31 EJERCICIOS de LOGARITMOS

Función exponencial y logarítmica:

1. Para cada una de las funciones que figuran a continuación, se pide: **i)** Tabla de valores y representación gráfica. **ii)** Signo de f(x). **iii)** Cortes con los ejes. **iv)** Intervalos de crecimiento. **v)** Dominio y recorrido. **vi)** Asíntotas. **vii)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$

a) $f(x)=10^x$ y $f(x)=\log x$ **b)** $f(x)=0{,}1^x$ y $f(x)=\log_{0,1} x$ **c)** $f(x)=e^x$ y $f(x)=\ln x$

d) $f(x)=3^x$ y $f(x)=\log_3 x$

■ **Definición de logaritmo:** $\boxed{\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N}$ (donde a>0, a≠1)

■ **Sistemas de logaritmos más utilizados:**

NOMBRE	BASE	NOTACIÓN	DEFINICIÓN
Logaritmo decimal	a=10	log	$\log N = x \Leftrightarrow 10^x = N$
Logaritmo neperiano[1]	a=e	Ln, ln	$\ln N = x \Leftrightarrow e^x = N$

donde e ≅ 2,718281828459… se llama cte. de Euler; es un número irracional.

Definición de logaritmo:

2. Utilizando la definición, hallar los siguientes logaritmos:

a) $\log_3 9$
b) $\log_3 81$
c) $\log_3 1/9$
d) $\log_3(-9)$
e) $\log_2 \sqrt{2}$
f) $\log_2 \sqrt{8}$
g) $\log_{10} 1000$
h) $\log_4 2$
i) $\log_4 64$
j) $\log_{10} 0{,}01$
k) $\log_4 1/16$
l) $\log_5 0{,}2$
m) $\log_4 256$
n) $\log_4 1/64$
o) $\log_2 0{,}125$
p) $\log_4 1$
q) $\log_2 1024$
r) $\log_2 1/64$
s) $\log_3 \sqrt{27}$
t) $\log_2 \log_2 4$

(Soluc: ***a)*** *2;* ***b)*** *4;* ***c)*** *-2;* ***d)*** *∄;* ***e)*** *1/2;* ***f)*** *3/2;* ***g)*** *3;* ***h)*** *1/2;* ***i)*** *3;* ***j)*** *-2;* ***k)*** *-2;* ***l)*** *-1;* ***m)*** *4;* ***n)*** *-3;* ***o)*** *-3;* ***p)*** *0;* ***q)*** *10;* ***r)*** *-6;* ***s)*** *3/2;* ***t)*** *1)*

3. Calcular los logaritmos decimales de los siguientes números (sin calculadora) y comprobar el resultado:

a) 10.000 **b)** 1.000.000 **c)** 0,001 **d)** 1/1.000.000 **e)** 10^8 **f)** 10^{-7}

g) 10 **h)** 1

(Soluc: ***a)*** *4;* ***b)*** *6;* ***c)*** *-3;* ***d)*** *-6;* ***e)*** *8;* ***f)*** *-7;* ***g)*** *1;* ***h)*** *0)*

---

[1] En honor a John Napier (Neper, en latín), matemático inglés (1550-1617) inventor de los logaritmos.

4. Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las igualdades siguientes:

a) $\log_2 8=x$	**f)** $\log_3 x=-2$	**k)** $\log_x 25=-1$	**p)** $\log_x 2=0$	**u)** $\log_x 1=0$
b) $\log_2 1/8=x$	**g)** $\log_x 49=2$	**l)** $\log_{1/100} 100=x$	**q)** $\log_{0,25} x=2$	
c) $\log 100=x$	**h)** $\log_x 8=3$	**m)** $\log_x 0.01=2$	**r)** $\log_2 (-16)=x$	
d) $\log_3 x=3$	**i)** $\ln e^3=x$	**n)** $\ln x=-1/2$	**s)** $\log_x 125=-3$	
e) $\ln x=2$	**j)** $\log_x 64=1$	**o)** $\log_{1/36} x=2$	**t)** $\log_3 \log_3 3=x$	

