las asíntotas de la función $f(x)=\frac{x^3}{1-x^2}$.

Solución: a) $f\,'(0)=0$ *b) Asíntotas verticales. x = 1. x = –1. No existen asíntotas horizontales. La asíntota oblicua es* $y=-x$

47. Madrid. EVAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)

Considérese la función real de variable real:

$$f(x)=x^3-3x$$

a) Calcúlense $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{1-x^3}$ y $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$

b) Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de *f (x)*.

Solución: a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{1-x^3}=-1$. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=-3$ *b) La función es creciente en* $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y decreciente en* $(-1,1)$

48. Madrid. EVAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Se considera la función real de variable real:

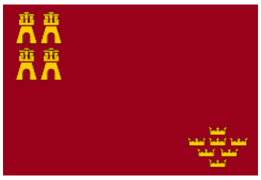
$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+2} & si \quad x\le 0\\ x+2 & si \quad x>0\end{cases}$$

a) Estúdiese la continuidad de *f (x)* en R.

b) Calcúlese $\int_{-1}^{0} f(x)dx$.

Solución: a) La función es continua en $\mathbb{R}-\{-2,0\}$ *b)* $\int_{-1}^{0} f(x)dx=\ln 4$

MURCIA



1. Murcia. EBAU Extraordinaria 2024. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) El número de espectadores, en miles de personas, en unas competiciones de atletismo durante las 5 primeras horas de realización de estas pruebas, viene dada por la función $P(x)=x^3-6x^2+9x+4$, donde x representa el número de horas, $1\le x\le 5$. Determine:

a) ¿En qué intervalo aumenta el número de espectadores a la competición? (1 punto)

b) ¿Cuándo hay un mayor número de espectadores?, ¿Cuántos son? (0,75 puntos)

c) ¿En qué hora hay menos espectadores?, ¿Cuántos son? (0,75 puntos)

Solución: a) El número de espectadores aumenta de la hora 3 hasta la hora 5.
b) El mayor número de espectadores se produce en la quinta hora con 24000 espectadores.
c) El menor número de espectadores se produce en la tercera hora con 4000 espectadores.

2. Murcia. EBAU Extraordinaria 2024. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función
$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \;\; x<1 \\ \dfrac{ax+b}{x} & si \;\; 1\le x\le 2 \\ \sqrt{x^3+1} & si \;\; x>2 \end{cases}$$

a) Calcular el valor de los parámetros a y b para que la función sea continua en todo su dominio. (1.5 puntos)

b) Determine la derivada $f\,'(x)$ para $x>2$. (1 punto)

Solución: a) La función es continua para $a=4$ *y* $b=-2$. *b)* $f\,'(x)=\dfrac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}}$

3. Murcia. EBAU Extraordinaria 2024. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}$, calcule:

a) El dominio de la función y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)

b) Asíntotas verticales y horizontales, si las hay. (0,5 puntos)

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)

d) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$. *El único punto de corte con los ejes es el punto* $A\left(0,\dfrac{-1}{4}\right)$. *b) Hay dos asíntotas verticales:* $x=-2$, $x=2$. $y=0$ *es asíntota horizontal. c) La función crece en* $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ *y decrece en* $(0,2)\cup(2,+\infty)$ *d) Un máximo relativo en x = 0. No tiene mínimos relativos.*

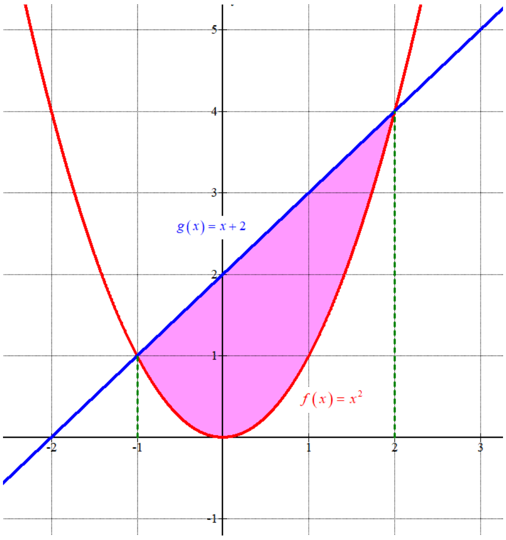
4. Murcia. EBAU Extraordinaria 2024. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+2}$:

a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $f\left(x\right)=\dfrac{2x}{x^2+2}$ en el punto *x = 1.* (1,25 puntos)

b) Calcular el área del recinto limitado por la curva $f\left(x\right)=\dfrac{2x}{x^2+2}$, el eje de abscisa y la recta $x=1$. (1,25 puntos)

Solución: a) $y=\dfrac{2}{9}x+\dfrac{4}{9}$ *b) El área tiene un valor de 0.405 unidades cuadradas.*

5. Murcia. EBAU Extraordinaria 2024. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Calcular el área de la región plana delimitada por las gráficas de las funciones $f\left(x\right)=x^2$ y $g\left(x\right)=x+2$ y representar gráficamente esta región.



Solución: El área del recinto tiene un valor de 4.5 unidades cuadradas

6. Murcia. EBAU Ordinaria 2024. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La función de coste de una empresa es $C\left(q\right)=q^2-18q+14$ donde q representa las unidades producidas. Sabiendo que el precio de venta, en euros, está relacionado con las unidades producidas según la ecuación de demanda $p=10-q$, se desea conocer:

a) La función de beneficio de esta empresa. (0,5 puntos).
b) El nivel de producción que maximiza el beneficio de la empresa. Razone su resultado. (1 punto)
c) El precio de venta óptimo. (0,5 puntos)
d) El beneficio máximo que puede lograr la empresa. (0,5 puntos)

Solución: a) $B\left(q\right)=-2q^2+28q-14$ *b) El beneficio es máximo produciendo 7 unidades c) 3 euros*

d) El beneficio máximo que se puede obtener es de 84 €.

7. Murcia. EBAU Ordinaria 2024. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función definida a trozos $f(x)=\begin{cases} 3x-3 & si\ \ 0<x<3 \\ ax^2-6x+3a & si\ \ x\geq 3 \end{cases}$

a) Hallar el valor de *a* para que la función sea continua en *x = 3* (1 punto)
b) Para este valor de *a* y para $x\geq 3$, calcular la ecuación de la recta tangente que pasa por el punto $x=3$ (1,5 puntos)

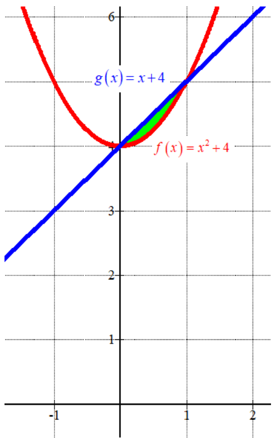
Solución: a) La función es continua en x = 3 para $a=2$ *b)* $y=6x-12$

8. Murcia. EBAU Ordinaria 2024. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$, calcule:

a) El dominio de la función y los puntos de corte con los ejes. (0,5 puntos)
b) Asíntotas verticales y horizontales. (0,5 puntos)
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)
d) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}-\{-1,1\}$. *El único punto de corte con los ejes es el punto A(0, –1) b) Hay dos asíntotas verticales:* $x=-1$, $x=1$. $y=1$ *es asíntota horizontal. c) La función crece en* $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$ *y decrece en* $(0,1)\cup(1,+\infty)$ *d) Un máximo relativo en x = 0. No tiene mínimos relativos.*

9. Murcia. EBAU Ordinaria 2024. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x)=x^2+4$ y la recta $g(x)=x+4$. Calcular su área.

Solución: 

El área del recinto tiene un valor de $\dfrac{1}{6}\simeq 0.166u^2$.

10. Murcia. EBAU Ordinaria 2024. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{e^x}{e^x+2}$:

a) Calcular $\int f(x)dx$. (1 punto)
b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función *f(x)* y las rectas $x=0$ y $x=1$ (1,5 puntos)

Solución: a) $\int f(x)dx=\ln\left(e^x+2\right)+C$ *b) El área tiene un valor de* $\ln(e+2)-\ln 3\simeq 0.45u^2$.

11. Murcia. EBAU Extraordinaria 2023. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La función de costes de una empresa $C(q)=q^2-16q+48$, donde q es el nivel de producción. Si la ecuación de demanda viene dada por la expresión $p=12-q$, dónde p es el precio unitario de venta. Determine:

a) La función de beneficios de la empresa en función del nivel de producción. (0,5 puntos).
b) El nivel de producción, *q*, para el que se maximiza la función de beneficios de la empresa. (1 punto)
c) El precio para el que se obtendría el máximo beneficio. (0,5 puntos)
d) El valor del beneficio máximo. (0,5 puntos)

Solución: a) $B(q) = -2q^2 + 28q - 48$ *b) El beneficio es máximo con un nivel de producción de 7 unidades. c) El precio sería de 5 por unidad. d) Un beneficio máximo de 50.*

12. Murcia. EBAU Extraordinaria 2023. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} ax+5 & si \;\; x \le -1 \\ bx^2 - 2x + 1 & si \;\; -1 < x \le 2 \\ \dfrac{3x-1}{(x-1)^2} & si \;\; x > 2 \end{cases}$$

a) Calcular el valor de los parámetros *a* y *b* para que la función sea continua en todo su dominio. (1,5 puntos)
b) Determine la derivada *f ´(x)* para *x > 2*. (1 punto)

Solución: a) Los valores buscados son a = 0, b = 2. b) $f´(x) = \dfrac{-3x-1}{(x-1)^3}$

13. Murcia. EBAU Extraordinaria 2023. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x}$, calcule:

a) El dominio de la función y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)
b) Las asíntotas verticales y horizontales, si las hay. (0,5 puntos)
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)
d) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)

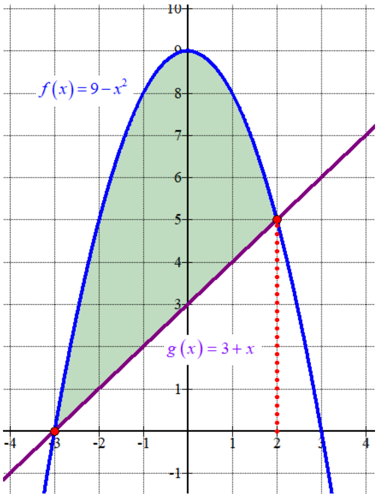
Solución: a) El dominio es $\mathbb{R} - \{0\}$. *El único punto de corte con los ejes es el punto A(2, 0). b)* $x = 0$ *es asíntota vertical. No existe asíntota horizontal. c) La función crece en* $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ *y decrece en* $(-2, 0) \cup (0, 2)$. *d) La función presenta un máximo local en x = –2 y un mínimo local en x = 2.*

14. Murcia. EBAU Extraordinaria 2023. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = 3e^{x+2}$:

a) Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = 3e^{x+2}$ en el punto *x = –2* (1,25 puntos)
b) Calcular el área del recinto limitado por la curva $f(x) = 3e^{x+2}$, el eje de abscisa y la recta $x = 1$ (1,25 puntos)

Solución: a) $y = 3x + 9$ *b) Área =* $3e^3 \simeq 60.26u^2$

15. Murcia. EBAU Extraordinaria 2023. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Representar gráficamente la región limitada por las gráficas de las funciones $f(x) = 9 - x^2$ y $g(x) = 3 + x$ y calcular su área.

Solución: a) 

Área = $\frac{125}{6} \simeq 20.83\ u^2$

16. Murcia. EBAU Ordinaria 2023. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La función de coste de una empresa es $C(q)=q^3+3q+10$ donde *q* representa las unidades producidas. Sabiendo que el precio de venta, en euros, de cada unidad producida es *p = 30*, se desea conocer:

a) La función beneficio de esta empresa. (0,5 puntos).
b) El número de unidades producidas que maximiza el beneficio de la empresa. Razone su resultado. (1,5 puntos)
c) El beneficio máximo que puede lograr la empresa. (0,5 puntos)

Solución: a) $B(q)=-q^3+27q-10$ *b) El beneficio es máximo produciendo 3 unidades. c) 44 €.*

17. Murcia. EBAU Ordinaria 2023. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función definida a trozos $f(x)=\begin{cases} 2+\sqrt{x} & si\ \ 0<x\le 1 \\ \dfrac{8x-2}{2x} & si\ \ x>1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de la función en todo su dominio. (0,5 puntos)
b) Estudiar el crecimiento o decrecimiento de la función en su dominio. (1 punto)
c) Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=2$. (1 punto)

Solución: a) La función es continua en todo su dominio $=(0,+\infty)$.

b) La función es creciente en todo su dominio. *c)* $y=\frac{x}{4}+3$

18. Murcia. EBAU Ordinaria 2023. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\frac{2x^2}{9-x^2}$, calcule:

a) El dominio de la función y los puntos de corte con los ejes. (0,5 puntos)
b) Asíntotas verticales y horizontales. (0,5 puntos)
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)
d) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)

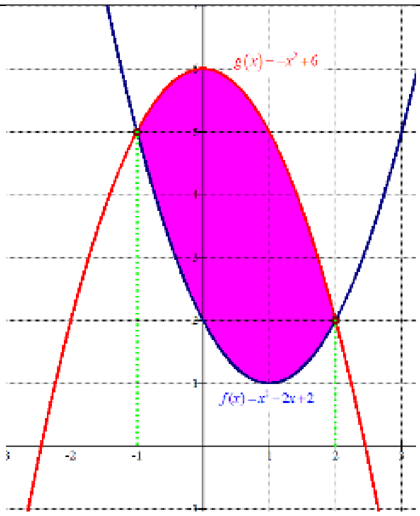
Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}-\{-3,3\}$. *El único punto de corte con los ejes es el punto A(0, 0).*

b) Hay dos asíntotas verticales: $x=-3$; $x=3$. $y=-2$ *es asíntota horizontal.*

c) La función decrece en $(-\infty,-3)\cup(-3,0)$ *y crece en* $(0,3)\cup(3,+\infty)$.

d) La función presenta un mínimo relativo en x = 0.

19. Murcia. EBAU Ordinaria 2023. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por las parábolas $f(x)=x^2-2x+2$ y $g(x)=-x^2+6$. Calcular su área.

Solución: a) 

Área = 9 unidades cuadradas.

20. Murcia. EBAU Ordinaria 2023. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x}$:

a) Calcular $\int f(x)dx$. (1 punto)

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función *f(x),* el eje de abscisa y las rectas $x=1$ y $x=e$ (1,5 puntos)

Solución: a) $\int f(x)dx=(\ln x)^2+C$ *b) 1 unidad cuadrada.*

21. Murcia. EBAU Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) La ecuación de demanda de un determinado producto viene dado por la expresión $p=400-2q$, y su función de coste total es $C(q)=0,2q^2+4q+400$, donde q es el número de unidades de dicho producto y p se expresa en euros por unidad. Determine:

a) La expresión de la función de beneficios de la empresa.
b) El nivel de producción, q, para el que se maximiza la función de beneficios de la empresa.
c) El precio para el que el beneficio es máximo.
d) El beneficio máximo.

Solución: a) $B(q)=-2.2q^2+396q-400$ *b) En q = 90 hay un máximo relativo de la función beneficio. c) El precio para una producción de 90 unidades es p = 220 €. d)* $B(90)=17420$ *€*

22. Murcia. EBAU Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} xe^x & si\ \ x\le 0 \\ ax+b & si\ \ 0<x<1 \\ 1+x\ln x & si\ \ x\ge 1 \end{cases}$$

a) Calcular el valor de los parámetros *a y b* para que la función sea continua en todo su dominio.
b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=1$. (1,5 puntos)

Solución: a) Los valores buscados son a = 1 y b = 0. b) y = x

23. Murcia. EBAU Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{1-x^2}{x^2-4}$, calcule:

a) El dominio de definición de la función y el punto de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)
b) Las asíntotas verticales y horizontales, si las hay.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Máximos y mínimos locales.

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,+2\}$. *Hay tres puntos de corte con los ejes coordenados:* $\left(0,-\dfrac{1}{4}\right)$; $(-1,0)$ *y* $(1,0)$. *b)* $x=2$; $x=-2$ *son asíntotas verticales.* $y=-1$ *es asíntota horizontal.*
c) La función decrece en $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ *y crece en* $(0,2)\cup(2,+\infty)$. *El mínimo relativo es* $\left(0,-\dfrac{1}{4}\right)$

24. Murcia. EBAU Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$:

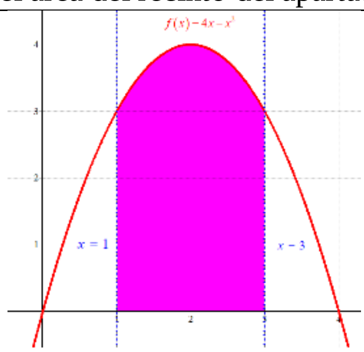
a) Calcular la derivada *f ´(x)* (1 punto)
b) Calcular $\int f(x)\,dx$. (1 punto)
c) Calcular $\int_0^1 f(x)\,dx$ (0,5 puntos)

Solución: a) $f'(x)=\dfrac{1-x^2}{\left(1+x^2\right)^2}$ *b)* $\int f(x)\,dx=\dfrac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right)+K$ *c)* $\int_0^1 f(x)\,dx=\dfrac{1}{2}\ln 2$

25. Murcia. EBAU Extraordinaria 2022. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=4x-x^2$:

a) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la función *f(x)*, el eje OX y las rectas $x=1$ y $x=3$ (1 punto)
b) Calcule el área del recinto del apartado anterior. (1,5 puntos)

Solución: a)



b) Área $=\dfrac{22}{3}\simeq 7.33u^2$

26. Murcia. EBAU Ordinaria 2022. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) Se estima que los beneficios, en miles de euros, obtenidos en una sala de conciertos inaugurada hace 5 años, viene dado por la función $B(t)=2t^3-15t^2+24t+26$ donde $t\in[0,5]$ es el tiempo, medido en años, que lleva funcionando la sala. Se quiere conocer:

a) ¿En qué momento se alcanza el máximo beneficio de la sala de conciertos? Razone su respuesta (2 puntos).
b) ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Solución: a) El máximo beneficio se consigue el primer año. b) 37000 €.

27. Murcia. EBAU Ordinaria 2022. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-kx+3 & si \quad x\le 2 \\ 2x+k & si \quad x>2 \end{cases}$$

a) Calcular el valor de *k* para que la función sea continua en $x=2$. (1 punto)

b) Para este valor determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=-1$. (1,5 puntos)

Solución: a) k = 1 *b)* $y=-3x+2$

28. Murcia. EBAU Ordinaria 2022. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=x^2e^x$, calcule:

a) El dominio de definición de la función. (0,5 puntos)

b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1 punto)

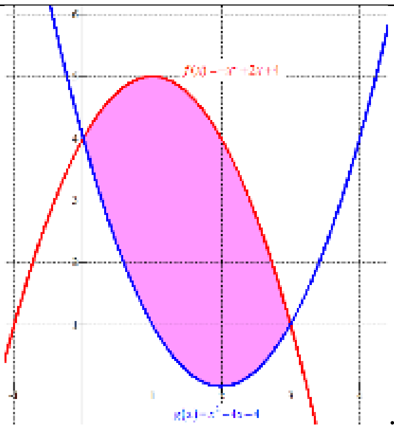
c) Máximos y mínimos locales. (0,5 puntos)

d) Calcule la derivada de la función $f(x)=x^2e^x$ en el punto de abscisa $x=1$. (0,5 puntos)

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}$. *b) La función crece en* $(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ *y decrece en* $(-2,0)$.

c) el máximo relativo tiene coordenadas $\left(-2,\frac{4}{e^2}\right)$ *y* $(0,0)$ *el mínimo relativo. d)* $f\,'(1)=3e$

29. Murcia. EBAU Ordinaria 2022. CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Representar la región del plano limitado por las parábolas $f(x)=-x^2+2x+4$ y $g(x)=x^2-4x+4$. Calcular su área.

Solución:  . $Área=9u^2$

30. Murcia. EBAU Ordinaria 2022. CUESTIÓN 7. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=\dfrac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+2}$:

a) Calcular $\displaystyle\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx$. (1 punto)

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función *f(x)*, el eje de abscisa y la recta $x=1$ (1,5 puntos)

Solución: a) $\displaystyle\int \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}dx=\ln\left(e^{x^2}+1\right)+C$. *b)* $Área=\ln(e+2)-\ln 3\simeq 0.45u^2$

31. Murcia. EBAU Extraordinaria 2021. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) En un concierto celebrado en Murcia se ha estimado el número de miles de jóvenes que han asistido a él en función de la hora de llegada, t, mediante la función $f(t)=\dfrac{10}{(t-6)^2+1}$. Hallar la hora en el que había el mayor número de personas en el concierto. ¿Cuál fue esa cantidad máxima? Razone la respuesta.

