



Examen Juny Matemàtiques

Global

Nom: _____ Llinatges: _____ Grup: _____

1. (1 punt) Un ordinador valia al començament d'any 600 €. Al llarg de l'any va partir les variacions següents: va pujar un 20%, va baixar un 25%, va pujar un 5% i finalment, va baixar un 12%. Quin ha estat l'índex de variació global? Quant val al final de l'any?

$IV = 0.8316$
 $P_f = 498.96 \text{ €}$

2. (2 punt) Resol:

$$\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 4 \\ y = 3 \end{matrix}$$

3. (2 punts) Resoleu per Gauss el següent sistema:

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = -5z + 5 \\ y = 2z - 3 \\ z = z \end{matrix} \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} x = -5z + 5 \\ y = 2z - 3 \\ z = z \end{matrix}} \right\} \text{S.C.I.}$$

4. (1 punt) Calcula el valor del paràmetre a i b perquè la funció $f(x)$ sigui contínua:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + b & \text{si } x < -2 \\ 4 & \text{si } -2 \leq x \leq 3 \\ ax - 2 & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = 10 \end{matrix}$$

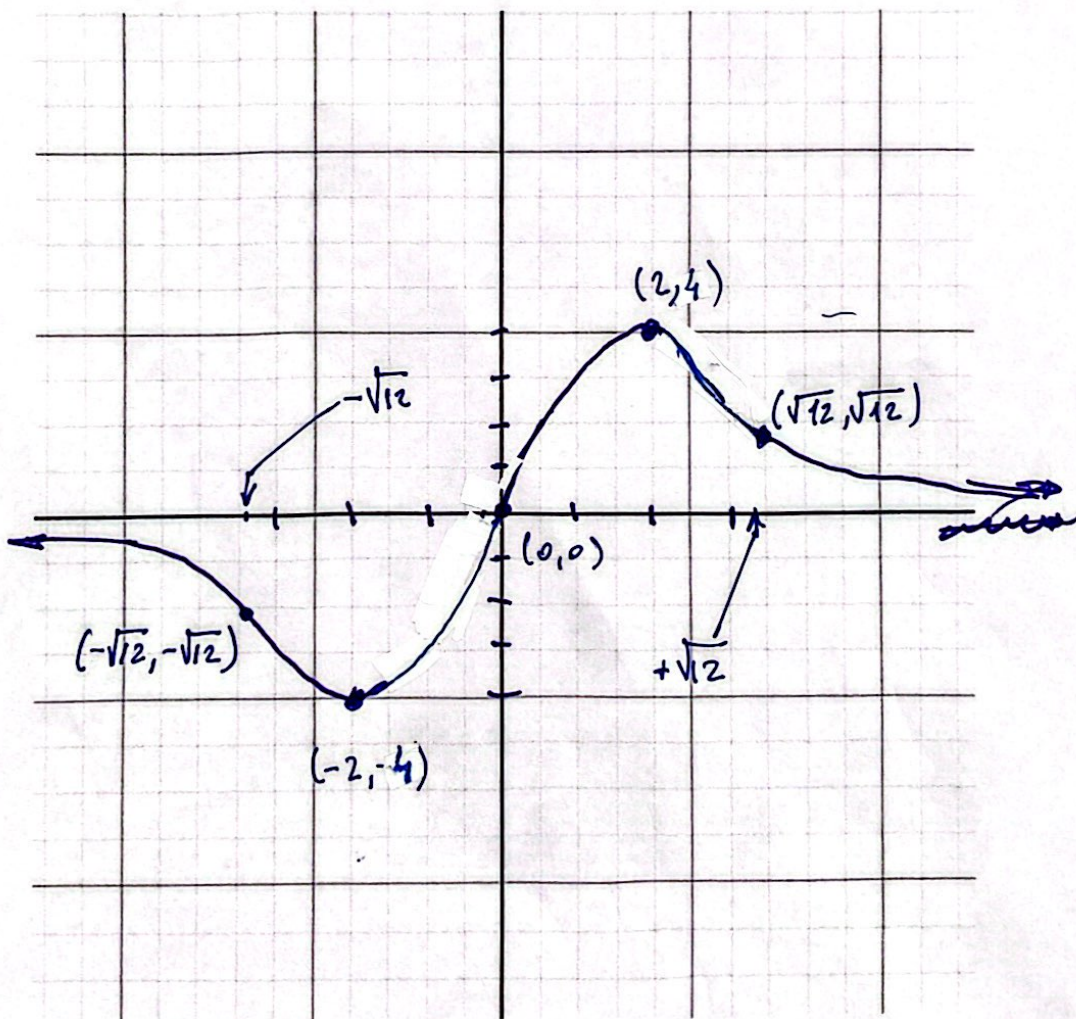
5. (1 punt) El consum mensual per d'energia per càpita y en milers de kWh, i la renda per càpita x en milers d'euros de sis països són:

	A	B	C	D	E	F
x	11,1	8,5	11,3	4,5	9,9	6,5
y	5,7	5	5,1	2,7	4,6	3,1

- a) Troba la recta de regressió ie.: $Y \rightarrow X$ $y = 0.41x + 0.8317$
 b) Troba r entre el consum i la renda $r = 0.94$
 c) Seran fiables aquestes estimacions? Si

6. (3 punts) Representa la següent funció:

$$f(x) = \frac{16x}{x^2 + 4}$$



1

$$IV = (1+0.2)(1-0.25)(1+0.05)(1-0.12) = 1.2 \cdot 0.75 \cdot 1.05 \cdot 0.88$$

$$FV = PV \cdot IV = IV = 0.8316$$

$$P = 0.8316 \cdot 600 = 498,96 \text{ €}$$

t	x	y	z
1	1,1	2,2	3,3
2	2,2	4,4	6,6
3	3,3	6,6	9,9
4	4,4	8,8	13,2
5	5,5	11,0	16,5
6	6,6	13,2	19,8
7	7,7	15,4	23,1
8	8,8	17,6	26,4
9	9,9	19,8	29,7
10	11,0	22,0	33,0