*(Soluc: **a)** 3; **b)** −3; **c)** 2; **d)** 27; **e)** e^2; **f)** 1/9; **g)** 7; **h)** 2; **i)** 3; **j)** 64; **k)** 1/25; **l)** −1; **m)** 0,1; **n)** $\sqrt{e}/e$; **o)** 1/1296; **p)** $\nexists$; **q)** 0,0625; **r)** $\nexists$; **s)** 1/5; **t)** 0 **u)** $\forall \mathbb{R}$)*

Cálculo logarítmico:

■ **Fórmulas del cálculo logarítmico:**

$$\boxed{\log (p\cdot q) = \log p + \log q}$$

$$\boxed{\log \frac{p}{q} = \log p - \log q}$$

$$\boxed{\log p^n = n\cdot \log p} \quad \boxed{\log \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n}\log p}$$

(todas son válidas en cualquier base)

Casos particulares:

$$\boxed{\log_a a^x = x} \quad \boxed{a^{\log_a x} = x} \quad \boxed{\ln e^x = x} \quad \boxed{e^{\ln x} = x}$$

$$\boxed{\log_a a = 1} \quad \boxed{\log_a 1 = 0} \quad \boxed{\ln e = 1} \quad \boxed{\ln 1 = 0}$$

5. Aplicando las fórmulas anteriores, calcular (y hacer la comprobación):

a) $\log_6 \frac{1}{36}$

b) $\log_3 \sqrt[4]{27}$

c) $\log_3 \frac{\sqrt{243}}{3}$

d) $\log_a \frac{1}{\sqrt{a}}$

e) $\ln e^2$

f) $\log_4 \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$

g) $\log_3 \sqrt[3]{9}$

h) $\ln \frac{1}{e}$

i) $\log_4 2$

j) $\log_8 2$

k) $\log_8 \sqrt{32}$

l) $\ln \sqrt[3]{e}$

m) $\log_2 64$

n) $\log_4 \frac{1}{64}$

o) $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{81}}$

p) $\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$

q) $\ln \frac{\sqrt{e}}{e}$

r) $\log_4 (-4)$

s) $\log_2 \sqrt[3]{32}$

t) $\log_3 \sqrt{27}$

u) $\log_2 \frac{\sqrt[5]{64}}{8}$

v) $\ln \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$

w) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{243}}$

x) $\log \sqrt{20} + \log \sqrt{5}$

y) $\log \frac{\sqrt[3]{100}}{10}$

z) $\log_3 \frac{1}{27\sqrt[3]{9}}$

α) $\ln \frac{e}{\sqrt[4]{e}}$

β) $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1}$

γ) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e^2}}$

δ) $\log_3 \frac{1}{3\sqrt[4]{27}}$

ε) $\log_{1/5} 125$

ζ) $\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}}$

η) $\ln \frac{1}{e^2\sqrt{e}}$

*(Soluc: **a)** −2; **b)** 3/4; **c)** 3/2; **d)** −1/2; **e)** 2; **f)** −3/5; **g)** 2/3; **h)** −1; **i)** 1/2; **j)** 1/3; **k)** 5/6; **l)** 1/3; **m)** 6; **n)** −3; **o)** 1/5; **p)** −3/2; **q)** −1/2; **r)** $\nexists$; **s)** 5/3; **t)** 3/2; **u)** −9/5; **v)** −2/3; **w)** −5/2; **x)** 1; **y)** −1/3; **z)** −11/3; **α)** 3/4; **β)** 3/2; **γ)** 1/3; **δ)** −7/4; **ε)** −3; **ζ)** −5/3; **η)** −5/2)*