Solución: La máxima afluencia es de 10000 jóvenes y se produce a las 6 horas.

32. Murcia. EBAU Extraordinaria 2021. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x)=ax^2+3x+\dfrac{b}{x}$:

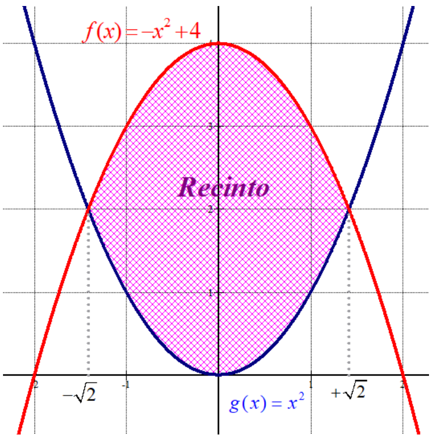
a) Calcule los valores a y b de forma que la función tenga un extremo relativo en el punto (1,2) y determine si ese extremo es un máximo o un mínimo. (1,5 puntos)

b) Si en la función anterior $a = 2$ y $b = 0$, determinar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 1$ (1 punto)

Solución: a) Los valores buscados son $a=-\dfrac{4}{3}$ *y* $b=\dfrac{1}{3}$ *b)* $y=7x-2$

33. Murcia. EBAU Extraordinaria 2021. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por las parábolas $f(x)=-x^2+4$ y $g(x)=x^2$. Calcular su área.

Solución:



Área $=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\simeq 7.54\,u^2$

34. Murcia. EBAU Extraordinaria 2021. CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x)=xe^{x^2}$:

a) Hallar la pendiente de esta función en el punto $x = 0$. (1 punto).

b) Calcular $\int xe^{x^2}dx$ (1 punto).

c) Calcular $\int_0^{1/2} xe^{x^2}dx$ (0,5 puntos)

Solución: a) El valor de la pendiente en el punto x = 0 es 1 *b)* $\dfrac{e^{x^2}}{2}+K$ *c)* $\dfrac{e-1}{2}$

35. Murcia. EBAU Ordinaria 2021. CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) El coste de producción de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $C(x)=\dfrac{1}{4}x^2+35x+25$ y su precio de venta es: $p=50-\dfrac{x}{4}$ euros. Hallar:

a) El número de unidades que debe venderse diariamente para que el beneficio sea máximo.

b) El precio al que deben venderse las unidades obtenidas en el apartado a).
c) El beneficio máximo.

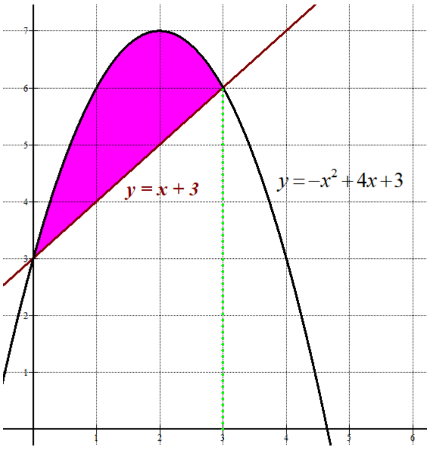
Solución: a) Deben venderse 15 unidades para obtener un beneficio máximo. b) El precio es 46.25 euros. c) El beneficio máximo es de 87.5.

36. Murcia. EBAU Ordinaria 2021. CUESTIÓN 4. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$, calculara el valor de a, b y c para que:

a) La función pase por el origen de coordenadas y tenga en el punto (1, –1) un mínimo local.
b) Para los valores obtenidos en el apartado anterior, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución: a) Los valores buscados son $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{3}{2}$ *y* $c = 0$ *b) La función crece en* $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y decrece en* $(-1,1)$.

37. Murcia. EBAU Ordinaria 2021. CUESTIÓN 5. (2,5 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x) = -x^2 + 4x + 3$ y la recta $g(x) = 3 + x$. Calcular su área.

Solución: 

Área = 4.5 u².

38. Murcia. EBAU Ordinaria 2021. CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$:

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) en el punto x = 0 (1 punto).
b) Calcular $\int \frac{2x}{x^2+1}dx$ (1 punto).
c) Calcular $\int_1^2 \frac{2x}{x^2+1}dx$ (0,5 puntos)

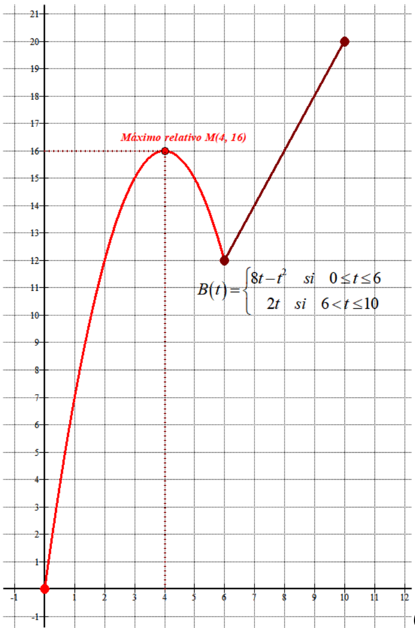
Solución: a) y = 2x *b)* $\ln\left(x^2+1\right) + K$ *c) ln5 – ln2*

39. Murcia. EBAU Septiembre 2020. CUESTIÓN 3. Se ha estimado en una empresa que su beneficio en los próximos 10 años viene dado por la función: $B(t) = \begin{cases} at - t^2 & si \quad 0 \le t \le 6 \\ 2t & si \quad 6 < t \le 10 \end{cases}$

siendo *t* el tiempo transcurrido en años.

a) Calcular el valor del parámetro *a* para que la función de beneficios sea continua. (0,5 puntos)
b) Para *a = 8* represente su gráfica y diga en qué intervalo de tiempo la función crece o decrece. (1 punto)

c) Para a = 8 indique en qué momento, de los 6 primeros años, se obtiene el máximo beneficio y cuál es su valor. (0,5 puntos)



Solución: Solución: a) a = 8 b) Crece del año 0 hasta el 4º año y entre el año 6º y el año 10º. Decrece entre el año 4º y el 6º. c) En el año 4, siendo este beneficio de 16.

40. Murcia. EBAU Septiembre 2020. CUESTIÓN 4. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

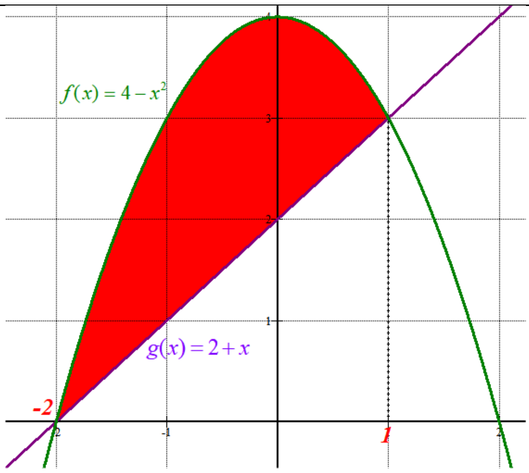
a) $f(x)=\left(x^2-2\right)\ln x$ (1 punto)

b) $f(x)=e^{4x^3+2}$ (1 punto)

Solución: a) $f\,'(x)=2x\ln x+\dfrac{x^2-2}{x}$ *b)* $f\,'(x)=12x^2e^{4x^3+2}$

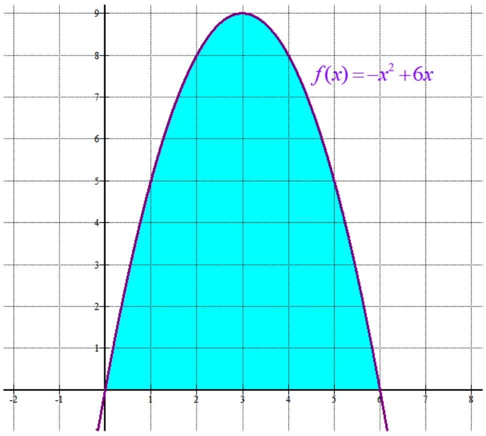
41. Murcia. EBAU Septiembre 2020. CUESTIÓN 5. (2 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por la parábola $f(x)=4-x^2$ y la recta $g(x)=2+x$. Calcular su área.

Solución:



$Área=4.5\,u^2$

42. Murcia. EBAU Septiembre 2020. CUESTIÓN 6. (2 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola $f(x)=-x^2+6x$ y el eje OX. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

Solución: 

$Área = 36\,u^2$

43. Murcia. EBAU Julio 2020. CUESTIÓN 3. (2 puntos) El beneficio semanal obtenido en una empresa de ordenadores viene dado para la función $B(x)=-2x^2+24x-36$, donde x representa el número de ordenadores vendidos semanalmente. Calcular el número de ordenadores vendidos cada semana para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es este beneficio máximo?

Solución: El beneficio máximo es de 36, obtenido al vender 6 ordenadores semanalmente.

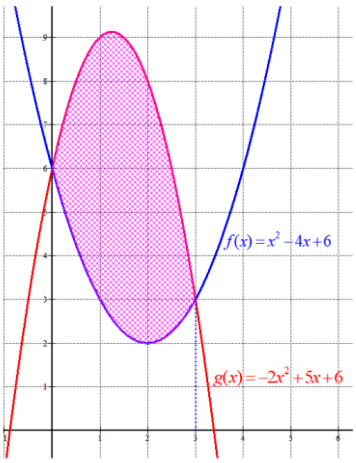
44. Murcia. EBAU Julio 2020. CUESTIÓN 4. Sea la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$:

a) Determinar los valores de *a* y *b* de forma que la función tenga un extremo relativo en *x =1* y la recta tangente a la gráfica de la función *f(x)* en el punto de abscisa *x = 0* tenga de pendiente *m = –1*. (1 punto)

b) Si en la función anterior $a=-2$ y $b=-4$, determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus extremos relativos. (1 punto)

Solución: a) Los valores buscados son $a=b=-1$. *b) Máximo relativo en* $x=\frac{-2}{3}$ *y mínimo relativo en* $x=2$. *La función crece en* $\left(-\infty,\frac{-2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $\left(\frac{-2}{3},2\right)$.

45. Murcia. EBAU Julio 2020. CUESTIÓN 5. (2 puntos) Representar gráficamente el recinto del plano limitado por las parábolas $f(x)=x^2-4x+6$ y $g(x)=-2x^2+5x+6$. Calcular su área.

Solución: 

$Área = 13,5\,u^2$

46. Murcia. EBAU Julio 2020. CUESTIÓN 6. Dada la función $f(x)=\frac{1}{x+1}$:

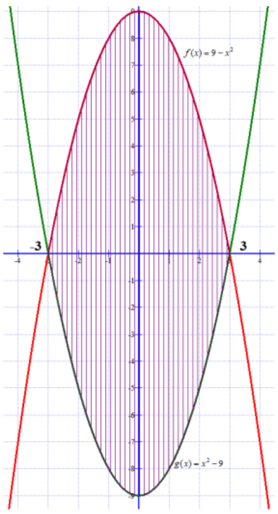
a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función *f(x)* en el punto *x = 1* (1 punto)
b) Calcular el área de la región del plano limitado por la gráfica de la función *f(x)* el eje OX y las rectas de ecuación *x = 0* y *x = 1*. (1 punto)

Solución: a) La tangente tiene ecuación $y=-0,25x+0,75$ *b)* $Área=\ln 2=0,69\,u^2$

47. Murcia. EBAU Septiembre 2019. CUESTIÓN A2. Determine el punto de la gráfica de la función $f(x)=-x^3+6x^2-7x+5$ en la que la pendiente de la recta tangente sea máxima. ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente en ese punto?. **(2 puntos)**

Solución: En x = 2 hay un máximo de la pendiente de la tangente de la función. La ecuación de esta tangente en x = 2 es $y=5x-3$.

48. Murcia. EBAU Septiembre 2019. CUESTIÓN A3. Representar gráficamente la región limitada por las funciones $f(x)=9-x^2$ y $g(x)=x^2-9$. Calcula su área. **(2 puntos)**

Solución: 

$Área=72\,u^2$

49. Murcia. EBAU Septiembre 2019. CUESTIÓN B2. Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$. **(0,75 puntos)**

b) $f(x)=xe^{2x}$. **(0,75 puntos)**

Solución: a) $f\,'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$ b) $f\,'(x)=e^{2x}(1+2x)$

50. Murcia. EBAU Septiembre 2019. CUESTIÓN B3. Dada la función $f(x)=2e^{x+1}$,

a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la función en el punto *x = 1*. **(1 punto)**
b) Calcular el área de la región del plano limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=1$. **(1 punto)**

Solución: a) $y=2e^2x$ *b)* $Área=2e^2-2e=9,34\,u^2$

51. Murcia. EBAU Junio 2019. CUESTIÓN A2. Una empresa, que vende un cierto artículo al precio unitario de 40 euros, tiene por función de coste, $C(x)=2x^2+4x+98$, donde x es el número de unidades producidas del artículo. Calcular el número de unidades que debe vender para que el beneficio de la empresa sea máximo. Obtener el beneficio (ingresos menos los costes) máximo obtenido. **(2 puntos)**

Solución: Debe vender 9 unidades, siendo el beneficio máximo obtenido con esta venta de 64 €.

52. Murcia. EBAU Junio 2019. CUESTIÓN A3. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x+a & si \quad x<1 \\ x^2-2 & si \quad 1\le x\le 3 \\ x+b & si \quad x>3 \end{cases}$$

a) Determinar a y b para que la función sea continua en todo $\mathbb{R}$. **(1 punto)**

b) Hallar $\int_1^3 f(x)dx$. **(1 punto)**

Solución: a) Los valores de los parámetros que hacen continua la función son $a=-2$ *y* $b=4$.

b) $\int_1^3 f(x)dx=\frac{14}{3}$

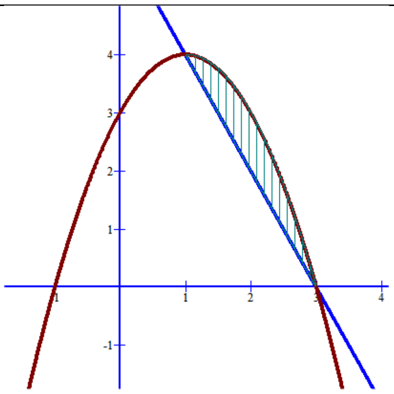
53. Murcia. EBAU Junio 2019. CUESTIÓN B2.

a) Sea la función $f(x)=ax^3+bx$, calcular los valores de *a* y *b* para que la gráfica de la función pase por el punto $(1,1)$ y que en este punto la pendiente de la recta tangente vale –3.**(1 punto)**

b) Si en la función anterior $a=1$ y $b=-12$, determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus puntos extremos. **(1 punto)**

Solución: a) Los valores pedidos son a = –2 y b = 3. b) La función crece en $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(-2,2)$. *Tiene un máximo relativo en x = –2 y un mínimo relativo en x = 2.*

54. Murcia. EBAU Junio 2019. CUESTIÓN B3. Representar gráficamente el recinto del plano limitado por las rectas $y=6-2x$ y la parábola $y=-x^2+2x+3$. Calcular su área. **(2 puntos)**

Solución:  *El área de la región es 4/3 u*^{2}

55. Murcia. EBAU Septiembre 2018. CUESTIÓN A2.

Dada la función $f(x)=x^3\ln(2x+5)+ax+b$ con a y b números reales. Hallar a y b para que se cumpla $f(0)=2$ y $f'(0)=1$. (1,5 puntos)

Solución: a = 1 y b = 2.

56. Murcia. EBAU Septiembre 2018. CUESTIÓN A3. Calcular las siguientes integrales:

a) $\int_1^2\left(-x^3+3x-2\right)dx$. (0,75 puntos)

b) $\int \frac{3x^2}{x^3+1}dx$. (0,75 puntos)

c) $\int 2e^{2x}dx$. (0,5 puntos)

Solución: a) $\int_1^2 \left(-x^3+3x-2\right)dx = \frac{-5}{4}$ *b)* $\int \frac{3x^2}{x^3+1}dx = \ln(x^3+1)+K$ *c)* $\int 2e^{2x}dx = e^{2x}+K$

57. Murcia. EBAU Septiembre 2018. CUESTIÓN B2. Dada la función $f(x)=5x^3e^{2x}+\frac{1}{x^2+1}$:

a) Calcular $f'(0)$. (1,5 puntos)

b) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto (0, 1). (0,5 puntos)

Solución: a) $f'(0)=0$ *b) y = 1.*

58. Murcia. EBAU Septiembre 2018. CUESTIÓN B3. Hallar el valor del parámetro ***a*** para que se cumpla $\int_0^1 \left(ax^3-9x^2+10\right)dx = 2a$. (1,5 puntos)

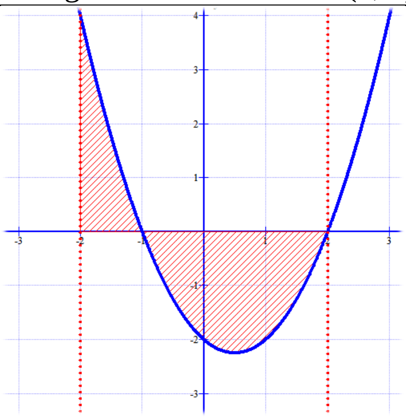
Solución: a = 4

59. Murcia. EBAU Junio 2018. CUESTIÓN A2. Una empresa fabrica un determinado producto, que vende al precio de 15 euros. La función de costes, que representa el coste (en unidades monetarias) en función del número de unidades de producto, es $C(x)=2x^2-45x+100$, donde x es el número de unidades de producto. Hallar el número de unidades que ha de vender para obtener el máximo beneficio, sabiendo que el beneficio es igual al ingreso total obtenido por la venta menos los costes. Calcular el beneficio máximo (2 puntos)

Solución: 15 unidades nos aportan un beneficio máximo de 350 unidades monetarias.

60. Murcia. EBAU Junio 2018. CUESTIÓN A3. Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de la función $y=x^2-x-2$, el eje OX y las rectas $x=-2$ y $x=2$. Hacer la representación gráfica de dicha área. (1,5 puntos)

Solución:



Área $=\frac{19}{3}$ u^2

61. Murcia. EBAU Junio 2018. CUESTIÓN B2. Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

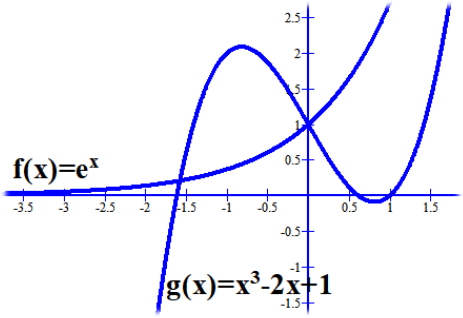
a) $f(x)=\frac{-1}{\sqrt[5]{5x+1}}$. (0,75 puntos)

b) $g(x)=x^2\ln(x^2)$. (0,75 puntos)

c) $h(x)=e^{-3x+x^2}$. (0,5 puntos)

Solución: a) $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt[5]{(5x-1)^6}}$ *b)* $g'(x)=2x\ln(x^2)+2x$ *c)* $h'(x)=e^{-3x+x^2}\cdot(-3+2x)$

62. Murcia. EBAU Junio 2018. CUESTIÓN B3. Dadas las funciones $f(x)=e^x$ y $g(x)=x^3-2x+1$, cuyas gráficas aparecen en la siguiente figura:



Hallar el área del recinto limitado por las dos gráficas y las rectas *x = –1* y *x = 0*. (1,5 puntos)

Solución: $Área=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{e}=1'11\,u^2$

63. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN A2. Dada la función $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$ donde *a* y *b* son números reales, hallar el valor de *a* y *b* para que se cumpla que $f(0)=1$ y $f'(0)=1$. (1,25 puntos)

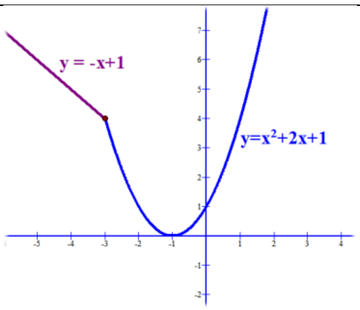
Solución: El valor de a y b buscado es a = b = 1

64. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN A3. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases}-x+1 & si \quad x<-3\\ x^2+2x+1 & si \ -3\le x\end{cases}$$

a) Hacer la representación gráfica de dicha función. (0’5 puntos)
b) Hallar el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y la recta $y=2x+5$. (1’75 puntos)

Solución:



El valor del área pedida es de 10’6 unidades²

65. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN B2. Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{2x+1}}$. (0,75 puntos)

b) $g(x)=x^2e^{x^2}$. (0,75 puntos)

c) $h(x)=\dfrac{\ln\left(x^2\right)}{x}$. (0,75 puntos)

Solución: a) $f'(x)=\dfrac{x+1}{(2x+1)^{3/2}}$ *b)* $g'(x)=2xe^{x^2}+2x^3e^{x^2}$ *c)* $h'(x)=\dfrac{2-\ln\left(x^2\right)}{x^2}$

66. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN B3. Dada la función $f(x)=2e^{2x-2}$ hallar la función primitiva $F(x)$ que cumple que $F(1)=0$. (1,25 puntos)

Solución: La primitiva pedida es $F(x)=e^{2x-2}-1$

67. Murcia. EBAU Junio 2017. CUESTIÓN A2. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo *t* (en años) viene dado por la función

$$f(t)=t^3-24t^2+180t+8000 \quad 0\le t\le 11$$

Calcular:

a) La cantidad de agua almacenada en el último año (t = 11). (0,25 puntos)

b) El año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo. (1,5 puntos)

c) El volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo. (0,25 puntos)

Solución: a) 8407 millones de litros. b) En el año 6. c) Un volumen de 8432 millones de litros.

68. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN A3. Calcular las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_1^2\left(-x^2+3x+1\right)dx$. (0,75 puntos)

b) $\displaystyle\int\frac{2}{x+2}dx$. (0,75 puntos)

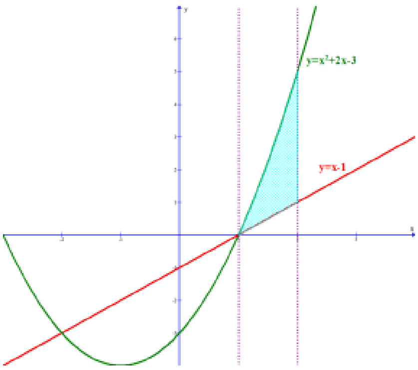
Solución: a) $\displaystyle\int_1^2\left(-x^2+3x+1\right)dx=\frac{19}{6}$ *b)* $\displaystyle\int\frac{2}{x+2}dx=2\ln|x+2|+C$

69. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN B2. Dadas las funciones $f(x)=x^3-7x^2+a$ y $g(x)=\sqrt{2x-1}+bx$ donde *a* y *b* son números reales, hallar *a* y *b* sabiendo que $f(1)=g(1)$ y $f'(1)=g'(1)$. (2,5 puntos)

Solución: Obtenemos un valor para a = – 5 y para b = – 12

70. Murcia. EBAU Septiembre 2017. CUESTIÓN B3. Hallar el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x)=x^2+2x-3$, la recta $y=x-1$ y las rectas $x=1$ y $x=2$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área. (1,5 puntos)

Solución:



Área $=\dfrac{11}{6}u^2=1'83\,u^2$

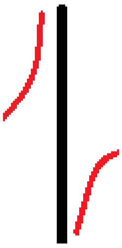
NAVARRA

1. Navarra. EvAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 3.

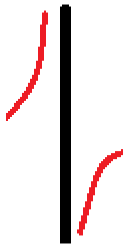
i) Calcule las asíntotas de la función $f\left(x\right)=\dfrac{3x^2+1}{9-x^2}$ y estudie la posición de la función respecto a ellas. (5 puntos)

ii) Calcule la primitiva *F(x)* de la función $f\left(x\right)=\dfrac{2x^3-3x+5}{x}$ que cumpla $F\left(1\right)=1$. (5 puntos)

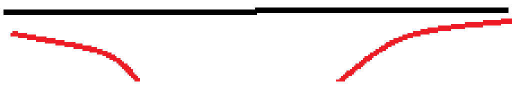
Solución: i) $x=-3$ *es asíntota vertical.*



$x=3$ *es asíntota vertical*



$y=-3$ *es la asíntota horizontal*



ii) $F\left(x\right)=2\dfrac{x^3}{3}-3x+5\ln x+\dfrac{10}{3}$

2. Navarra. EvAU Extraordinaria 2024. Ejercicio 4.

En una empresa, el coste total de fabricación de x toneladas de un producto viene expresado, en euros, por la función $C\left(x\right)=2x^2+4x+98$. Suponga que se venden todas las toneladas que se fabrican y que cada tonelada del producto se vende por 40 euros. Responda a las siguientes cuestiones:

i) Determine la función que expresa el beneficio (ingresos menos costes) obtenido en función de x. ¿Cuál es el beneficio obtenido si se fabrican 6 toneladas del producto? (3 puntos)

ii) ¿Cuántas toneladas del producto deben fabricarse para que el beneficio sea máximo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? (4 puntos)

iii) ¿Para qué cantidad del producto se tienen pérdidas (beneficios negativos)? (3 puntos)

Solución: i) $B\left(x\right)=-2x^2+36x-98$. *Produciendo 6 toneladas el beneficio es de 46 €. ii) El beneficio máximo es de 64 € y se obtiene con 9 toneladas de producto. iii) El beneficio es negativo con una producción inferior a 3.34 toneladas y también con una producción superior a 14.65 toneladas.*

3. Navarra. EvAU Ordinaria 2024. Ejercicio 3.

Sea la función $f(x)=\begin{cases}-x^2-4x & si\ x<-1\\ 4-x & si\ -1\le x<1\\ x^2-6x+8 & si\ x\ge 1\end{cases}$.

i) Estudie la continuidad de *f(x)*, clasificando sus puntos de discontinuidad. (3 puntos)

ii) Estudie la derivabilidad de *f(x)*. (3 puntos)

iii) Calcule $\int_0^2 f\left(x\right)dx$. (4 puntos)

Solución: i) La función es continua en $\mathbb{R}-\{-1\}$. *Presentando una discontinuidad inevitable de salto finito en x = –1. ii) La función es derivable en* $\mathbb{R}-\{1,-1\}$. *iii)* $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{26}{9}$

4. Navarra. EvAU Ordinaria 2024. Ejercicio 4.

La primera derivada de cierta función *f(x)* viene dada por $f'(x)=x(x-2)^2$.

i) Determine los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *f(x)*. (3 puntos)
ii) Determine los intervalos de concavidad y convexidad. ¿Para qué valores de *x* la función *f(x)* presenta puntos de inflexión? (4 puntos)
iii) Determine *f(x)* sabiendo que *f(0) = 5*. (3 puntos)

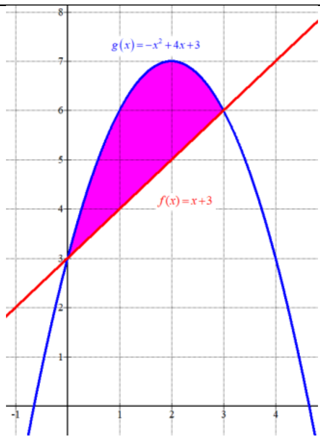
Solución: i) La función decrece en $(-\infty,0)$ *y crece en* $(0,+\infty)$. *La función tiene un mínimo relativo en* $x=0$. *ii) La función es convexa en* $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$ *y cóncava en* $\left(\frac{2}{3},2\right)$. *La función tiene dos puntos de inflexión:* $x=2$ *y* $x=\frac{2}{3}$. *iii)* $f(x)=\frac{x^4}{4}-4\frac{x^3}{3}+2x^2+5$

5. Navarra. EvAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 3.

Considere las funciones $f(x)=x+3$ y $g(x)=-x^2+4x+3$.

i) Calcule la derivada de la función $g(x)$ en el punto x = 1, aplicando la definición de derivada. (3 puntos)
ii) Dibuje el recinto del plano comprendido entre las funciones $f(x)$ y $g(x)$. Calcule el área de dicho recinto. (7 puntos)

Solución: i) $g'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{g(1+h)-g(1)}{h}=2$ *ii)*



Área = 4.5 unidades cuadradas.

6. Navarra. EvAU Extraordinaria 2023. Ejercicio 4.

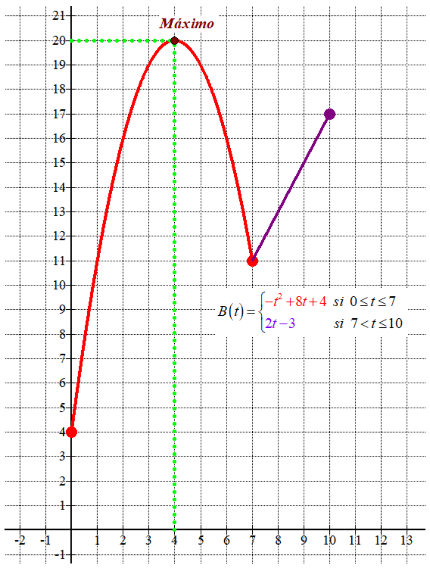
El beneficio (en miles de euros) de una pequeña empresa de Navarra varía según la función:

$$B(t)=\begin{cases}-t^2+8t+4 & si\ \ 0\le t\le 7\\ 2t-3 & si\ \ 7<t\le 10\end{cases}$$, siendo t el tiempo transcurrido en meses.

i) ¿Cuál es el beneficio inicial de la empresa? (1 punto)
ii) Estudie la continuidad de $B(t)$, clasificando en su caso los puntos de discontinuidad. (3 puntos)
iii) ¿En qué mes se alcanza el beneficio máximo? ¿Cuál es ese beneficio máximo? (3 puntos)
iv) Represente la gráfica de la evolución del beneficio de esta empresa. (3 puntos)

Solución: i) 4000 €. ii) La función es continua en su dominio [0, 10]. No hay puntos de discontinuidad. iii) En el cuarto mes se obtiene un beneficio máximo de 20000 €.

iv)



7. Navarra. EvAU Ordinaria 2023. Ejercicio 3.

Considere la función $f(x)=\sqrt{5+x^2}$.

i) Calcule la ecuación de la recta tangente a la función *f(x)* en el punto *x = –2.* (4 puntos)

ii) Calcule $\int x\cdot f(x)\,dx$. (3 puntos)

iii) Calcule la derivada de la función $g(x)=6\ln(5-3x)+3x^2 sen(7x-5)$. (3 puntos)

Solución: i) $y=\frac{-2}{3}x+\frac{5}{3}$ *ii)* $\int x\cdot f(x)\,dx=\frac{1}{3}\sqrt{\left(5+x^2\right)^3}+K$

iii) $g'(x)=\frac{-18}{5-3x}+6xsen(7x-5)+21x^2\cos(7x-5)$

8. Navarra. EvAU Ordinaria 2023. Ejercicio 4.

Considere la función $f(x)=-x^2+2x+3$.

i) Calcule los puntos de corte con los ejes. (1 puto)

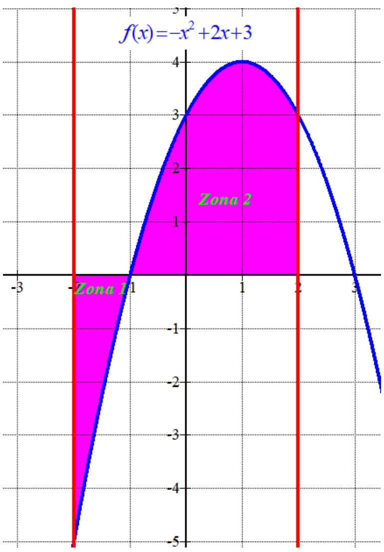
ii) Calcule los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (3 putos)

iii) Dibuje el recinto limitado por la función *f(x)*, el eje OX y las rectas *x = –2* y *x = 2*. (2 puntos)

iv) Calcule el área de dicho recinto. (4 puntos)

Solución: i) Los puntos de corte con los ejes son: P(0, 3); Q(–1, 0) y R(3, 0).

ii) La función tiene un máximo relativo en el punto (1, 4). La función crece en $(-\infty,1)$ *y decrece en* $(1,+\infty)$. *iii)*



iv) Área = 34/3= 11.33 unidades cuadradas.

9. Navarra. EvAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 3.

i) Calcule la derivada de la siguiente función: $y=\dfrac{3}{(2x-3)^2}+\ln\left(2x^4-3\right)$. (3 puntos)

ii) Calcule la siguiente integral: $\int\left(sen2x+e^{x/5}\right)dx$. (3 puntos)

iii) Calcule la siguiente integral: $\int_1^2 \dfrac{x}{2x^2+1}dx$. (3 puntos)

Solución: i) $y'=\dfrac{-12}{(2x-3)^3}+\dfrac{8x^3}{2x^4-3}$ *ii)* $\int\left(sen2x+e^{x/5}\right)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+5e^{x/5}+K$

iii) $\int_1^2 \dfrac{x}{2x^2+1}dx=\dfrac{1}{4}\ln 3$

10. Navarra. EvAU Extraordinaria 2022. Ejercicio 4.

Dada la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$, responda a las siguientes cuestiones:

i) Determine el valor de los parámetros a y b de forma que la función tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x=1$ y la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ tenga pendiente $m=-2$. (4 puntos)

ii) Tomando los valores $a=-2$ y $b=-4$, determine los extremos relativos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión de la función $f(x)$. (6 puntos)

Solución: i) Los valores buscados son $a=\dfrac{-1}{2}$ *; b = –2. ii) La función crece en* $(-\infty,-2/3)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(-2/3,2)$. *La función tiene un máximo relativo en* $x=\dfrac{-2}{3}$ *y un mínimo relativo en x = 2. La función es cóncava (∩) en el intervalo* $(-\infty,2/3)$ *y convexa (∪) en* $(2/3,+\infty)$. *En* $x=\dfrac{2}{3}$ *hay un punto de inflexión*

11. Navarra. EvAU Ordinaria 2022. Ejercicio 3.

Sea la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$.

i) Estudie la continuidad de *f(x)*, clasificando los puntos de discontinuidad. (3 puntos)

ii) Calcule la ecuación de la recta tangente en $x=1$. (4 puntos)

iii) Calcule $\int f(x)dx$. (3 puntos)

Solución: i) En x = –2 y en x = 2 la discontinuidad es inevitable de salto infinito. ii) $9y+5x-2=0$

iii) $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\ln\left|x^2-4\right|+K$

12. Navarra. EvAU Ordinaria 2022. Ejercicio 4.

Sea la función $f(x)=x\cdot(x-3)^2$.

i) Calcule los puntos de corte con los ejes. (1 punto)

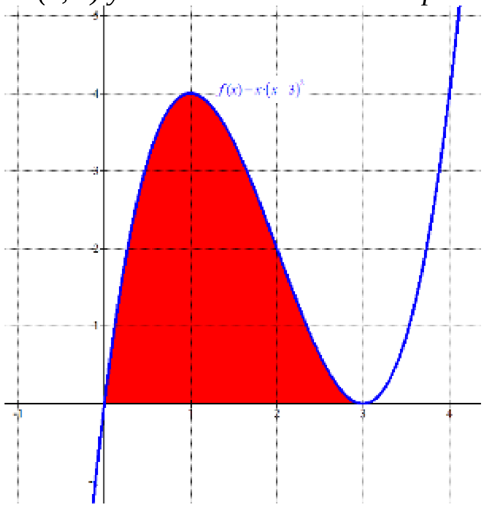
ii) Calcule los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (3 puntos)

iii) Dibuje el recinto limitado por la función *f(x)* y el eje OX. (2 puntos)

iv) Calcule el área de dicho recinto. (4 puntos)

Solución: i) (0, 0) y (3, 0)

ii) La función crece en $(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$ *y decrece en* $(1,3)$. *La función tiene un máximo relativo en el punto (1, 4) y un mínimo relativo en el punto (3, 0).*

iii)  *iv) Área = 6.75 u*^{2}.

13. Navarra. EvAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 3.

Sean las funciones $f(x)=-x^2-9x+10$ y $g(x)=2x^2-x^3$.

i) Determine, para la función g(x), los puntos de corte con los ejes, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión. (6 puntos)

ii) Determine el mínimo de la función $h(x)=f(x)-g(x)$. (4 puntos)

Solución: i) Hay dos puntos de corte con los ejes de coordenadas: O(0, 0) y A(2, 0). La función es convexa (∪) en $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$. *Es cóncava (∩) en* $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$. *Presenta un punto de inflexión en* $x=\frac{2}{3}$

ii) El mínimo relativo tiene coordenadas (3, –17).

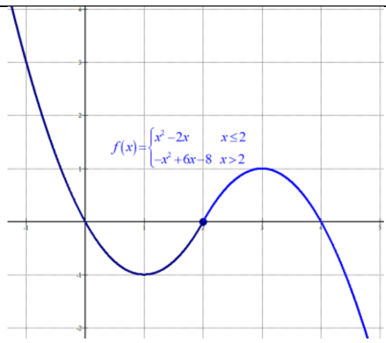
14. Navarra. EvAU Extraordinaria 2021. Ejercicio 4.

Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2-2x & x\le 2 \\ -x^2+6x-8 & x>2 \end{cases}$

i) Estudie la continuidad de la función *f(x)*. (3 puntos)

ii) Represente gráficamente la función *f(x)*. (3 puntos)

iii) Calcule el área de la región limitada por la curva *f(x)* y el eje de abscisas en el intervalo [3, 4]. (4 puntos)

Solución: i) La función es continua en $\mathbb{R}$ *ii)* 

iii) Área = 2/3 = 0.66 u^2.