2

$$y^2 - 2y + 1 = x$$

$$\sqrt{x} + y = 5$$

$$(y-1)^2 = x$$

$$\sqrt{(y-1)^2} + y = 5 \rightarrow y-1+y=5$$

$$2y = 5+1$$

$$y = 3$$

$$x = (3-1)^2 = 2^2 = 4$$

$$x = 4$$

3

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 0 - y + 2z = 3 \\ 0 2y - 4z = -6 \end{cases}$$

$$2F_2 + F_3$$

$$\begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 0 - y + 2z = 3 \\ 0 0 0 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + (2z-3) + 3z &= 2 \\ x + 5z &= 5 \\ x &= -5z + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -5z + 5 \\ y = 2z - 3 \\ z = z \end{cases}$$

4

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$-6 + b = 4$$

$$b = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

$$4 = a \cdot 3 - 2$$

$$\frac{6}{3} = a \quad a = 2$$

5

$$y = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) + \bar{y}$$

x_i	x_i^2	y_i	y_i^2	$x_i \cdot y_i$
11,1	123,21	5,7	32,49	63,27
8,5	72,25	5	25	42,5
11,3	127,69	5,1	26,01	57,63
4,5	20,25	2,7	7,29	12,15
9,9	98,01	4,6	21,16	45,54
6,5	42,25	3,1	9,61	20,15
51,8	483,66	26,2	121,56	241,24

$$\bar{x} = 8,63$$

$$\bar{y} = 4,37$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{483,66}{6} - 8,63^2} = \sqrt{6,134} = 2,47$$

$$\sigma_x = 2,47$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{121,56}{6} - 4,37^2} = \sqrt{1,163} = 1,078$$

$$\sigma_y = 1,078$$

$$\sigma_{xy} = \frac{241,24}{6} - \bar{x}\bar{y} = 40,21 - 37,71 = 2,5$$

$$\sigma_{xy} = 2,5$$

$$y = 0,41(x - 8,63) + 4,37$$

$$a) \quad y = 0,41x + 0,8317$$

$$b) \quad r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{2,5}{2,47 \cdot 1,078} = 0,94$$

$$r = 0,94$$

c) \bar{h}_i

6

$$f(x) = \frac{16x}{x^2 + 4}$$

1^o Dom $f(x) = \mathbb{R}$

2^o simetrias

simétrica? $f(x) = f(-x) \rightarrow f(-x) = \frac{-16x}{x^2 + 4} \neq f(x)$ NO

Antissim? $f(x) = -f(-x) \rightarrow -f(-x) = \frac{16x}{x^2 + 4}$ Si

3^o tang and axes: $x=0, y=0$ tang. (0,0)

4^o Asintotas:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$: Té uma assíntota horizontal a $y=0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

4^o Puntos angulares:

$$f'(x) = \frac{16 \cdot (x^2 + 4) - 16x \cdot 2x}{(x^2 + 4)^2} = \frac{16x^2 + 64 - 32x^2}{(x^2 + 4)^2} = \frac{-16x^2 + 64}{(x^2 + 4)^2}$$

$$= \frac{16 \cdot (4 - x^2)}{(x^2 + 4)^2} = \frac{4^2 \cdot (2-x)(2+x)}{(x^2 + 4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow x = 2, x = -2 \rightarrow (2, 4), (-2, -4)$$

$$f(2) = \frac{32}{8} = 4 \quad f(-2) = -4 \quad \text{percebe-se antissimétrica}$$

$$f''(x) = \frac{16 \cdot (-2x) \cdot (x^2 + 4)^2 - 16(4 - x^2) \cdot 2(x^2 + 4) \cdot 2x}{(x^2 + 4)^4} =$$

$$= \frac{-32x(x^2 + 4)^2 - 64x(4 - x^2)(x^2 + 4)}{(x^2 + 4)^4} = \frac{-32x(x^2 + 4) - 64x(4 - x^2)}{(x^2 + 4)^3} =$$

$$f''(x) = 0 = (-32x) \cdot \left(\frac{x^2 + 4 + 2(4 - x^2)}{(x^2 + 4)^3} \right) = -32x \left(\frac{-x^2 + 12}{(x^2 + 4)^3} \right)$$

$$f''(x) = 0$$

$$f''(x) = -32x \left(\frac{-x^2 + 12}{(x^2 + 4)^3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x_1 = 0} \text{ a } x = 0$$

tenim un punt d'inflexió.

Si $\boxed{x=0}$

$$x^2 - 12 = 0$$

$$x^2 = 12$$

$$x = \pm\sqrt{12}$$

altres punts d'inflexió: $\boxed{x_2 = -3,46}$
 $\boxed{x_3 = +3,46}$

$$f(\sqrt{12}) = \frac{16 \cdot \sqrt{12}}{(\sqrt{12})^2 + 4} = \frac{16 \cdot \sqrt{12}}{12 + 4} = \frac{16\sqrt{12}}{16} = \sqrt{12}$$

$$f(-\sqrt{12}) = \frac{-16\sqrt{12}}{(-\sqrt{12})^2 + 4} = \frac{-16\sqrt{12}}{12 + 4} = \frac{-16\sqrt{12}}{16} = -\sqrt{12}$$

Punts d'inflexió:

$$(0,0), (\sqrt{12}, \sqrt{12}), (-\sqrt{12}, -\sqrt{12})$$