6. Volver a hacer el ejercicio 2, pero esta vez aplicando las fórmulas del cálculo logarítmico.

7. Expresar en función de log 2 los logaritmos decimales siguientes, y comprobar con la calculadora:

a) log 16	**d)** log 0,25	**g)** log 1/40	**j)** log 0,32	**m)** $\log \sqrt[3]{0,08}$
b) log 5	**e)** log 0,625	**h)** $\log \sqrt[3]{16}$	**k)** log 0,08	**n)** $\log 2+\log\frac{3}{2}+\log\frac{4}{3}+\log\frac{5}{4}$
c) log 32/5	**f)** log 250	**i)** log 16/5	**l)** $\log \sqrt[5]{80}$	

(*Soluc:* ***a)*** *4log 2;* ***b)*** *1-log 2;* ***c)*** *-1+6log 2;* ***d)*** *-2log 2;* ***e)*** *1-4log 2;* ***f)*** *3-2log 2;* ***g)*** *-1-2log 2;* ***h)*** $\frac{4}{3}\log 2$; ***i)*** *-1+5log 2;* ***j)*** *-2+5log 2;* ***k)*** *-2+3log 2;* ***l)*** $\frac{1}{5}(1+3\log 2)$; ***m)*** $-\frac{2}{3}+\log 2$; ***n)*** *1-log 2*)

8. Expresar en función de ln 2 o ln 3:

a) ln 8 **b)** $\ln\frac{e}{2}$ **c)** $\ln\frac{e^3}{4}$ **d)** $\ln\frac{4}{\sqrt{e}}$ **e)** $\ln\sqrt{2e}$ **f)** $\ln\frac{9e}{\sqrt[3]{3e}}$ **g)** $\ln\frac{9e^3}{\sqrt[3]{3e}}$

(*Soluc:* ***a)*** *3 ln 2;* ***b)*** *1−ln 2;* ***c)*** *3−2 ln 2;* ***d)*** $-\frac{1}{2}+2\ln 2$; ***e)*** $\frac{1+\ln 2}{2}$; ***f)*** $\frac{5}{3}\ln 3+\frac{2}{3}$; ***g)*** $-\frac{\ln 3}{3}-\frac{8}{3}$)

9. Expresar en función de log 2 y log 3 los logaritmos siguientes, y comprobar con la calculadora:

a) log 25	**d)** log 9/4	**g)** log 162	**j)** log 90	**m)** $\log\sqrt{3,6}$
b) log 24	**e)** $\log\sqrt[3]{6}$	**h)** log 3,6	**k)** log 0,27	
c) log 4/3	**f)** log 30	**i)** log 1,2	**l)** log 0,72	

(*Sol:* ***a)*** *2−2 log 2;* ***b)*** *3 log 2+log 3;* ***c)*** *2 log 2−log 3;* ***d)*** *2 log 3−2log 2;* ***e)*** $\frac{\log 2+\log 3}{3}$; ***f)*** *1+log 3;* ***g)*** *log 2+4 log 3;* ***h)*** *−1+2 log 2+2 log 3;* ***i)*** *−1+2 log 2+ log 3;* ***j)*** *1+2 log 3;* ***k)*** *−2+3 log 3;* ***l)*** *−2+3 log 2+2 log 3;* ***m)*** *−1/2+ log 2+ log 3*)

10. Expresar en función de log 2, log 3 y log 7 los logaritmos siguientes:

a) log 84 **b)** log 0,128 **c)** log 0,125 **d)** log 14,4 **e)** $\log\sqrt[3]{12}$

11. Calcular: **a)** $e^{4\ln 2}-5e^{3\ln 2}+5e^{2\ln 2}+5e^{\ln 2}$ *(Sol: 6)*

b) $2e^{\ln 3-\ln 2}$ *(Sol: 3)*

c) $9e^{-3\ln 3}-8e^{-2\ln 3}+e^{-\ln 3}$ *(Sol: -2/9)*

12. Justificar las siguientes igualdades:

a) $\frac{\log 6+\log 2}{\log 9+\log 8-\log 6}=1$ **b)** log 125=3(1−log 2) **c)** $\frac{\log 6+\log 3-\log 2}{\log 9-\log 3}=2$ **d)** $10^{-2\log 2}=\frac{1}{4}$