15. Navarra. EvAU Ordinaria 2021. Ejercicio 3.

Sean las funciones $f(x)=\dfrac{x^2+4x+3}{2x-2}$ y $g(x)=2x^2+ax+1$.

i) Estudie la continuidad de la función *f(x)* y, en su caso, indique el tipo de discontinuidad. (3 puntos)

ii) Calcule el valor del parámetro *a* para que *g(x)* tenga un mínimo en $x = 1/2$. (3 puntos)
iii) Calcule $g´(1)$ aplicando la definición de derivada, para el valor del parámetro $a = –1$. (4 puntos)

Solución: i) En x = 1 es discontinua inevitable de salto infinito ii) a = –2 iii) g´(1) = 3

16. Navarra. EvAU Ordinaria 2021. Ejercicio 4.

i) Calcule las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x^2+5}{x+1}$. (5 putos)

ii) Calcule la primitiva de la función $f(x)=(2x+1)^3$, sabiendo que $F(0) = 9/8$. (5 putos)

Solución: i) La recta x = –1 es asíntota vertical. No hay asíntotas horizontales. La asíntota oblicua tiene ecuación $y=2x-2$ *ii)* $F(x)=\dfrac{1}{8}(2x+1)^4+1$

17. Navarra. EvAU Extraordinaria 2020. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2+3x+4}{x}$

i) Calcule los máximos y mínimos. (3 puntos)

ii) Calcule $\int_1^2 f(x)dx$ (4 puntos)

iii) Calcule la derivada de la función *g(x)*, siendo $g(x)=f(x)+\ln(5x-3)^2+xe^{3x}$ (3 puntos)

Solución: i) El máximo relativo es M(–2, –1) y el mínimo relativo es P(2, 7).

ii) $\int_1^2 f(x)dx=4.5+4\ln 2=7.27$. *iii)* $g´(x)=1-\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{10}{5x-3}+e^{3x}(1+3x)$

18. Navarra. EvAU Extraordinaria 2020. Ejercicio 5.

Considere la siguiente función definida a trozos:

$$f(x)=\begin{cases}1-x^2 & x\le 1\\ x^2-6x+5 & 1<x<4\\ 2x-11 & x\ge 4\end{cases}.$$

i) Calcule las derivadas laterales de *f(x)* en $x = 4$, utilizando la definición de derivada. (4 puntos)

ii) ¿La función *f(x)* es derivable en $x = 4$? ¿Es continua en $x = 4$? Justifique la respuesta. (2 puntos)

iii) Calcule la siguiente integral: $\int\sqrt{6x-1}\,dx$ (4 puntos)

Solución: i) $f´(4^-)=\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=2$; $f´(4^+)=\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=2$

ii) Es derivable en x = 4 pues coinciden sus derivadas laterales $f´(4^-)=f´(4^+)=2$.

iii) $\int\sqrt{6x-1}\,dx=\dfrac{1}{9}\sqrt{(6x-1)^3}+C$

19. Navarra. EvAU Ordinaria 2020. Ejercicio 2.

i) Calcule el valor de los parámetros de la función $f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$, sabiendo que tiene un extremo relativo en el punto $(-1,0)$ y un punto de inflexión en el punto $x=1/3$. (5 puntos)

ii) Calcule las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{3x^2+1}{x-2}$ (5 puntos)

Solución: i) $a=1;\ b=5;\ c=3$. *ii) La asíntota vertical es* $x=2$. *No tiene asíntota horizontal. La asíntota oblicua es* $y=3x+6$

20. Navarra. EvAU Ordinaria 2020. Ejercicio 5. Sea la función $y=x^3-3x^2$.

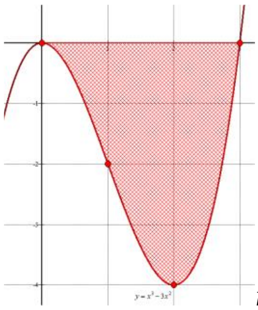
i) Calcule los puntos de corte con los ejes. (1 punto)

ii) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcule los máximos y mínimos. (3 puntos)

iii) Dibuje el recinto limitado por la función y el eje OX. (2 puntos)

iv) Calcule el área de dicho recinto. (4 puntos)

Solución: i) Los puntos de corte son P(0, 0) y Q(3, 0). ii) Cree en $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(0,2)$. *Presenta un máximo en x = 0 y un mínimo en x = 2. iii)*



iv) $\acute{A}rea=6.75\,u^2$

21. Navarra. EvAU Julio 2019. Opción A. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x)=x^3-6x^2+24$, calcule:

i) Intervalos de concavidad y convexidad. Punto de inflexión, (2 puntos)

ii) La ecuación de la recta tangente a *f(x)* en el punto *x* = –2. (1.5 puntos)

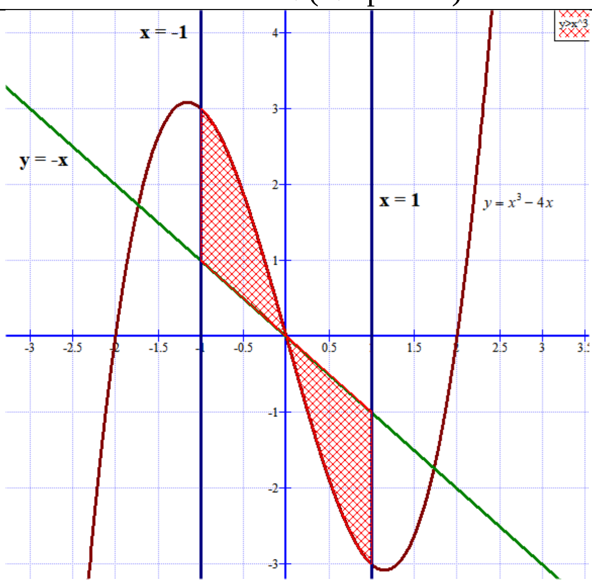
Solución: i) La función es cóncava ($\cap$ *) en* $(-\infty,2)$ *y convexa (* $\cup$ *) en* $(2,+\infty)$. *Tiene un punto de inflexión en el punto de la gráfica (2, 8). ii)* $y=36x+64$

22. Navarra. EvAU Julio 2019. Opción B. Ejercicio 2.

i) Dibuje el recinto comprendido entre las curvas $y=x^3-4x$, $y=-x$, y las rectas *x* = 1, *x* = – 1. (1 punto)

ii) Calcule el área de dicho recinto. (2.5 puntos)

Solución: i)



ii) $\acute{A}rea=\int_{-1}^{0} x^3-4x-(-x)dx+\int_{0}^{1}-x-\left(x^3-4x\right)dx=2{,}5\,u^2$

23. Navarra. EvAU Junio 2019. Opción A. Ejercicio 2.

El beneficio obtenido por una empresa, en miles de euros, viene dado por la función $f(x) = -3x^2 + 30x + 20$, con $0 \le x \le 8$, donde x representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

i) ¿Cuál es el beneficio si la empresa no gasta en publicidad? ¿Cuál es el beneficio si la empresa gasta 1000 euros en publicidad? (0.5 puntos)

ii) Determine el gasto en publicidad que produce el máximo beneficio. ¿Cuál es el máximo beneficio? (1 punto)

iii) Explique cómo aumenta o disminuye el beneficio en función del gasto en publicidad. (0.75 puntos)

iv) ¿Cuánto gasta la empresa en publicidad cuando el beneficio es mínimo? ¿A cuánto asciende dicho beneficio? (0.75 puntos)

Solución: i) Si no gasta en publicidad da un beneficio de 20.000 €. Si gasta 1000 € el beneficio es de 47.000 €. ii) Tiene un máximo beneficio de 95.000 € con un gasto de 5000 € en publicidad. iii) De 0 a 5000 € de gasto en publicidad el beneficio va creciendo. De 5000 a 8000 € de gasto en publicidad el beneficio va disminuyendo. iv) El beneficio mínimo se produce en gasto 0 € en publicidad obteniendo 20.000 € de beneficio.

24. Navarra. EvAU Junio 2019. Opción B. Ejercicio 2.

i) Calcule la derivada de la función $f(x) = cos^3(5x^2) + xln(1-2x)$ (1 punto)

ii) Calcule $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2+1}}$ (1 punto)

iii) Calcule $\int_0^1 2xe^{3x^2}dx$ (1.5 puntos)

Solución: i) $f\,'(x) = -30xcos^2(5x^2)\text{sen}(5x^2) + ln(1-2x) - \frac{2x}{1-2x}$

ii) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2+1}} = \frac{1}{4}\sqrt{4x^2+1} + K$ *iii)* $\int_0^1 2xe^{3x^2}dx = \frac{e^3-1}{3}$

25. Navarra. EvAU Septiembre 2018. Opción A. Ejercicio 2.

i) Calcule el valor del parámetro a de la función $f(x) = \frac{ax^2}{x+1}$, sabiendo que $y = 3x-1$ es la ecuación de la recta tangente a f(x) en x = 1. (1.5 puntos)

ii) Calcule las asíntotas de la función f(x). (1 punto)

iii) Calcule los máximos y mínimos de la función f(x). (1 punto)

Solución: i) a = 4 ii) La asíntota vertical es $x = -1$. No existe asíntota horizontal.
La asíntota oblicua es $y = 4x-4$ iii) La función tiene un máximo en x = –2 y un mínimo en x = 0.

26. Navarra. EvAU Septiembre 2018. Opción B. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x & x < -1 \\ 2x^3 + 4x^2 - 3 & -1 \le x < 2 \\ \frac{5x}{x^2+1} & x \ge 2 \end{cases}$

i) Estudie la continuidad de la función. (1 punto)

ii) Calcule f '(l) aplicando la definición de derivada. (1.25 puntos)

iii) Calcule $\int_3^4 f(x)dx$ (1.25 puntos)

Solución: i) La función es continua en $\mathbb{R}-\{2\}$ *ii) f '(l) = 14* *iii)* $\int_3^4 f(x)dx = \frac{5}{2}\ln\left(\frac{17}{10}\right)$

27. Navarra. EvAU Junio 2018. Opción A. Ejercicio 2.

Calcule:

i) $\int_{-1}^{0} \frac{2x^2+5x+2}{x^2+1}dx$ (1.25 puntos)

ii) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{2x}}dx$ (1 punto)

iii) Una primitiva F(x) de la función $f(x)=\frac{3x}{\left(2-x^2\right)^2}$ que verifique F (–1) = 2. (1.25 puntos)

Solución: i) $\int_{-1}^{0} \frac{2x^2+5x+2}{x^2+1}dx = 2-\frac{5}{2}\ln 2$ *ii)* $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{2x}}dx = \sqrt{2}\cdot e^{\sqrt{x}}+K$ *iii)*

$\text{F}(x)=\frac{3}{2\left(2-x^2\right)}+\frac{1}{2}$

28. Navarra. EvAU Junio 2018. Opción B. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x)=\frac{5-x}{1-x}$, calcule:

i) La ecuación de la recta tangente a f(x) en x = –1. (1.25 puntos)

ii) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. (0.5 puntos)

iii) Asíntotas de la función. (0.75 puntos)

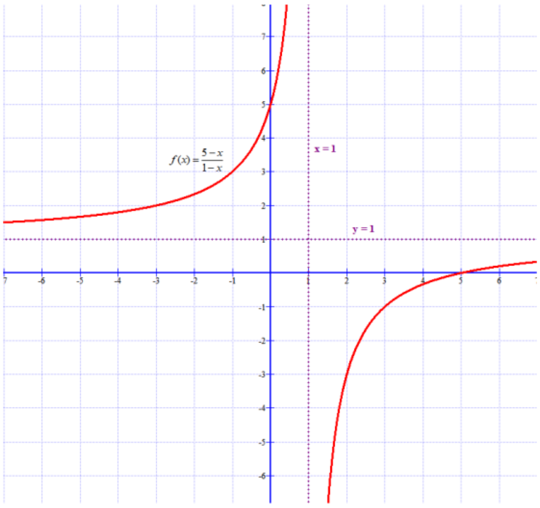
iv) Dibuje la gráfica de la función f(x). (1 punto)

Solución: i) y = x + 4

ii) La función crece en todo su dominio. No presenta máximos ni mínimos relativos

iii) La asíntota vertical es x = 1. La asíntota horizontal es y = 1. No hay asíntota oblicua.

iv)



29. Navarra. EvAU Septiembre 2017. Opción A. Ejercicio 2.

a) Calcule las siguientes integrales:

i) $\int sen(3x)\left(\cos(3x)\right)^2 dx$ (1 punto)

ii) $\int\left(5+3x^2+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^3}\right)dx$ (1 punto)

b) Calcule dos funciones distintas cuya derivada sea $f(x)=\frac{1}{\sqrt{(x+2)}}+e^{2x}$ (1.5 puntos)

Solución: a) $\int sen(3x)(\cos(3x))^2dx=-\frac{\cos^3(3x)}{9}+K$. $\int\left(5+3x^2+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^3}\right)dx=5x+x^3+\ln x-\frac{1}{x^2}+K$

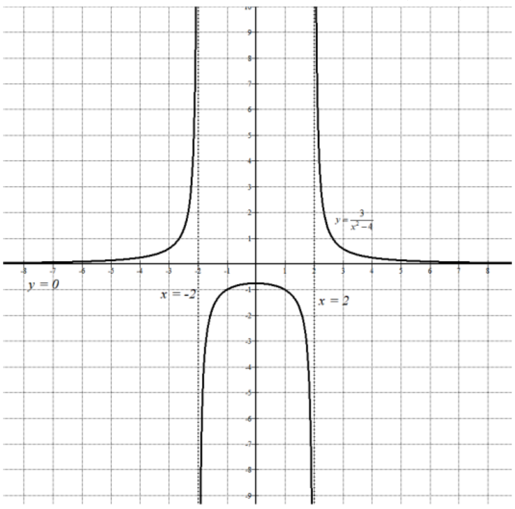
b) $F_0(x)=2\sqrt{x+2}+\frac{e^{2x}}{2}$ *y* $F_1(x)=2\sqrt{x+2}+\frac{e^{2x}}{2}+1$

30. Navarra. EvAU Septiembre 2017. Opción B. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x)=\frac{3}{x^2-4}$, calcule:

i) Dominio y puntos de corte con los ejes. (0.25 puntos)
ii) Asíntotas. (0.75 puntos)
iii) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos. (0.75 puntos)
iv) Concavidad y convexidad. Puntos de inflexión. (0.75 puntos)
v) Con los datos que ha obtenido, dibuje su gráfica. (1 punto)

Solución: i) El dominio es $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ *. El punto de corte con los ejes es* $\left(0,\frac{-3}{4}\right)$ *ii) Existen dos asíntotas verticales: x = 2, x = –2. La asíntota horizontal es y = 0. No existe asíntota horizontal iii) La función crece en* $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ *y decrece en* $(0,2)\cup(2,+\infty)$ *. Tiene un máximo en* $x=0$
iv) La función no presenta puntos de inflexión, cambia de curvatura en las asíntotas verticales. La función es convexa ($\cup$*) en* $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ *y cóncava (*$\cap$*) en* $(-2,2)$

v)


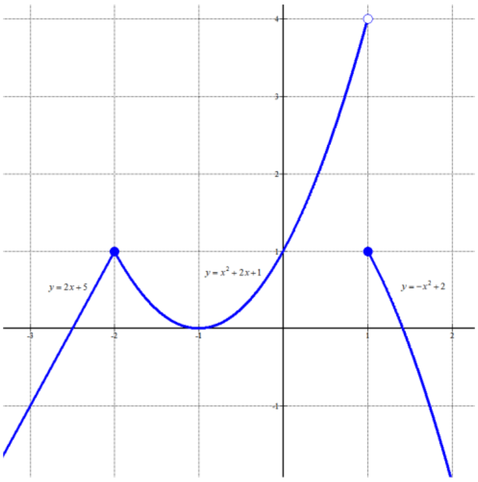
31. Navarra. EvAU Junio 2017. Opción A. Ejercicio 2.

Dada la función $f(x)=\begin{cases}2x+5 & x<-2\\ x^2+2x+1 & -2\le x<1\\ -x^2+2 & x\ge 1\end{cases}$

i) Estudie su continuidad y derivabilidad en todo *R.* {1.5 puntos)
ii) Dibuje su gráfica. (1 punto)
iii) Aplicando la definición de derivada, calcule la derivada de f(x) en x = 3. (1 punto)

Solución: i) Es continua en $\mathbb{R}-\{1\}$ *y derivable en* $\mathbb{R}-\{-2,1\}$

ii)



iii) f ´(3) = –6

32. Navarra. EvAU Junio 2017. Opción B. Ejercicio 2.

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

i) $f(x)=3+\sqrt{\dfrac{2}{x-1}}$ (1 punto)

ii) $g(x)=3sen^2x-\ln\left(x^3+2\right)$ (1 punto)

iii) $h\left(x\right)=4\ tg\ x^2+exp\left(2x^2+x\right)$ (1 punto)

Solución: i) $f\,´(x)=\dfrac{-\sqrt{2}}{2\sqrt{\left(x-1\right)^3}}$ *ii)* $g\,´(x)=6senx\cos x-\dfrac{3x^2}{x^3+2}$ *iii)* $h\,´\left(x\right)=\dfrac{8x}{\cos^2\left(x^2\right)}+\left(4x+1\right)e^{2x^2+x}$

PAÍS VASCO

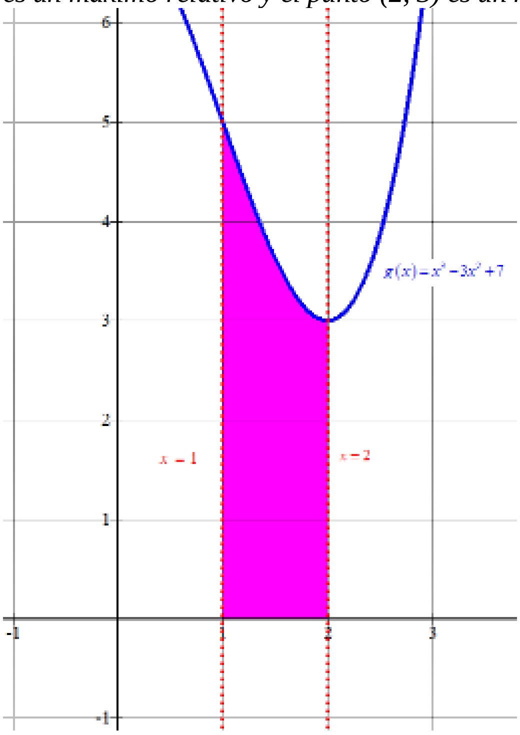
1. País Vasco. EAU Extraordinaria 2024. A 2 [hasta 2.5 puntos]

a) ⟦*0,75 puntos*⟧ Sea la función $f(x)=ax^3+3x^2-5x+b$. Halla los valores de los coeficientes a y b sabiendo que la función pasa por el punto $(1,-3)$ y tiene un punto de inflexión en $x=-1$.

b) ⟦*1 punto*⟧ Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos de la función $g(x)=x^3-3x^2+7$.

c) ⟦*0,75 puntos*⟧ Calcula el área de la región delimitada por la función $g(x)$, el eje de abscisas OX y las rectas $x=1$, $x=2$; y haz su representación gráfica.

Solución: a) a = 1 y b = –2. b) La función crece en $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(0,2)$*. El punto (0, 7) es un máximo relativo y el punto (2, 3) es un mínimo relativo. c) El área vale 3.75 unidades cuadradas.*



2. País Vasco. EAU Extraordinaria 2024. B 2 [hasta 2.5 puntos]

La función de costes de una empresa (en miles de euros) se puede determinar mediante la expresión:

$$f(x)=40-6x+x^2 \text{, para } x\geq 0$$

donde "x" representa la cantidad producida de un determinado artículo.

a) ⟦*0,75 puntos*⟧ ¿Disminuye el coste alguna vez?

b) ⟦*0,5 puntos*⟧ Determina la cantidad producida de este artículo cuando el coste es mínimo y calcula cuál es dicho coste.

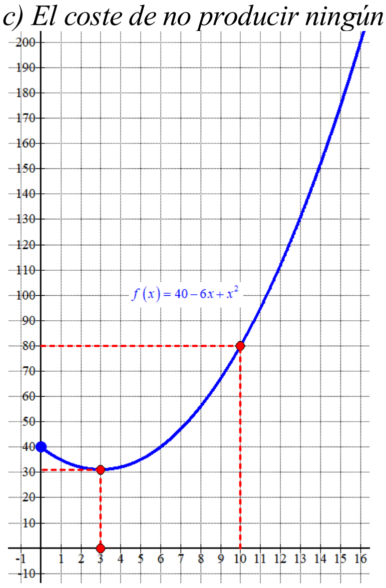
c) ⟦*0,25 puntos*⟧ ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo?

d) ⟦*0,75 puntos*⟧ Si el coste fuera 80.000 €, ¿cuál sería la cantidad producida?

e) ⟦*0,25 puntos*⟧ Representa gráficamente la función.

Solución: a) El coste disminuye cuando la cantidad producida del artículo es inferior a 3 unidades.

b) El coste es mínimo para 3 unidades siendo dicho coste de 31 000 €. c) El coste de no producir ningún articulo es de 40000 €. d) La cantidad producida es de 10 unidades. e)



3. País Vasco. EAU Ordinaria 2024. A 2 [hasta 2.5 puntos]

Sea $f(x)$ una función polinómica de tercer grado, en la que el coeficiente del término de grado tres vale 1.

a) ⟦*1 punto*⟧ Encuentra los valores de los otros coeficientes de la función sabiendo que pasa por el punto (0 ,0) y que tiene un extremo relativo en el punto (2,−4).

b) ⟦*0,75 puntos*⟧ Determina los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función $f(x) = x^3 - 3x^2$.

c) ⟦*0,75 puntos*⟧ Calcula el área de la región finita delimitada por el gráfico de la función $f(x) = x^3 - 3x^2$ y el eje de abscisas.

Solución: a) Los valores buscados son a = –3 y b = c = 0. La función queda $f(x) = x^3 - 3x^2$.

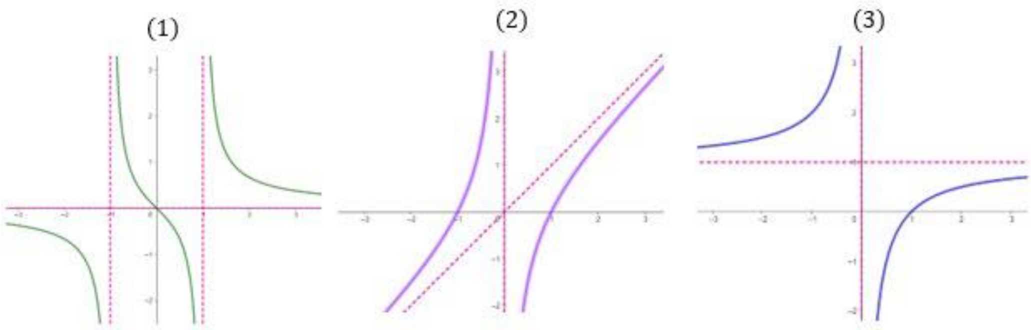
b) La función tiene un máximo en x = 0 y un mínimo en x = 2. Tiene un punto de inflexión en x = 1. c) El área tiene un valor de 6.75 unidades cuadradas.

4. País Vasco. EAU Ordinaria 2024. B 2 [hasta 2.5 puntos]

a) ⟦ *0,9 puntos*⟧ Asocia, razonadamente, las funciones:

A) $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$; B) $g(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$; C) $h(x) = \dfrac{x^2-1}{x}$

con las siguientes representaciones gráficas:



b) ⟦*1,6 puntos*⟧ En cada caso, a partir de su representación gráfica, indica el dominio, el recorrido y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución: a) Las correspondencias son A → 3, B → 1, C → 2.

b) ***Gráfica 1*** *→ Dominio =* $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ *; Recorrido =* $\mathbb{R}$ *; Decrece en* $\mathbb{R} - \{-1,1\}$

Gráfica 2 *→ Dominio =* $\mathbb{R}-\{0\}$ *; Recorrido =* $\mathbb{R}$ *; Crece en* $\mathbb{R}-\{0\}$

Gráfica 3 *→ Dominio =* $\mathbb{R}-\{0\}$ *; Recorrido =* $\mathbb{R}-\{1\}$ *; Crece en* $\mathbb{R}-\{0\}$

5. País Vasco. EAU Extraordinaria 2023. A 2 [hasta 2.5 puntos]

La siguiente función $I(t)$ representa las ganancias/pérdidas (en miles de euros) de una empresa desde que se fundó:

$$I(t)=\frac{8t-16}{t+1}, \quad t\geq 0$$

donde t es el tiempo pasado (en años), e $I(t)$ son las ganancias/pérdidas.

a) ⟦**0,4** *puntos*⟧ Realiza la representación gráfica de la función $I(t)$.

b) ⟦**0,3** *puntos*⟧ ¿Cuánto fue la inversión inicial (capital inicial)?

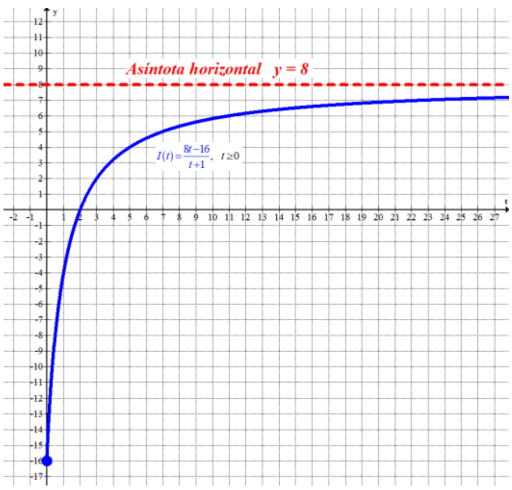
c) ⟦**0,3** *puntos*⟧ ¿En qué año ganó 5.600 €?

d) ⟦**0,5** *puntos*⟧ ¿A partir de qué año la empresa comienza a obtener ganancias?

e) ⟦**0,3** *puntos*⟧ Analiza la evolución de la función (intervalos de crecimiento y decrecimiento).

f) ⟦**0,7** *puntos*⟧ En caso de seguir así, ¿cuál es la tendencia de la evolución de las ganancias/pérdidas? ¿La relacionas con alguna característica de la función?

Solución: a)



b) El capital inicial fue de 16 000 € para equilibrar los 16000 € de pérdidas iniciales. c) En el noveno año se obtuvieron unas ganancias de 5600 € d) A partir del segundo año se obtienen ganancias. e) Las ganancias son siempre crecientes. f) La tendencia de las ganancias es aproximarse a 8000 €.

6. País Vasco. EAU Extraordinaria 2023. B 2 [hasta 2.5 puntos]

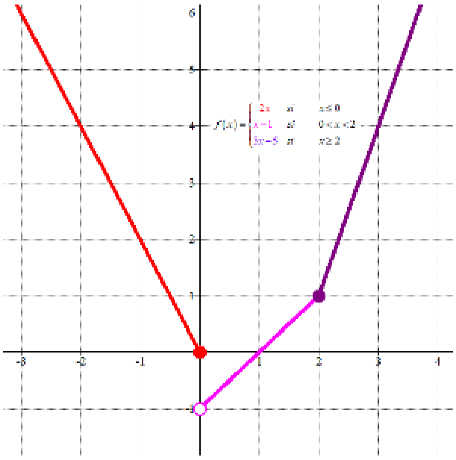
Sea la función $f(x)=\begin{cases}-2x-a & si & x\leq 0\\ x-1 & si & 0<x<2\\ bx-5 & si & x\geq 2\end{cases}$

a) ⟦**1,2** *puntos*⟧ Halla los valores de los parámetros a y b para que la función $f(x)$ sea continua en el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$.

b) ⟦**0,5** *puntos*⟧ Representa la gráfica de la función $f(x)$ para los valores de los parámetros $a=0$ y $b=3$.

c) ⟦**0,8** *puntos*⟧ Para los valores a = 0 y b = 3, calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función $f(x)$, el eje de abscisas OX, y las rectas x = 1 y x = 3.

Solución: a) Los valores buscados son a = 1 y b = 3. b)



c) El área tiene un valor de 3 unidades cuadradas.

7. País Vasco. EAU Ordinaria 2023. A 2 [hasta 2.5 puntos]

a) [0,8 puntos] La gráfica de la función $g(x) = ax^3 + bx + c$ tiene las siguientes características:

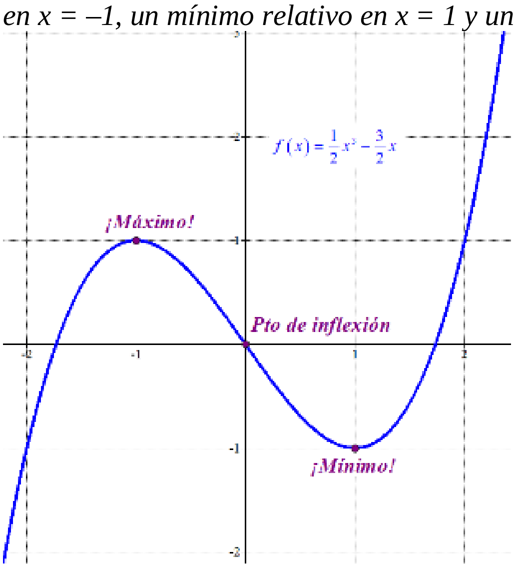
- Pasa por el punto (0,0).
- Tiene un mínimo relativo en el punto (1,−1).

Obtén el valor de los parámetros *a*, *b* y *c*.

b) [1 punto] Determina los máximos relativos, mínimos relativos y puntos de inflexión de la función $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$, y realiza su representación gráfica.

c) [0,7 puntos] Halla el área de la región limitada por el eje de abscisas OX, la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$, y las rectas $x = 3$ y $x = 4$.

Solución: a) Los valores buscados son a = 1/2, b = –3/2 y c = 0. b) La función tiene un máximo relativo en x = –1, un mínimo relativo en x = 1 y un punto de inflexión en x = 0.



c) Área = 16.625 unidades cuardradas.

8. País Vasco. EAU Ordinaria 2023. B 2 [hasta 2.5 puntos]

Se considera la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 8x + 6 & si \quad x \le 1 \\ -2x^2 + 8x - 6 & si \quad x > 1 \end{cases}$$

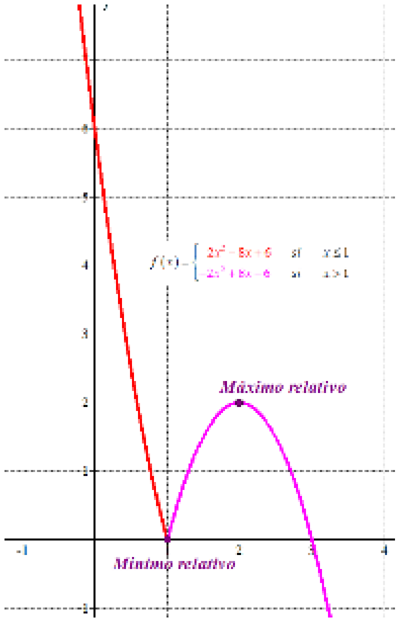
a) *[1,7 puntos]* Estudia la continuidad y derivabilidad de la función.

b) *[0,4 puntos]* Determina los extremos relativos de la función.

c) *[0,4 puntos]* Representa la gráfica de la función.

Solución: a) La función es continua x = 1 y por tanto es continua en todo su dominio $\mathbb{R}$ *. La función es derivable en* $\mathbb{R}-\{1\}$ *. b) La función tiene un mínimo relativo en x = 1 y un máximo relativo en x =2.*

c)

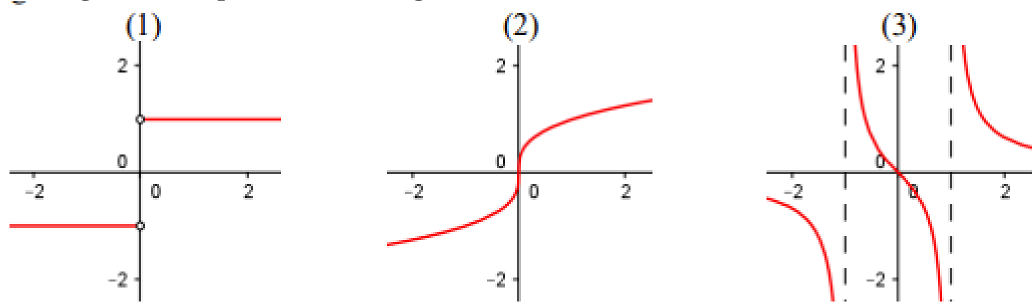


9. País Vasco. EAU Extraordinaria 2022. A 2 [hasta 2.5 puntos]

a) **[0,9 puntos]** Asocia, razonadamente, las funciones:

$$A)\ \ f(x)=\frac{x}{x^2-1};\ \ B)\ \ g(x)=\frac{|x|}{x};\ \ C)\ \ h(x)=\sqrt[3]{x}$$

con las siguientes representaciones gráficas:



b) [1,6 puntos] En cada caso, a partir de su representación gráfica, indica el dominio y recorrido de la función.

Solución: a) A) →(3) B) →(1) C) →(2) b) f → $Dominio=\mathbb{R}-\{-1,+1\}$ *y el recorrido es* $\mathbb{R}$ *, g →* $Dominio=\mathbb{R}-\{0\}$ *y el recorrido es* $\{-1,+1\}$ *h →* $Dominio=\mathbb{R}$ *y el recorrido es* $\mathbb{R}$

10. País Vasco. EAU Extraordinaria 2022. B 2 [hasta 2.5 puntos]

La velocidad que lleva un patinete v (t), en función del tiempo t, viene dada por la siguiente función:

$$v(t)=\begin{cases}7t^2 & si & 0\le t<1\\ 2t+a & si & 1\le t\le 5\\ -t^2+12t+b & si & 5<t\le 10\end{cases}$$

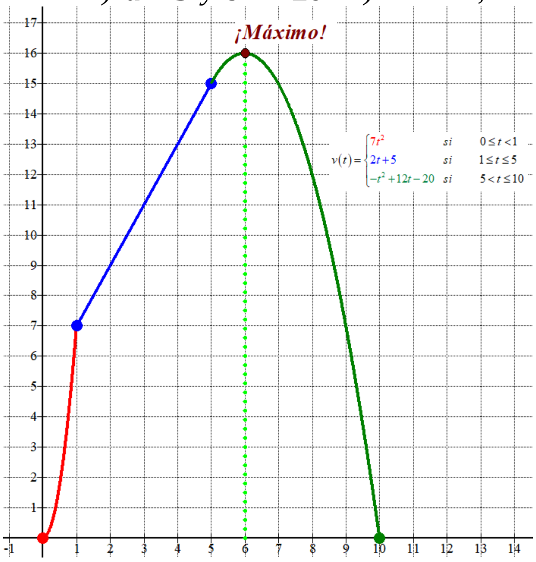
a) **[0,8 puntos]** Determina los valores de a y b para que la función $v(t)$ sea continua en los instantes $t = 1$ y $t = 5$.

b) **[1 punto]** Para $a = 5$ y $b = -20$, ¿en qué momento el patinete alcanza la velocidad máxima? Concreta la velocidad máxima mencionada.

c) **[0,7 puntos]** En el caso $a = 5$ y $b = -20$, realiza la representación gráfica de la función.

Solución: a) $a=5$ *y* $b=-20$. *b) En t = 6, siendo el valor de la velocidad máxima 16.*

c)



11. País Vasco. EAU Ordinaria 2022. A 2 [hasta 2.5 puntos]

Sea *f(x)* la función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+1}{1-2x} & si \quad x<0\\ x^2-x-a & si \quad x\ge 0\end{cases}$$

a) [0,7 puntos] Encuentra el valor del parámetro *a* para que la función *f(x)* sea continua en el punto *x = 0.*

b) [1 punto] En el caso $a=2$, analiza los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, y los máximos y mínimos relativos.

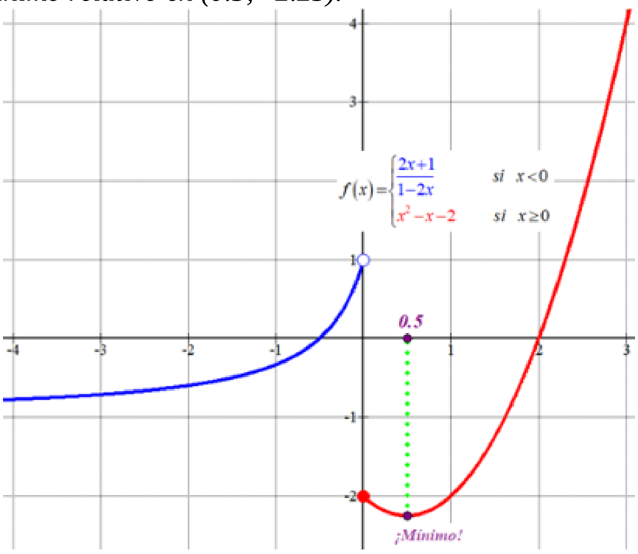
c) [0,8 puntos] En el caso *a = 2*, realiza la representación gráfica de la función.

Solución:

a) El valor buscado es a = –1.

b) La función crece en $(-\infty,0)\cup(0.5,+\infty)$ *y decrece en* $(0,\ 0.5)$. *No tiene máximo relativo, tiene un mínimo relativo en (0.5, –2.25).*

c)



12. País Vasco. EAU Ordinaria 2022. B 2 [hasta 2.5 puntos]

a) [0,8 puntos] Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x)=(x^2-1)(3x^3+5x)^3 \qquad g(x)=\frac{\ln(3x)}{e^{2x}}$$

b) [0,6 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la función *h(x)* en el punto de abscisa *x = 1*.

$$h(x)=\frac{3x+6}{2x+1}$$

c) [0,5 puntos] Determina, si existen, las asíntotas verticales y horizontales de la función *h(x)*.
d) [0,6 puntos] Calcula:

$$\int\left(e^{3x}-3x^2+\frac{2}{x+2}-\frac{4}{(x+2)^2}\right)dx$$

Solución: a) $f´(x)=(3x^3+5x)^2(33x^4-2x^2-15)$; $g´(x)==\dfrac{\frac{1}{x}-2\ln(3x)}{e^{2x}}$

b) La ecuación de la recta tangente es $y=-x+4$

c) $x=-\frac{1}{2}$ *es asíntota vertical.* $y=\frac{3}{2}$ *es asíntota horizontal.*

d) $\int\left(e^{3x}-3x^2+\frac{2}{x+2}-\frac{4}{(x+2)^2}\right)dx=\frac{1}{3}e^{3x}-x^3+2\ln|x+2|+\frac{4}{x+2}+K$

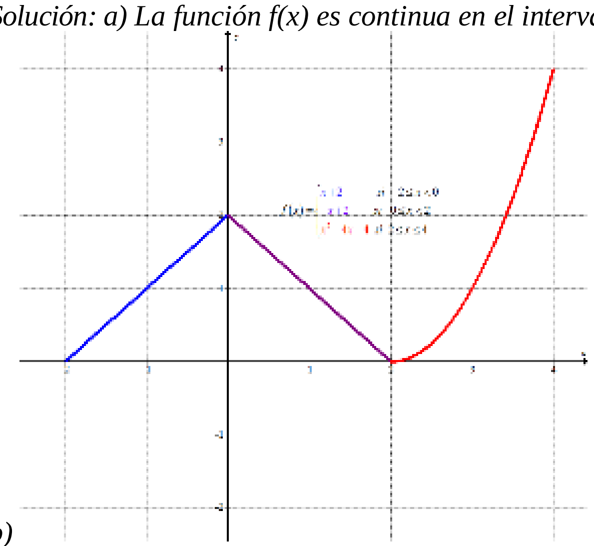
13. País Vasco. EAU Extraordinaria 2021. A 2 [hasta 2.5 puntos]
Sea *f(x)* la función:

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & si\ \ -2\le x<0 \\ -x+2 & si\ \ 0\le x<2 \\ x^2-4x+4 & si\ \ 2\le x\le 4 \end{cases}$$

a) [1 punto] Analiza la continuidad de la función en el intervalo [–2, 4].
b) [0,5 puntos] Realiza la representación gráfica de la función.
c) [1 punto] Calcula el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX.

Solución: a) La función f(x) es continua en el intervalo [–2, 4]

b)



c) Área = 20/3 = 6.66 u².

14. País Vasco. EAU Extraordinaria 2021. B 2 [hasta 2.5 puntos]
El coste de producción de una empresa, *f(x)*, en miles de euros, depende de la cantidad de producto fabricada, *x*, medida en toneladas:

$$f(x)=30-9x+6x^2-x^3$$

La capacidad de producción máxima es de 2 toneladas.

a) [1,25 puntos] Obtén los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de coste de producción de la empresa.

b) [0,75 puntos] Determina la cantidad que la empresa debe producir para minimizar el coste de producción. ¿Cuál sería dicho coste mínimo?

c) [0,5 puntos] ¿Con qué cantidad alcanza la empresa su máximo coste de producción? Determinar dicho coste máximo.

Solución: a) La función decrece en [0,1) y crece en (1,2] b) El coste mínimo de la producción se obtiene con una producción de 1 tonelada y este coste mínimo es de 26000 €
c) El coste máximo de producción se obtiene en x = 0 y este coste máximo es de 30000 €.

15. País Vasco. EAU Ordinaria 2021. A 2 [hasta 2.5 puntos]

Sea la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2 & si \quad x<1 \\ ax+\dfrac{2}{x} & si \quad x\geq 1 \end{cases}$$

a) [0,5 puntos] Determina el valor del parámetro *a* para que la función *f(x)* sea continua en el punto $x=1$.

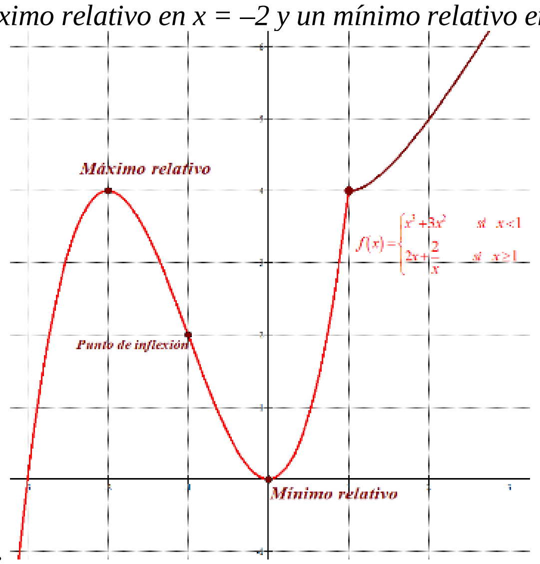
b) [0,4 puntos] En el caso $a=\dfrac{1}{2}$, determina la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa *x = 2*.

c) [1 punto] En el caso *a = 2*, realiza la representación gráfica de la función; para ello, calcula los máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión cuando *x < 1*.

d) [0,6 puntos] Calcula:

$$\int\left(x^3+3x^2+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)dx$$

Solución: a) a = 2 b) y = 2 c) La función presenta un máximo relativo en x = –2 y un mínimo relativo en x = 0. La función presenta un punto de inflexión en x = –1.



d) $\int\left(x^3+3x^2+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)dx=\frac{x^4}{4}+x^3+2\ln|x|+4\frac{1}{x}+K$

16. País Vasco. EAU Ordinaria 2021. B 2 [hasta 2.5 puntos]

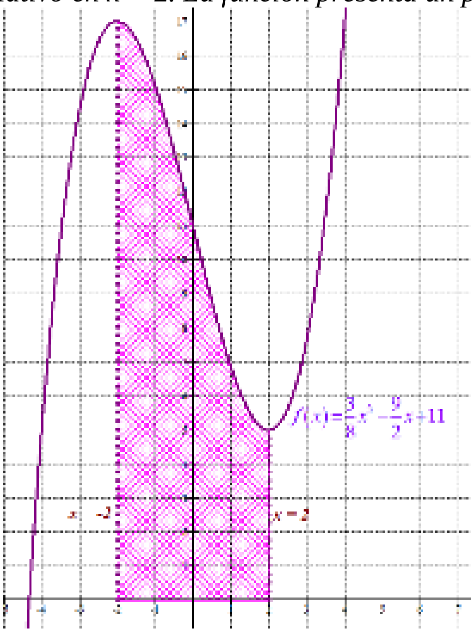
Se considera la función $f(x)=ax^3+bx+11$.

a) [1 punto] Calcula el valor de los parámetros *a* y *b* para que la función *f(x)* tenga un extremo relativo en el punto (2, 5).

b) [0,75 puntos] En el caso $a=\frac{3}{8}$ y $b=\frac{-9}{2}$, estudia los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función.

c) [0,75 puntos] En el caso $a=\frac{3}{8}$ y $b=\frac{-9}{2}$, representa y calcula el área de la región limitada por la función, el eje de abscisas OX y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

Solución: a) a = 3/8 y b = –9/2 b) La función presenta un máximo relativo en x = –2 y un mínimo relativo en x = 2. La función presenta un punto de inflexión en x = 0

c) 

Área = 44 u².