e) $\frac{1+\log 8}{\log 5+2\log 4}=1$ **(*) f)** $4^{\log 3/\log 2}=9$

13. Sabiendo que log 7,354=0,866524..., hallar (sin calculadora):

a) log 735,4 **b)** log 0,007354 **c)** log 7354

14. Utilizando las fórmulas del cálculo logarítmico, desarrollar al máximo las expresiones siguientes:

a) $\log (2x)^3$

b) $\log (2x^3)$

c) $\log\left(\frac{2x}{y}\right)^2$

d) $\ln (ax^2)$

e) $\ln (ax)^2$

f) $\log \sqrt[3]{c}$

g) $\log \frac{mnp}{qr}$

h) $\log a^{3/4}$

i) $\log\left(\frac{mn}{p}\right)^r$

j) $\ln \frac{1}{ex}$

k) $\log \sqrt{mn}$

l) $\ln \sqrt{x^3}$

m) $\log (x^2-y^2)$

n) $\log \sqrt{\frac{m^n}{pq^r}}$

o) $\log \sqrt{m^2-n^2}$

p) $\log \frac{m^2-x^2}{\sqrt{m^2+x^2}}$

q) $\log\left(10\sqrt[3]{x}\right)$

r) $\log \sqrt{\frac{a^2b^3c^5}{mp}}$

s) $\log (x^n y^m)$

t) $\log \frac{2m^2n^3}{pq^4}$

u) $\ln \frac{\sqrt{x}}{x}$

*(Sol: **a)** 3 log 2+3 log x; **b)** log 2+3 log x; **c)** 2 log 2+2 log x−2 log y; **d)** ln a+2 ln x; **e)** 2 ln a+2 ln x; **f)*** $\frac{1}{3}\log c$; ***g)** log m+log n+log p−log q−log r; **h)*** $\frac{3}{4}\log a$; ***i)** r log m+r log n−r log p; **j)** −1−ln x; **k)*** $\frac{\log m+\log n}{2}$; ***l)*** $\frac{3}{2}\ln x$; ***m)** log(x+y)+log(x−y); **n)*** $\frac{n\log m-\log p-r\log q}{2}$; ***o)*** $\frac{\log(m+n)+\log(m-n)}{2}$; ***p)*** $\log(m+x)+\log(m-x)-\frac{1}{2}\log(m^2+x^2)$
q) $1+\frac{\log x}{3}$; ***r)*** $\frac{2\log a+3\log b+5\log c-\log m-\log p}{2}$; ***s)** n log x+m log y; **t)** log 2+2 log m+3 log n−log p−4 log q*
u) $-\frac{1}{2}\ln x$*)*

15. Obtener **x** en las siguientes expresiones:

a) $\log x = 1 + 2\log a$ *(Soluc : $x = 10a^2$)*

b) $\log x = 2\ (\log a + 3\log b) - \frac{1}{2}\ (2\log c + \log d)$ *(Soluc : $x = \frac{a^2b^6}{c\sqrt{d}}$)*

c) $\ln x = \frac{\ln a + 2\ln b}{2} - 3\ (2\ln a - \ln b)$ *(Soluc : $x = \frac{b^4\sqrt{a}}{a^6}$)*

.

16. Sabiendo que x=7 e y=3, utilizar la calculadora para hallar:

a) $\log x^2$ **b)** $\log (2x)$ **c)** $\log^2 x$ **d)** $\log (x+y)$ **e)** $\log x + y$ **f)** $\log \frac{x+y}{2}$ **g)** $\frac{\log (x+y)}{2}$

17. a) Hallar **a** sabiendo que $\log_7 \frac{a}{b} + \log_7 b = 2$ *(Soluc: a=49)*

b) Si $\log_4 N=3$, ¿cuánto vale $\log_4 \frac{\sqrt[3]{N}}{N^3}$? ¿Cuánto vale N? *(Soluc: −8; N=64)*

18. ¿En qué base se cumple que $\log_a 12+\log_a 3=2$? *(Soluc: a=6)*

19. ¿V o F? Razonar la respuesta:

a) log (A+B)=log A + log B

b) $\log (A^2+B^2)=2\log A+ 2\log B$

c) $\frac{\ln 2x}{2} = \ln x$

d) $\ln \frac{2x}{2} = \ln x$

e) $\log\frac{AB}{C}=\frac{\log(AB)}{\log C}$

f) El logaritmo de un número siempre da como resultado un número irracional.

g) Los logaritmos decimales de números <1 son negativos; en caso contrario, son positivos.

20. CURIOSIDAD MATEMÁTICA: Comprobar la veracidad de la siguiente fórmula, debida al físico británico Paul Dirac (1902-1984), que permite escribir cualquier número N empleando solamente tres doses:

$$N=-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\overset{\text{(N raíces)}}{\cdots}\sqrt{\sqrt{2}}}}$$

21. ¿Cuáles son los números cuyos logaritmos decimales están comprendidos entre 0 y 2? ¿Y entre 0 y −2? *(Soluc: 1 y 100; 0,01 y 1)*

Ecuaciones exponenciales:

22. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales por el método más apropiado, y comprobar el resultado en cada caso:

1. $3^x=48$ *(Soluc: x≅3,5237)*

2. $2^x=\frac{8}{27}$ *(Soluc: x≅ −1,7549)*

3. $2^{x+1}+4=80$ *(Soluc: x≅5,2479)*

4. $2\cdot3^x-3^{2x}+3=0$ *(Soluc: x=1)*

5. $3^{x-1}+3^{x+1}-3^x=63$ *(Soluc: x=3)*

6. $2^{2x-3}=8^{x+1}$ *(Soluc: x=-6)*

7. $3^{x+2}+9^{x+1}=810$ *(Soluc: x=2)*

8. $2^{x-3}=-3$ *(Soluc: ∄ soluc.)*

9. $5^{x-1}=2+\frac{3}{5^{x-2}}$ *(Soluc: x=2)*

10. $2e^{x-4}=3$ *(Soluc: x≅4,4055)*

11. $2+e^{x-4}=3$ *(Soluc: x=4)*

12. $100\cdot10^x=\sqrt[x]{1000^5}$ *(Soluc: x=3)*

13. $3^{x/2}=768$ *(Soluc: x≅12,0949)*

14. $4^{x^2+2}=2^{-2}$ *(Soluc: ∄ soluc.)*

15. $3^{2x+5}=3^7$ *(Soluc: x=1)*

16. $\frac{1}{e^x}=27$ *(Soluc: x≅−3,2958)*

17. $5^{x^2-5x+6}=1$ *(Soluc: x_1=2, x_2=3)*

18. $3^x\cdot\left(3^2\right)^x=9^3$ *(Soluc: x=2)*

19. $e^{2x}-2e^{x+1}+e^2=0$ *(Soluc: x=1)*

20. $2^x-10\cdot2^x+16=0$ *(Soluc: x≅0,8301)*

21. $2^{x+2}+2^{x+3}+2^{x+4}+2^{x+5}+2^{x+6}=31$ *(Soluc: x=−2)*

22. $e^{4x}-5e^{3x}+5e^{2x}+5e^x-6=0$
(Soluc: x_1=0, x_2=ln2; x_3=ln3)