17. País Vasco. EAU Extraordinaria 2020. A 2 [hasta 2.5 puntos]

Sea la función $f(x)=ax^3+bx+1$.

a) [0,75 puntos] Calcula los valores de los parámetros *a* y *b* para que *f(x)* tenga un extremo relativo en el punto (1, –5).

b) [0,75 puntos] Para *a = 2* y *b = –6*, estudiar los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión de la función *f(x)*.

c) [1 punto] Para *a = 2* y *b = –6*, calcula el área comprendida entre la función y la recta $y=2x+1$. Realiza la representación gráfica.

Solución: a) a = 3 y b = –9 b) El punto máximo tiene coordenadas $(-1,5)$ *y el punto mínimo* $(1,-3)$. *Hay un punto de inflexión de coordenadas* $(0,1)$. *c) El área total es 16 u².*

18. País Vasco. EAU Extraordinaria 2020. B 2 [hasta 2,5 puntos]

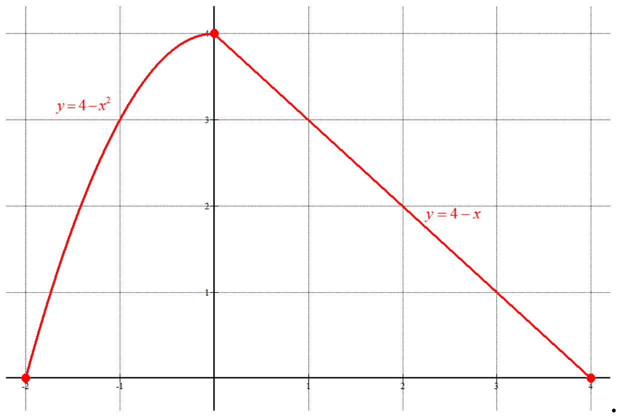
a) [0,5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función $y=4-x^2$.

b) [0,75 puntos] Representar gráficamente la función dada por:

$$f(x)=\begin{cases}4-x^2 & si \quad -2\le x<0\\ 4-x & si \quad 0\le x\le 4\end{cases}$$

c) [1,25 puntos] Hallar el área de la región limitada por la gráfica de *f(x)* y el eje de abscisas.

Solución: a) La función crece en $(-\infty,0)$ *y decrece en* $(0,+\infty)$. *El máximo relativo tiene coordenadas (0, 4).*

b) 

. *c) El área total es* $\frac{40}{3}=13,33\,u^2$

19. País Vasco. EAU Ordinaria 2020. A 2 [hasta 2.5 puntos]

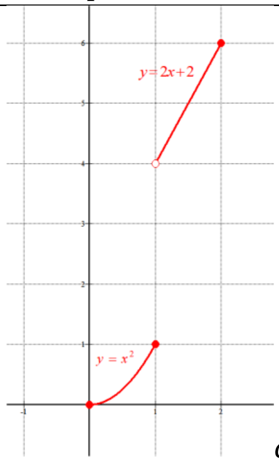
Sea $f(x)$ la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \quad 0\le x\le 1 \\ ax+2 & si \quad 1<x\le 2 \end{cases}$$

a) [1 punto] Determina el valor del parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en el punto $x=1$.

b) [0,5 puntos] Realiza la representación gráfica de la función cuando $a=2$.

c) [1 punto] Calcula el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX para $a=2$.

Solución: a) a = –1 *b)* 

c) $\text{Área}=\int_0^1 x^2dx+\int_1^2 2x+2dx=\frac{16}{3}=5.33\,u^2$

20. País Vasco. EAU Ordinaria 2020. B 2 [hasta 2,5 puntos]

Sea la siguiente función $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.

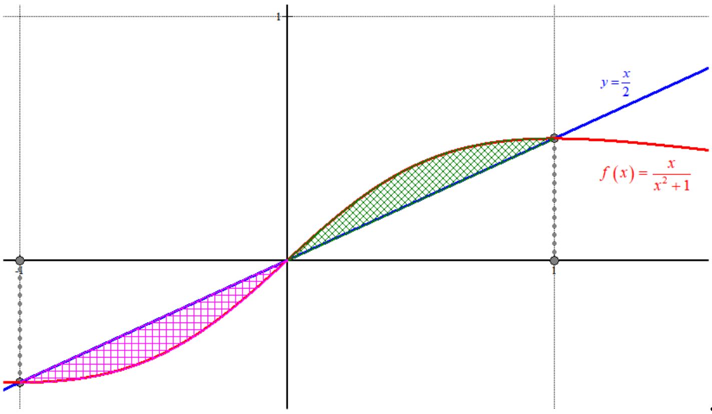
a) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos relativos de la función.

b) [0,5 puntos] Calcula las asíntotas verticales y horizontales de la función.

c) [0,5 puntos] Representa gráficamente el área comprendida entre la función y la recta $y=\frac{x}{2}$.

d) [0,5 puntos] Obtén la primitiva de la función $f(x)$, sabiendo que en $x=0$ toma el valor 1.

Solución: a) La función decrece en $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$ *y crece en* $(-1,1)$*.Presenta un mínimo relativo en* $x=-1$ *y un máximo relativo en* $x=1$*. b) No tiene asíntota vertical y la asíntota horizontal es* $y=0$.

c) 

. *d)* $F(x)=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)+1$

21. País Vasco. EAU Julio 2019. A 2 [hasta 3 puntos]

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

a) Encontrar los valores de los parámetros a, b y c para que la función pase por el punto (0, 0) y tenga un extremo relativo en el punto (2, −4).

b) Determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función $f(x)$.

c) Calcular el área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas

Solución: a) a = –3, b = 0 y c = 0 b) (0, 0) es máximo relativo, (2, –4) es mínimo relativo, (1, –2) es punto de inflexión. c) Área = 27/4 u^2.

22. País Vasco. EAU Julio 2019. B 2 [hasta 3 puntos]

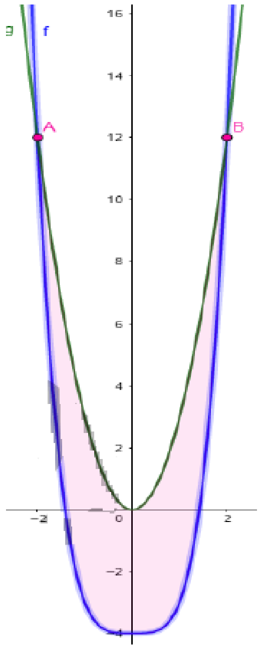
Sean las funciones $f(x) = x^4 - 4$ y $g(x) = 3x^2$.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiera.

b) Representa gráficamente ambas funciones sobre el mismo eje de coordenadas.

c) Calcula el área de la región delimitada por ambas curvas

Solución: a) f(x) es creciente en (0, +∞) y decreciente en (–∞, 0). El punto (0, –4) es mínimo relativo. No tiene puntos de inflexión. b)



c) Área = 96/5 u^2.

23. País Vasco. EAU Junio 2019. A 2 [hasta 3 puntos]

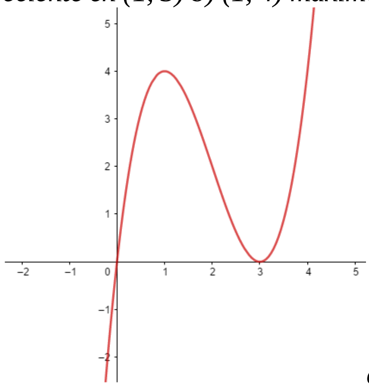
Se considera la curva $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función.

b) Determinar los máximos y mínimos relativos, y los puntos de inflexión.

c) Encontrar los puntos de corte con el eje OX. Realizar la representación gráfica de la función.
d) Calcular el área del recinto finito delimitado por la curva y el eje de abscisas OX.

Solución: a) creciente en $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ y decreciente en (1, 3) b) (1, 4) máximo relativo. (3, 0) mínimo



relativo. (2, 2) punto de inflexión c) (0, 0) y (3, 0) *d) Área = 27/4 u^2.*

24. País Vasco. EAU Junio 2019. B 2 [hasta 3 puntos]

a) Hallar la función polinómica de segundo grado cuyo gráfico pasa por el punto (0, 0), y tiene un máximo en el punto (1, 1).
b) Hallar el área del recinto finito delimitado por la curva obtenida y el eje de abscisas OX.

Solución: a) $f(x) = -x^2 + 2x$ *b) Área = 4/3 u^2.*

25. País Vasco. EAU Julio 2018. A 2 [hasta 3 puntos]

Dada la función $h(x) = a + Ln(x) - 6x + 2x^2$ definida en el intervalo $0.01 \leq x \leq 3$, donde la función $Ln(x)$ representa el logaritmo neperiano de x. Responder:
a) ¿Cuánto debe valer el parámetro a para que se cumpla $h(1) = -1$?
b) Dada la función $f(x) = 4 + Ln(x) - 6x + 2x^2$, definida en el mismo intervalo $0.01 \leq x \leq 3$, ¿cuáles son las coordenadas de los máximos y mínimos locales de $f(x)$ en dicho intervalo? (Ayuda: resolver $xf'(x) = 0$)

Solución: a) a = 3 b) x = 0.19 es máximo local. x = 1.31 es mínimo local.

26. País Vasco. EAU Julio 2018. B 2 [hasta 3 puntos]

La siguiente función $f(x)$, mide los beneficios de una compañía de telecomunicaciones con respecto al número ($x \geq 1$) de antenas instaladas:

$$f(x) = 100 - \frac{98}{x} - 2x.$$

a) Calcular el número de antenas x que maximiza los beneficios.
b) ¿En qué intervalo debe encontrarse x para que el beneficio sea positivo?

Solución: a) x = 7b) En el intervalo (1, 49).

27. País Vasco. EAU Junio 2018. A 2 [hasta 3 puntos]

Un inversor conoce el valor que tendrán las acciones de una empresa a lo largo del año. La función $f(t) = t^3/3 - 5t^2 + 16t + 30$ expresa dicho valor en euros, donde el tiempo t está medido en meses, $0 \leq t \leq 12$. Si inicialmente dispone de 3000 euros y durante el año puede realizar como máximo 2 operaciones de compra y 2 de venta:
a) Utilizando el análisis de los máximos y mínimos de $f(t)$, deducir en qué instantes debe realizar el inversor cada compra y cada venta para que, a final de año (t =12), disponga del máximo de dinero.
b) ¿Cuál será el máximo beneficio que podrá obtener realizando las 4 operaciones óptimas indicadas en el apartado anterior?

Nota: Téngase en cuenta que el inversor, en cada operación, utilizará todo su dinero o todas sus acciones.

Solución: a) Debe comprar en precios mínimos (t = 0 y t = 8) y vender en precios máximos (t = 2 y t = 12)
b) 37173.33 €

28. País Vasco. EAU Junio 2018. B 2 [hasta 3 puntos]

La función $f(x)$ está definida a trozos. Cuando $x \le 3$ vale $f(x) = ax + b$ y cuando $x \ge 3$ vale $f(x) = cx^2 + dx + e$, donde a, b, c, d y e son parámetros desconocidos. Si la función $f(x)$ tiene un máximo en $x = 4$ y la función y su derivada en $x = 3$ valen respectivamente $f(3) = 3$ y $f'(3) = 2$:

a) Hallar los valores de los parámetros a, b, c, d y e que determinan la función $f(x)$.

b) Obtener las coordenadas de los puntos de corte P y Q de la función $f(x)$ con el eje de abscisas OX y calcular la integral de $f(x)$ en el intervalo $[P,Q]$.

Solución: a) a = 2, b = –3, c = –1, d = 8, e = –12 b) P(3/2, 0) y Q(6, 0). $\int_{3/2}^{6} f(x)\,dx = 11.25$

29. País Vasco. EAU Julio 2017. A 2 [hasta 3 puntos]

En el periódico local se publican al mes x anuncios de un gimnasio, para captar abonados, siendo $0 \le x \le 14$. El precio por anuncio es de 300 €. El número de abonados se estima mediante la función $A(x) = -x^2 + 28x$, y cada uno paga mensualmente 100 €. Además del gasto en anuncios, el gimnasio gasta mensualmente 12.000 € en mantenimiento. El balance mensual, $f(x)$, son las cuotas de socios menos los gastos.

a) ¿Cuál es el menor número de anuncios a contratar para eliminar las pérdidas y conseguir que el negocio sea rentable?

b) ¿Cuántos anuncios deben contratarse para maximizar las ganancias y a cuántos euros ascienden dichas ganancias?

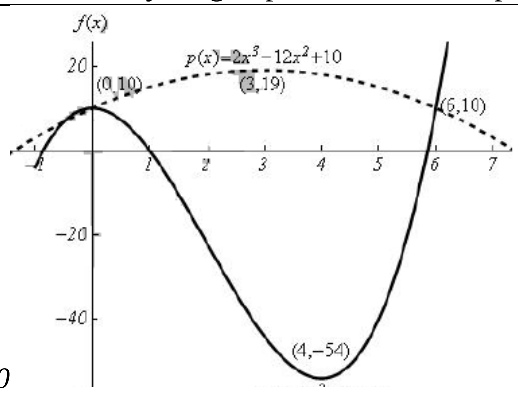
Solución: a) 7 anuncios b) 12 o 13 anuncios nos proporcionan máximo beneficio.

30. País Vasco. EAU Julio 2017. B 2 [hasta 3 puntos]

Sean el polinomio cúbico $p(x) = 2x^3 + bx^2 + c$ y la parábola $q(x) = -x^2 + 6x + 10$.

a) Determinar los coeficientes de las incógnitas b y c para que dos de los puntos de corte entre $p(x)$ y $q(x)$ tengan por abscisas $x = 0$ y $x = 6$. Dibujar un esbozo de la gráfica de las funciones $p(x)$ y $q(x)$.

b) Calcular el área de la región limitada por las curvas $p(x)$ y $q(x)$ en el intervalo $0 \le x \le 6$, sabiendo que en su interior no hay ningún punto de corte de $p(x)$ y $q(x)$.



Solución: a) b = –12, c = 10 *b) Área = 252 u^2.*

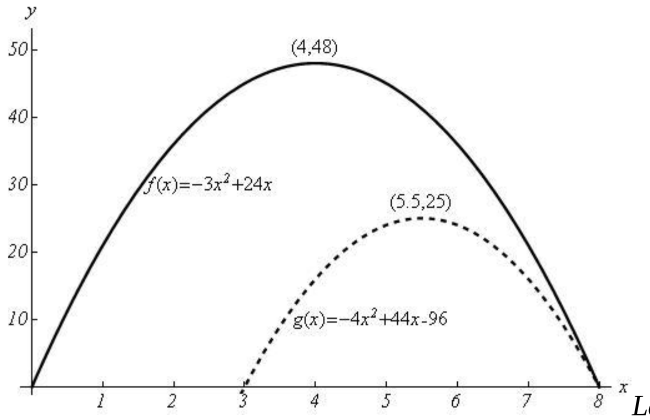
31. País Vasco. EAU Junio 2017. A 2 [hasta 3 puntos]

Se estima que el número de enfermos de gripe en una ciudad en el instante x está definido por la función $f(x) = -3x^2 + 24x$, siempre que ésta sea positiva. La variable x se mide en semanas. Los instantes en que $f(x) = 0$ marcan el intervalo de definición de $f(x)$ y la duración de la epidemia. El número de enfermos hospitalizados se estima por la función $g(x) = -4x^2 + 44x - 96$ cuando ésta sea positiva y $g(x) = 0$ en caso contrario.

a) Esboza una gráfica de cada una de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ e indica en qué puntos alcanzan su máximo cada una de ellas.

b) El número de personas enfermas de gripe que permanecen en su casa se estima mediante la función $h(x) = f(x) - g(x)$. Escribe la expresión de la función $h(x)$ e indica cuándo es creciente y cuándo decreciente.

Solución: a)



La función f(x) en x = 4 y la función g(x) en x = 11/2.

b) $h(x) = \begin{cases} -3x^2 + 24x, & si\ \ 0 \le x \le 3 \\ x^2 - 20x + 96, & si\ \ 3 < x \le 8 \end{cases}$ *Es creciente en (0, 3) y decreciente en (3, 8)*

32. País Vasco. EAU Junio 2017. B 2 [hasta 3 puntos]

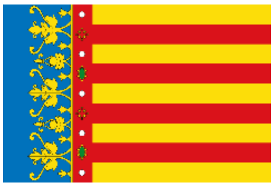
La función $f(x)$ está definida a trozos. Cuando $x \le 0$, $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ y cuando $x > 0$, $f(x) = ax + b$.

a) Hallar los coeficientes a y b para que la función $f(x)$ sea continua en $x = 0$ y a su vez corte al eje OX en $x = 3/2$.

b) Encontrar los dos puntos de corte de la curva $f(x)$ con el eje OX y calcular el área de la región limitada por la curva $f(x)$ y el eje OX entre dichos puntos.

Solución: a) a = –2, b = 3 b) x = –3, x = 3/2 Área = 45/4 u².

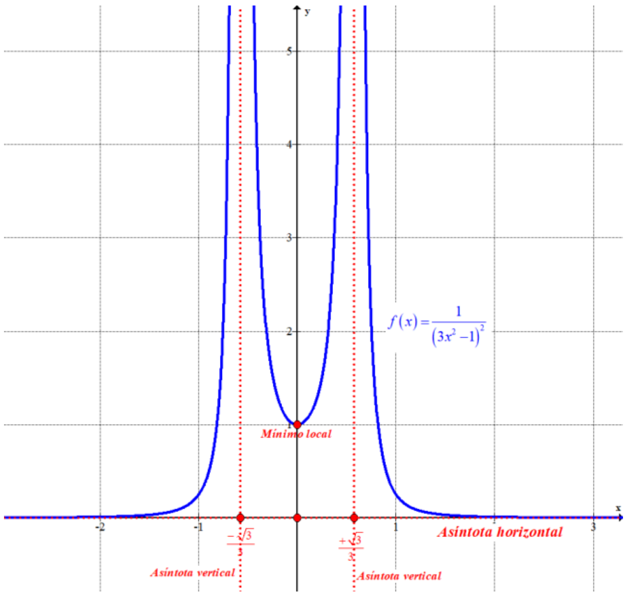
VALENCIA



1. Valencia. PAU Extraordinaria 2024. Problema 3. Se considera la función $f(x)=\dfrac{1}{\left(3x^2-1\right)^2}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{-\sqrt{3}}{3},\dfrac{+\sqrt{3}}{3}\right\}$. *El único punto de corte con los ejes es A(0, 1). b) Hay dos asíntotas verticales* $x=\dfrac{-\sqrt{3}}{3}$, $x=\dfrac{+\sqrt{3}}{3}$. $y=0$ *es asíntota horizontal. c) La función crece en* $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ *y decrece en* $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$ *d)* $f(0)=1$, *las coordenadas del mínimo local son* $A(0,1)$. *No hay máximo local. e)*



2. Valencia. PAU Extraordinaria 2024. Problema 4. Un agricultor estima que si aplica x kilos de abono en un terreno, sus ingresos serán $-x^2+60x+100$ euros.

a) ¿Qué cantidad de abono maximiza sus ingresos? ¿Cuáles son estos ingresos máximos? *(3 puntos)*
b) Si el coste del abono es de 12 euros por kilo, ¿qué cantidad de abono maximiza sus beneficios?; ¿cuáles son estos beneficios máximos? *(4 puntos)*
c) ¿Qué cantidades de abono garantizan beneficios positivos? *(3 puntos)*

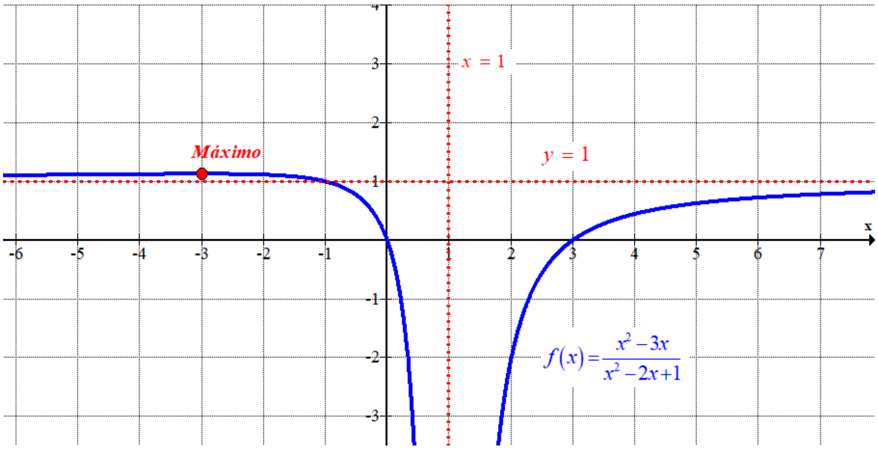
Solución: a) Con 30 kilos de abono se maximizan los ingresos siendo estos ingresos máximos de 1000 €
b) Con 24 kilos de abono se maximiza el beneficio siendo este beneficio máximo de 676 €.
c) Entre 0 y 50 kg de abono el beneficio es positivo.

3. Valencia. PAU Ordinaria 2024. Problema 3. Se considera la función $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-3x}{x\left(x-3\right)+\left(x+1\right)}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio $f\left(x\right)=\mathbb{R}-\left\{1\right\}$ *Los puntos de corte con los ejes son: A(0, 0) y B(3, 0).*

b) $x=1$ *es asíntota vertical.* $y=1$ *es asíntota horizontal. c) La función crece en* $\left(-\infty,-3\right)\cup\left(1,+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-3,1\right)$. *d) No hay mínimo local. Las coordenadas del máximo local son* $\left(-3,1.125\right)$. *e)*



4. Valencia. PAU Ordinaria 2024. Problema 4. Se considera la función:

$$f\left(x\right)=\begin{cases} x^3+ax^2+24x & si\ x\le -1 \\ \left(x-1\right)^2+3 & si\ x>-1 \end{cases}$$

siendo a un número real.

a) Determina el valor de a para que esta función sea continua. *(2 puntos)*
b) Supongamos que a = 9. Determina los máximos y mínimos locales que tiene esta función en el intervalo $\left]-9/2,-3/2\right[$. *(4 puntos)*
c) Supongamos que a = 0. Calcula el área de la región delimitada por esta función, la recta de ecuación x = 2, la recta de ecuación x = 3 y el eje OX. *(4 puntos)*

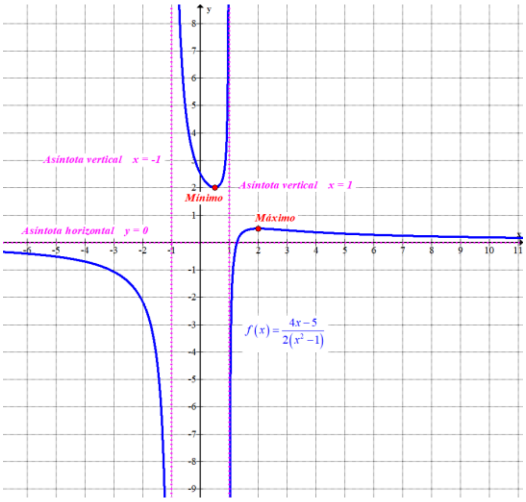
Solución: a) Para que la función sea continua debe ser a = 32. b) La función tiene un máximo local en x = –4 y un mínimo local en x = –2. c) El área tiene un valor de 16/3 unidades cuadradas.

5. Valencia. PAU Extraordinaria 2023. Problema 3. Se considera la función $f\left(x\right)=\dfrac{4x-5}{2\left(x^2-1\right)}$. Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio $f\left(x\right)=\mathbb{R}-\left\{-1,1\right\}$. *Los puntos de corte con los ejes son: A(0, 2.5) y B(1.25, 0).*

b) Hay dos asíntotas verticales: $x=-1$; $x=1$ *y una asíntota horizontal:* $y=0$. *c) La función decrece en* $(-\infty,-1)\cup(-1,\ 0.5)\cup(2,+\infty)$ *y crece en* $(0.5,1)\cup(1,2)$. *d) Las coordenadas del mínimo local son (0.5, 2) y del máximo local son (2, 0.5). e)*



6. Valencia. PAU Extraordinaria 2023. Problema 4. El consumo de energía (en Mwh) en una empresa metalúrgica a las x horas de un día viene dado por la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x+14, & si\ \ x\in[0,6] \\ -x^2+24x-82, & si\ \ x\in]6,18] \\ -x+34, & si\ \ x\in]18,24] \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo [0,24]. *(3 puntos)*

b) Determina a qué horas del día el consumo alcanza sus valores máximo y mínimo. ¿Cuáles son dichos valores? *(4 puntos)*

c) Planteando la integral adecuada, calcula el consumo que se realiza entre las 8 de la mañana y las 10 de la mañana. *(3 puntos)*

Solución: a) La función es continua en $[0,18)\cup(18,24]$. *b) El consumo máximo se produce a las 12 horas y el mínimo a las 24 horas. El máximo consumo es de 62 Mwh y el mínimo de 10 Mwh. c)* $Consumo=\int_8^{10} f(x)\,dx=\frac{316}{3}\simeq 105.33\ Mwh$

7. Valencia. PAU Ordinaria 2023. Problema 3. Se considera la función $f(x)=\dfrac{x^2+2x-15}{2x^2-3x-2}$.

Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

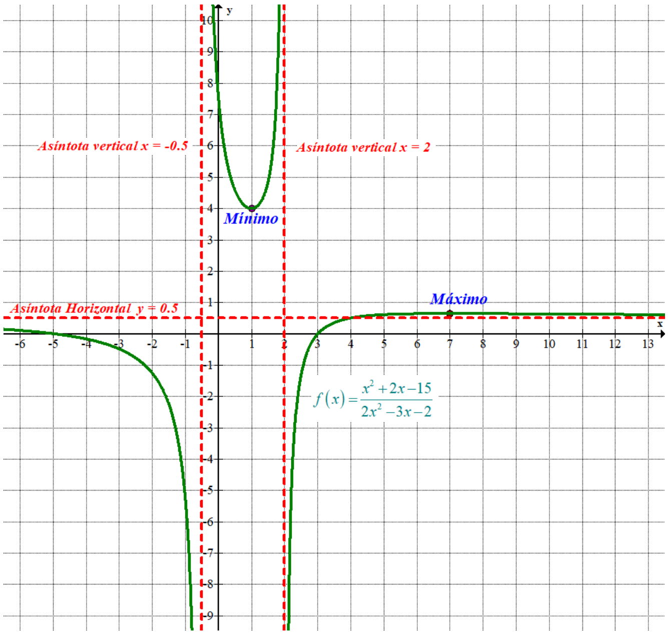
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-0.5,\ 2\}$. *Los puntos de corte con los ejes son: A(0, 7.5), B(3, 0) y C(–5, 0). b) Hay dos asíntotas verticales:* $x=-0.5$; $x=2$. *Hay una asíntota horizontal:* $y=\frac{1}{2}$. *c) La función decrece en* $(-\infty,-0.5)\cup(-0.5,1)\cup(7,+\infty)$ *y crece en* $(1,2)\cup(2,7)$. *d) Las coordenadas del mínimo local son (1, 4) y del máximo local son (7, 0.64).*



e)

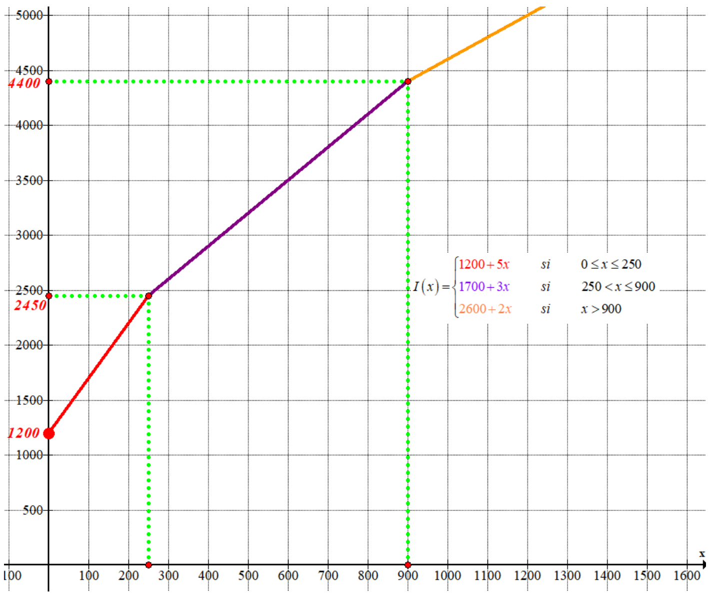
8. Valencia. PAU Ordinaria 2023. Problema 4. Una pequeña empresa paga una cuota fija mensual a su compañía eléctrica de 1 200 euros. Además de la cuota fija, los primeros 250 kWh consumidos los paga a 5 euros cada uno; los siguientes, hasta los 900 kWh, a 3 euros cada uno; y el resto a 2 euros cada uno.

a) ¿A cuánto asciende el recibo de un mes de la empresa si ese mes consumió 400 kWh? *(2 puntos)*

b) Obtén la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume x kWh. Dibuja su gráfica. *(5 puntos)*

c) Otra pequeña empresa, con la misma cuota fija, paga todos los kWh a 3 euros. ¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan? En caso afirmativo indica cuál será en ese mes el consumo y el importe del recibo de ambas empresas. *(3 puntos)*

Solución: a) 2900 € *b)*
$$I(x)=\begin{cases}1200+5x & si \quad 0\le x\le 250\\ 1700+3x & si \quad 250<x\le 900\\ 2600+2x & si \quad x>900\end{cases}$$



c) Se pagaría el mismo importe en la factura con las dos empresas cuando el consumo es de 0 kwh o de 1400 kwh. Cuando el consumo es de 1400 kwh se paga una factura en las dos empresas por un importe de 5400 €.

9. Valencia. PAU Extraordinaria 2022. Problema 3. Se considera la función $f(x)=\dfrac{3x^2-4x-4}{x^2-x-1}$. Se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

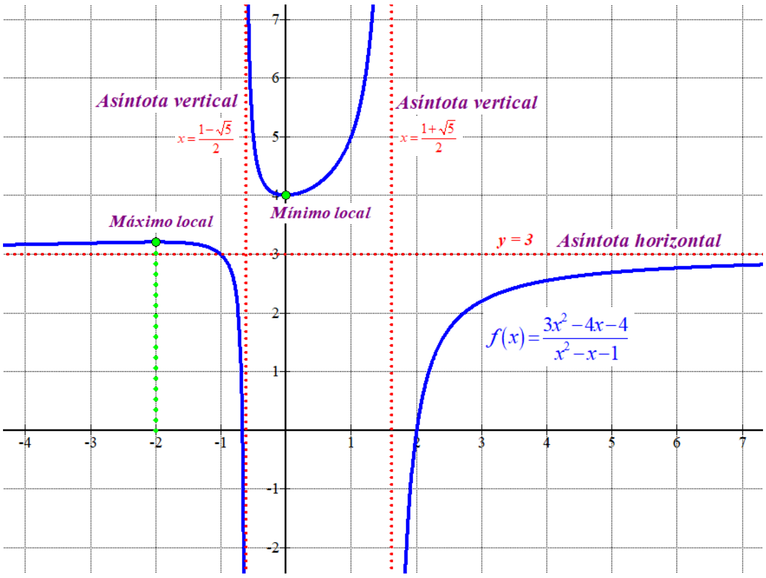
Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2},\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

b) $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ *;* $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ *son asíntotas verticales.* $y=3$ *es asíntota horizontal.*

c) La función crece en $(-\infty,-2)\cup\left(0,\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$ *y decrece en* $\left(-2,\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2},0\right)$

d) la función presenta un máximo relativo en $(-2,3.2)$ *y un mínimo relativo en (0, 4).*

e)



10. Valencia. PAU Extraordinaria 2022. Problema 4. Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina x meses después de su compra viene dado por la función

$$f(x)=\frac{1}{10}\left(800+15x+6x^2-x^3\right)$$

para cualquier x entre 0 y 12.

a) ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra? *(2 puntos)*
b) ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo? *(4 puntos)*
c) A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%? *(4 puntos)*

Solución: a) Es falso. El rendimiento es mayor tras 2 meses. b) El máximo rendimiento (90 %) se alcanza cinco meses después de su compra. c) No se alcanza en ningún momento un rendimiento inferior al 10%.

11. Valencia. PAU Ordinaria 2022. Problema 3. Se considera la función $f(x)=\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2}$.

Se pide:
a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

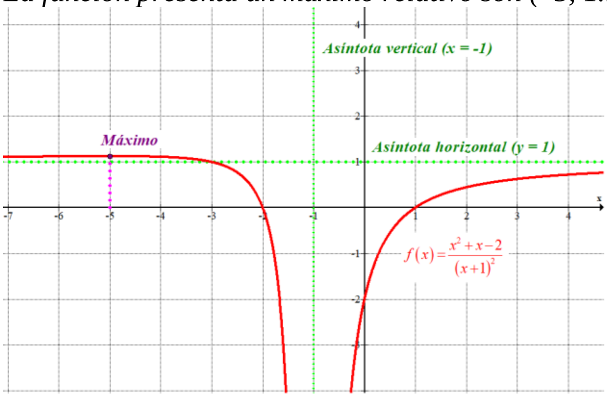
Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-1\}$. *Puntos de corte A(0, –2); B(1, 0) y C(–2, 0)*

b) $x=-1$ *es asíntota vertical.* $y=1$ *es asíntota horizontal.*

c) La función crece en $(-\infty,-5)\cup(-1,+\infty)$ *y decrece en* $(-5,-1)$.

d) La función presenta un máximo relativo son (–5, 1.125). No tiene mínimo relativo.

e)



12. Valencia. PAU Ordinaria 2022. Problema 4. En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad según la función $B(x)=50000+40x-\left(\frac{x}{10}\right)^2$, donde x es la inversión en publicidad ($x\geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(4 puntos)*

b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad. *(3 puntos)*

c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo. *(3 puntos)*

Solución: a) Los beneficios tienen un valor máximo con una inversión de 2000 €. Se obtiene un beneficio máximo de 90 000 €.
b) De 0 € a 2000 € de inversión en publicidad la función beneficios crece y en cantidades superiores a 2000 € de gasto en publicidad los beneficios van decreciendo.
c) Invirtiendo más de 4000 € en publicidad consigues menos beneficios que si no inviertes nada.

13. Valencia. PAU Extraordinaria 2021. Problema 3.

Dada la función $f(x)=\frac{x^2-36}{x^2-2x-8}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

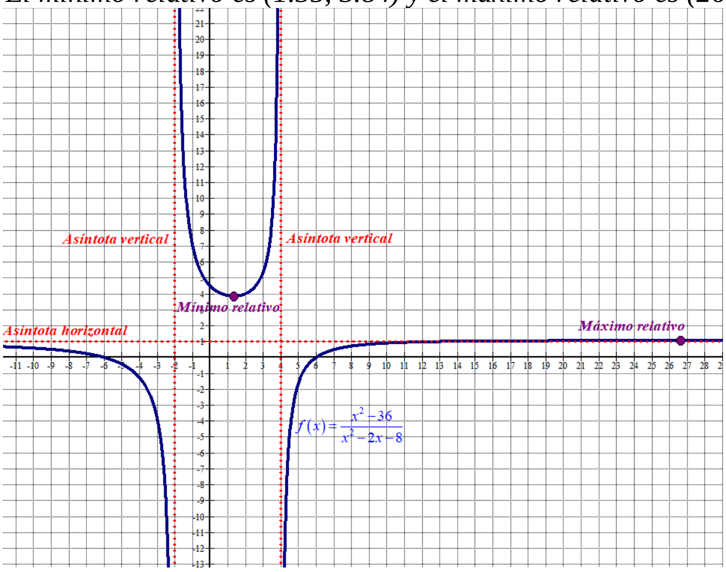
Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-2,4\}$. *Los puntos de corte son* $(-6,0)$ *y* $(6,0)$

b) Las rectas x = –2, x = 4 son asíntotas verticales. La asíntota horizontal es y = 1

c) La función decrece en $(-\infty,-2)\cup\left(-2,14-4\sqrt{10}\right)\cup\left(14+4\sqrt{10},+\infty\right)$ *y crece en* $\left(14-4\sqrt{10},4\right)\cup\left(4,14+4\sqrt{10}\right)$.

d) El mínimo relativo es (1.35, 3.84) y el máximo relativo es (26.65, 1.039).

e)



14. Valencia. PAU Extraordinaria 2021. Problema 4. Una empresa ha estimado que los ingresos y gastos mensuales (en euros) que genera la fabricación de x unidades de un producto vienen dados por las siguientes funciones:

Ingresos: $I(x)=4x^2+800x$. Gastos: $G(x)=6x^2+460x+672$.

a) La empresa considera rentable el producto si el beneficio que obtiene con él es mayor o igual que 0. ¿Cuál es el número mínimo de unidades que debe fabricar la empresa para que el producto sea rentable? *(4 puntos)*

b) ¿Cuál es el número de unidades que debe fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es el beneficio obtenido en este caso? *(3 puntos)*

c) El próximo mes se introducirá una nueva normativa que obligará a la empresa a fabricar al menos 100 unidades de este producto. ¿Cuál es el máximo beneficio que podrá obtener la empresa tras la implantación de esta normativa? Justifica tu respuesta. *(3 puntos)*

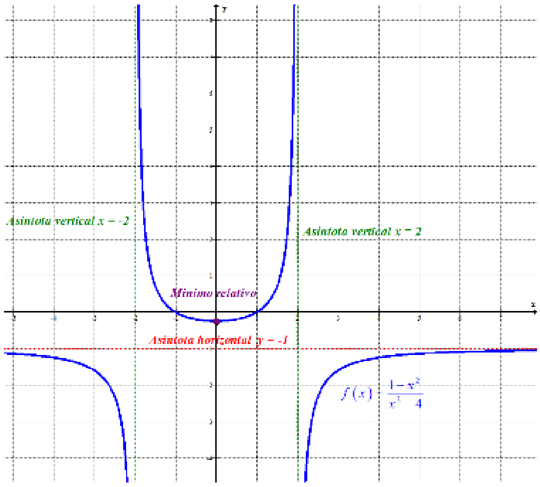
Solución: a) El mínimo de unidades a fabricar para que el beneficio sea positivo es de 2 unidades.
b) Con 85 unidades y dicho beneficio máximo es de 13778 €.
c) El beneficio máximo pasa a ser de 13328 € con la fabricación de 100 unidades

15. Valencia. PAU Ordinaria 2021. Problema 3. Dada la función $f(x)=\dfrac{1-x^2}{x^2-4}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio $f(x)=\mathbb{R}-\{-2,2\}$. *Los puntos de corte son A(0, –0.25), B(1, 0) y C (–1, 0)* *b) x = –2 , x = 2 son asíntotas verticales. La asíntota horizontal es* $y=-1$

c) La función decrece en $(-\infty,-2)\cup(-2,0)$ *y crece en* $(0,2)\cup(2,+\infty)$



d) El mínimo relativo tiene coordenadas $A(0,-0.25)$. *e)*

16. Valencia. PAU Ordinaria 2021. Problema 4. Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x)=36600+1500x-15x^2$$

donde la variable *x* representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

a) Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. *(2 puntos)*

b) Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). *(4 puntos)*

c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x)=3-\frac{3x^2}{12100},$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. *(4 puntos)*

Solución: a) La capacidad es de 36.600.000 m^3 *b) Han de pasar 50 años para alcanzar la capacidad máxima. La capacidad máxima será de 74.100.000 m*^{3} *de gas.*

c) La explotación deja de ser rentable a los 110 años y su capacidad en dicho momento es de 20100 miles de metros cúbicos de gas.

17. Valencia. PAU Extraordinaria 2020. Problema 2. Dada la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

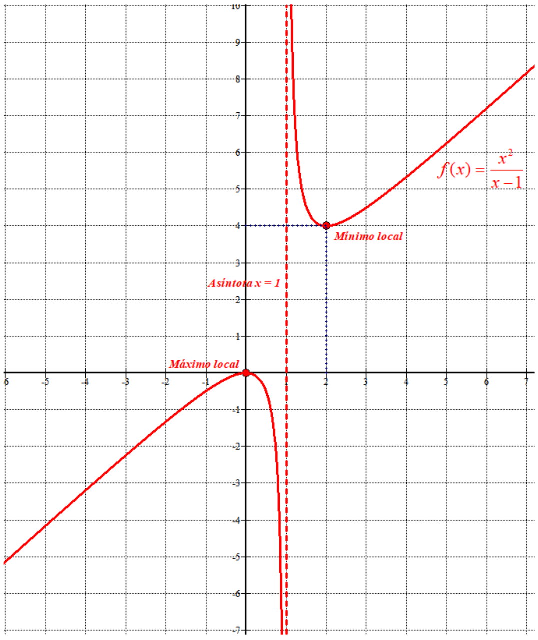
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) Dominio = $\mathbb{R}-\{1\}$. *El único punto de corte con los ejes de coordenadas es P(0,0)*

b) La asíntota vertical es $x=1$. *No existe asíntota horizontal.*

c) La función crece en $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$ *y decrece en* $(0,1)\cup(1,2)$. *d) Máximo local en el punto A(0, 0). Mínimo local en B(2, 4).*

e) 

18. Valencia. PAU Extraordinaria 2020. Problema 5. Una tienda de alquiler de bicicletas dispone mensualmente de 350 bicicletas. Haciendo un estudio entre los ingresos y los costes de explotación se ha determinado que los beneficios mensuales, en euros, se ajustan a la función

$$f(x) = 350x - x^2 - 15000,$$

siendo x el número de bicicletas alquiladas en un mes.

a) Calcula el número de bicicletas que hay que alquilar cada mes para obtener un beneficio máximo. *(3 puntos)*

b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(2 puntos)*

c) Determina a partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios. *(2.5 puntos)*

d) ¿Puede tener pérdidas a pesar de alquilar una cantidad mayor de bicicletas que la obtenida en el apartado anterior? *(2.5 puntos)*

Solución: a) El número de bicicletas que se deben alquilar para obtener un beneficio máximo es 175. b) El beneficio máximo es de 15625 €. c) Para valores entre 50 y 300 bicicletas el beneficio es positivo. d) Alquilando más de 300 bicicletas se tienen pérdidas.

19. Valencia. PAU Ordinaria 2020. Problema 2. Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 - 1}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R} - \{-1, +1\}$. El punto de corte con el eje OY es P(0, –5). No hay punto de corte con eje OX. b) x = –1; x = 1 son asíntotas verticales. y = 2 es asíntota horizontal. c) La función crece en $(-\infty, -1) \cup \left(-1, \frac{14-\sqrt{160}}{6}\right) \cup \left(\frac{14+\sqrt{160}}{6}, +\infty,\right)$ y decrece en

$\left(\frac{14-\sqrt{160}}{6},1\right)\cup\left(1,\frac{14+\sqrt{160}}{6}\right)$. *d) El punto máximo local es* $\left(\frac{14-\sqrt{160}}{6},-4.66\right)$ *y el punto mínimo local es* $\left(\frac{14+\sqrt{160}}{6},1.662\right)$. *e)*

.

20. Valencia. PAU Ordinaria 2020. Problema 5. Una empresa farmacéutica lanza al mercado un nuevo fármaco que se distribuye en cajas de seis unidades. La relación entre el precio de cada caja y el beneficio mensual obtenido en euros viene dada por la función

$$B(x)=-x^2+16x-55\ ,$$

donde x es el precio de venta de una caja. Se pide:

a) ¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada caja a 6 euros? *(2 puntos)*

b) ¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada caja para obtener beneficios? *(2 puntos)*

c) Calcula a qué precio ha de vender cada caja para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo? *(2+1 puntos)*

d) ¿Entre qué valores el beneficio crece y entre qué valores el beneficio decrece? *(3 puntos)*

Solución: a) 5 euros. b) Para que el beneficio sea positivo se debe fijar un precio mayor que 5 € y menor que 11 € por caja. c) El beneficio es máximo con un precio por caja de 8 €.
Este beneficio máximo tiene un valor de 9 euros. d) El beneficio crece con un precio de 0 a 8 € y decrece a partir de 8 €.

21. Valencia. PAU Julio 2019. Opción A. Problema 2. Dada la función $f(x)=\frac{x^2-2x-3}{x^2+x-2}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

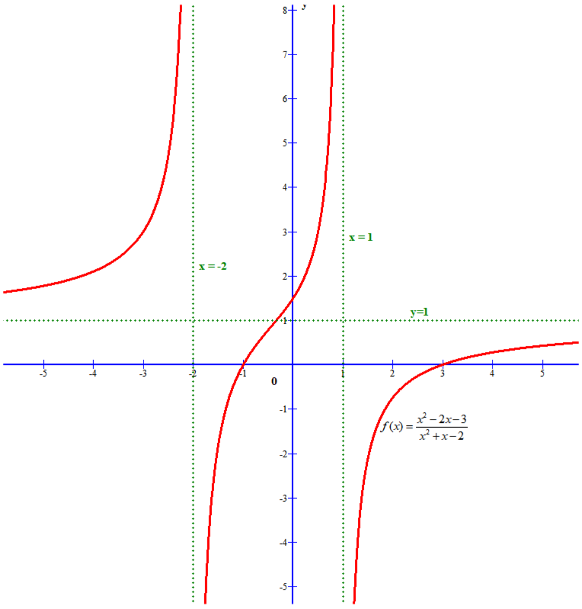
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) El dominio de la función es $\mathbb{R}-\{-2,1\}$. *Los puntos de corte son (0, 1.5), (3, 0) y (–1, 0)*

b) Las asíntotas verticales son $x=-2$ *y* $x=1$. *La asíntota horizontal es* $y=1$

c) La función es creciente en todo su dominio.
d) No tiene ni máximos ni mínimos.

e)



22. Valencia. PAU Julio 2019. Opción B. Problema 2. Consideremos la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2-3x+3 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{ax^2}{x^2+1} & si \quad x>1 \end{cases}$$

a) Calcula el valor de *a* para que la función $y=f(x)$ sea continua en todo su dominio. *(2 puntos)*

b) Para el valor de *a* obtenido, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. *(3 puntos)*

c) Para el valor de a obtenido, calcula las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

d) Calcula $\int_{-2}^{1} f(x)dx$ *(3 puntos)*

Solución: a) a = 2 b) La función decrece en $(-\infty,1)$ *y crece en* $(1,+\infty)$

c) No tiene asíntotas. d) $\int_{-2}^{1} f(x)dx=16.5$

23. Valencia. PAU Junio 2019. Opción A. Problema 2. Dada la función $f(x)=\frac{x^2}{2-x}$, se pide:

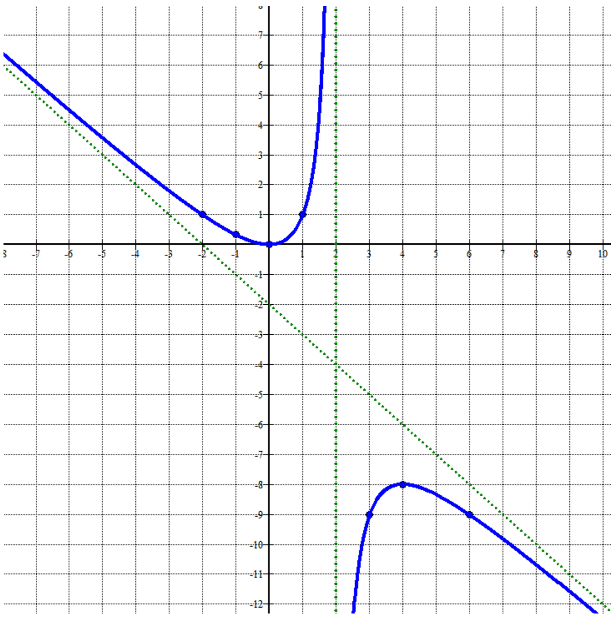
a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*
e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. *(2 puntos)*

Solución: a) El dominio es $\mathbb{R}-\{2\}$. *El único punto de corte con los ejes coordenados es el (0, 0)*

b) La asíntota vertical es $x=2$. *No tiene asíntota horizontal.*

c) La función crece en $(0,2)\cup(2,4)$ *y decrece en* $(-\infty,0)\cup(4,+\infty)$

d) El mínimo local es el punto (0, 0). El máximo local es el punto (4, –8)



e)

24. Valencia. PAU Junio 2019. Opción B. Problema 2. En los primeros 6 años, una empresa obtuvo unos beneficios (en decenas de miles de euros) que pueden representarse mediante la función $f(t) = t^3 - 8t^2 + 15t$, donde t es el tiempo en años transcurridos.

a) Determinar los periodos en los que la empresa tuvo beneficios y en los que tuvo pérdidas. *(3 puntos)*

b) ¿En qué valor de t se alcanzó el máximo beneficio y cuál fue este? *(2+1 puntos)*

c) ¿En qué valor de t se tuvo la máxima pérdida y cuál fue esta? *(2+1 puntos)*

d) Suponiendo que a partir de los 6 años los beneficios siguen la misma función, ¿volverá a tener la empresa periodos alternos de beneficios y pérdidas? Justifica la respuesta. *(1 punto)*

Solución: a) La empresa tiene beneficios durante los 3 primeros años y a partir del quinto año. Y perdidas entre el año 3 y el 5 b) El máximo beneficio se obtiene en el año 6 y es de 180000 €

c) Las máximas perdidas se producen al cabo de 4.12 años y es de 40607 €

d) A partir del año 6 el beneficio seguirá siendo positivo y creciente

25. Valencia. PAU Julio 2018. Opción A. Problema 2. Los ingresos y costes anuales, en miles de euros, de una fábrica de mochilas vienen dados, respectivamente, por las funciones

$$I(x) = 4x - 9, \qquad C(x) = 0{,}01x^2 + 3x$$

donde la variable x expresa en euros el precio de venta de una mochila. Se pide:

a) Calcula la función de beneficios. *(1 punto)*

b) ¿Cuál ha de ser el precio de venta x para que el beneficio sea máximo? *(1 punto)*
¿Cuál es dicho beneficio máximo? *(1 punto)*

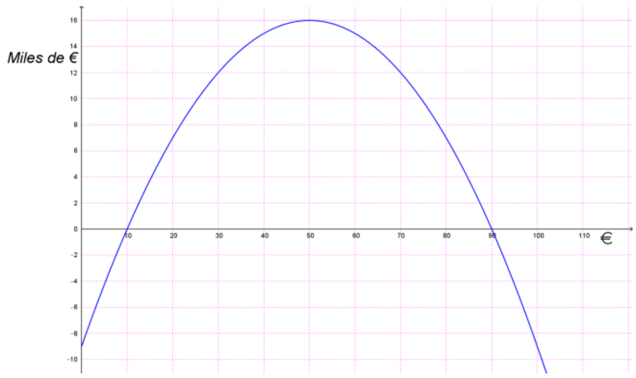
c) Para la función de beneficios, determina los puntos de corte con los ejes y las zonas de crecimiento y decrecimiento. Representa gráficamente dicha función. *(5 puntos)*

d) Razona para qué precios de venta (valores de x) la empresa tendría pérdidas. *(2 puntos)*

Solución: a) $B(x) = -0.01x^2 + x - 9$

b) x = 50 €. Beneficio máximo = 16000 €

c) Los puntos de corte son (10, 0), (90, 0) y (0, –9). Crece en (–∞, 50) y decrece en (50, +∞)



d) para precios de venta de las mochilas entre 0 € y 10€ y a partir de 90€ la empresa tendría pérdidas (10€ y 90€ excluidos, para ellos el beneficio es nulo)

26. Valencia. PAU Julio 2018. Opción B. Problema 2. Una explotación minera extrae $f(t) = 30 + \frac{3}{2}t - \frac{1}{800}t^3$ Toneladas de carbón por año, donde la variable t indica el tiempo transcurrido, en años, desde el inicio de la explotación. Se pide:

a) Calcula en qué año se alcanza el máximo de extracción y cuál es dicho valor. *(5 puntos)*

b) Si se necesita extraer como mínimo 10 Toneladas por año para que la explotación sea rentable, estudia si en el año t = 40 es rentable. *(2 puntos)*

c) ¿Existe algún periodo de tiempo, a partir de los 40 años, en el que la explotación es rentable? Razona tu respuesta. *(3 puntos)*

Solución: a) el máximo de extracción se alcanza a los 20 años de inicio de la explotación y este máximo es de 50 toneladas b) Al cabo de 40 años de inicio de la explotación (t = 40) la explotación es rentable

c) A partir de 40 años no hay periodo de tiempo en que la explotación sea rentable

27. Valencia. PAU Junio 2018. Opción A. Problema 2.

Dada la función $f(x) = \dfrac{x-1}{(x-2)^2}$, se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*

d) Los máximos y mínimos locales. *(2 puntos)*

e) La representación gráfica de la función. *(2 puntos)*

Solución: a) $Dominio = \mathbb{R} - \{2\}$.

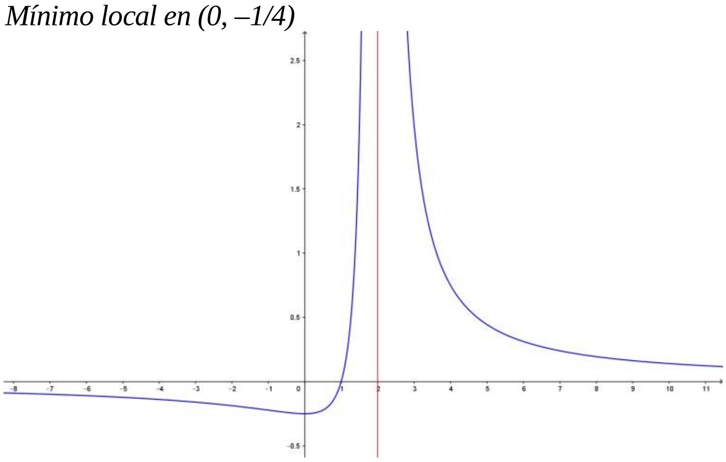
Los puntos de corte son (0, –1/4), (1, 0)

b) x = 2 es asíntota vertical. y = 0 es asíntota horizontal.

c) Es creciente en (0, 2) y decreciente en (–∞ , 0) ∪ (2 , +∞).

d) Mínimo local en (0, –1/4)

e)



28. Valencia. PAU Junio 2018. Opción B. Problema 2. La caída de un meteorito en la Antártida provocó el deshielo de una superficie con una extensión en km^2 que viene dada por $f(t)=\dfrac{10t+21}{t+3}$, siendo t el número de días transcurridos desde el impacto.

a) ¿Cuál fue la superficie deshelada después de 6 días del impacto? ¿Y después de 87 días? *(2 puntos)*

b) Estudia si la superficie deshelada crece o decrece a lo largo del tiempo. *(3 puntos)*

c) Otro científico afirmó que la superficie deshelada venía dada por la función

$$g(t)=10-\frac{9}{t+3}.$$

Comprueba si hay o no diferencias entre las dos funciones $f(t)$ y $g(t)$. *(2 puntos)*

d) ¿Tiene algún límite la extensión del deshielo? *(3 puntos)*

Solución: a) Después de 6 días del impacto la superficie deshelada fue de 9 km^2. Después de 87 días del impacto la superficie deshelada fue de 9´9 km^2.
b) La superficie deshelada crece a lo largo del tiempo
c) Son iguales
d) El límite de la extensión del deshielo está en 10 km^2.

29. Valencia. PAU Julio 2017. Opción A. Problema 2. La evolución del precio de cierta acción, en euros, un día determinado siguió la función:

$$f(x)=35,7\frac{x+2}{x^2+21},\ \ x\in[0,8],$$

donde x representa el tiempo, en horas, transcurrido desde la apertura de la sesión. Se pide:

a) Calcular el valor máximo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.

b) Calcular el valor mínimo que alcanzó la acción y en qué momento se alcanzó.

c) Una persona compró 20 acciones en el momento de la apertura ($x = 0$) y las vendió justo al cierre ($x=8$). Determinar si obtuvo ganancias o pérdidas y la cuantía de estas.

Solución: a) el precio de la acción alcanzó un valor máximo de 5´95 € al cabo de 3 horas de la apertura de la sesión b) El precio de la acción alcanzó un valor mínimo de 3´40 € y fue en el momento de la apertura de la sesión c) Obtuvo unas ganancias de 16 €.

30. Valencia. PAU Julio 2017. Opción B. Problema 2. Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^3-3x-20 & x\le 3\\ \dfrac{2}{a-x} & x>3\end{cases}$$

a) Calcula el valor de a para el que $f(x)$ es continua en $x = 3$.

b) Para $a = 0$, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

c) Para $a = 0$, calcula los máximos y mínimos locales de $f(x)$.

Solución: a) $a = 2$ b) $f(x)$ es creciente en $(-\infty, -1) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$ y decreciente en $(-1, 1)$
c) Tiene un máximo local en $(-1, -18)$ y un mínimo local en $(1, -22)$.

31. Valencia. PAU Junio 2017. Opción A. Problema 2. Dada la función $f(x)=x^3-2x^2+x$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

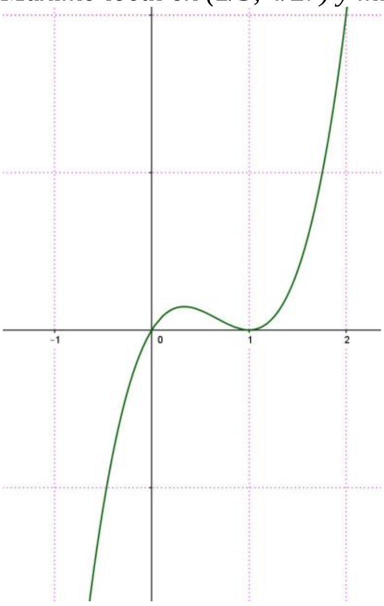
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Máximos y mínimos locales.

d) Representación gráfica.

e) A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, razona en qué puntos la función $g(x)=(x-2)^3-2(x-2)^2+x-2$ tiene un máximo y un mínimo local.

Solución: a) El dominio son todos los números reales. Los puntos de corte con los ejes coordenados son (0, 0) y (1, 0)   b) f(x) es creciente en $(-\infty, 1/3) \cup (1, +\infty)$ y decreciente en (1/3, 1)
c) Máximo local en (1/3, 4/27) y mínimo en (1, 0)

d)


e) g(x) tiene un máximo local en (7/3, 4/27) y un mínimo en (3, 0)

32. Valencia. PAU Junio 2017. Opción B. Problema 2. Un analista pronostica que el beneficio $B(x)$ en miles de euros de cierto fondo de inversión, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros, viene dado por la siguiente expresión:

$$B(x) = \begin{cases} -0.01x^2 + 0.09x + 0.1 & 0 < x \le 8 \\ 1.26\dfrac{x}{x^2 - 1} + 0.02 & x > 8 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad de $B(x)$.
b) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) ¿Qué capital, en euros, conviene invertir en este fondo para maximizar el beneficio? ¿Cuál será dicho beneficio máximo?
d) Si se invierte un capital muy elevado, ¿cuál sería como mínimo su beneficio? ¿Por qué?

Solución: a) B(x) es continua en su dominio de definición, es decir, en $(0, +\infty)$
b) Es creciente en (0, 4.5) y decreciente en $(4.5, 8) \cup (8, +\infty)$
c) Hay que invertir 4500 euros y obtendríamos un beneficio máximo de 302.50 euros
d) si se invierte un capital muy elevado el beneficio será, como mínimo, de 20 euros