23. $2^{x+1}=4^{2x-4}$ *(Soluc: x=3)*

24. $e^{x-1}=0$ *(Soluc: ∄ soluc.)*

25. $x^2e^x-5xe^x+6e^x=0$ *(Sol: x_1=2, x_2=3)*

26. $3^{2x}\cdot2^{3x-1}=6^{x+1}$ *(Soluc: x=1)*

27. $e^{4x-x^2}=e^3$ *(Sol: x_1=1, x_2=3)*

28. $2^{x-3}=3^{x+1}$ *(Soluc: x≅ −7,8380)*

29. $2^{2x}-3\cdot2^{x+1}+8=0$ *(Soluc: x_1=1, x_2=2)*

30. $3^{2x-4}=729$ *(Soluc: x=5)*

31. $e^{x-9}=\sqrt{73}$ *(Soluc: x≅11,1452)*

32. $2^{x+9}=3^x$ *(Soluc: x≅15,38)*

33. $2^{1-x^2}=\frac{1}{8}$ *(Soluc: x=±2)*

34. $10^{3-x}=1$ *(Soluc: x=3)*

35. $3^x+3^{1-x}=4$ *(Soluc: x_1=0, x_2=1)*

36. **(*)** $e^{x+2}+e^{x-1}=e^{2x}+e$ *(Soluc: x_1=−1, x_2=2)*

37. $2^{x/2}=768$

38. $\sqrt[x]{a}=a^x$ *(Soluc: x=1)*

39. $e^{2x}-2e^x+2=0$ *(Soluc: ∄ soluc.)*

40. $4^x-14\cdot2^{x-1}+12=0$

(Soluc: $x_1=2$, $x_2=\log 3/\log 2$)

41. $2^{x-1}\cdot 3^{1-x}=5^{2x-2}$ *(Soluc: x=1)*

42. $2^{2x}=4^{x^2}$ *(Soluc: $x_1=0$, $x_2=1$)*

43. $2^{x+1}\cdot 3^{x-1}=4^x$ *(Soluc: x=1)*

44. $2^{x+1}=3^{x-1}\cdot 4^x$ *(Soluc: x=1)*

45. $9^x+2\cdot 3^{x+1}=27$ *(Soluc: x=1)*

46. $4^x-2\cdot 2^{x-1}=6$ *(Soluc: $x\cong 1{,}5850$)*

47. $11\cdot 3^x-9^x=18$

(Soluc: $x_1=2$, $x_2=\log 2/\log 3$)

48. $x^{x^2+1}=0$ *(Soluc: x=0)*

49. $x^{x^2+1}=1$ *(Soluc: $\nexists$ soluc.)*

50. $3^{x-1}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2x-1}$ *(Soluc: x=−2)*

51. $2^{2x-1}-16=2^{x+1}$ *(Soluc: x=3)*

52. $e^{2x}=e^x+6$ *(Soluc: x=ln 3)*

23. Considérese la siguiente fórmula:

$$U=P(\rho+V)^{-1/D}$$

Despejar ρ (Ayuda: no es necesario utilizar logaritmos) *(Soluc: $\rho=-V+P^D\cdot U^{-D}$)*

24. Sin necesidad de operar, razonar que ecuaciones del tipo:

$$2^x+3^x=0$$
$$4^{x-2}+2^{x^2+1}+2=0$$
$$x^2+5^x=0,\quad \text{etc.}$$

no pueden tener solución.

Ecuaciones logarítmicas:

25. Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas, comprobando la validez de las soluciones obtenidas:

a) $2\log x-\log(x+6)=3\log 2$ *(Soluc: x=12)*

b) $4\log_2(x^2+1)=\log_2 625$ *(Soluc: x=±2)*

c) $\log(x^2+1)-\log(x^2-1)=\log\dfrac{13}{12}$ *(Soluc: x=±5)*

d) $\log(x-1)=2$ *(Soluc: x=101)*

e) $\ln(x+2)=1$ *(Soluc: x=e−2)*

f) $\ln(x-3)+\ln(x+1)=\ln 3+\ln(x-1)$ *(Soluc: x=5)*

g) $2\log^2 x+7\log x-9=0$ *(Soluc: $x_1=10$; $x_2=\sqrt{10}/10^5$)*

h) $2\log x^2+7\log x-9=0$ *(Soluc: $x=\sqrt[11]{10^9}$)*

i) $2\ln(x-3)=\ln x-\ln 4$ *(Soluc: x=4)*

j) $\log(x+3)-\log(x-6)=1$ *(Soluc: x=7)*

k) $\log 10^{x-1}=2$ *(Soluc: x=3)*

l) $\log(x+9)=2+\log x$ *(Soluc: x=1/11)*

m) $\log(x+1)+\log(x-1)=1/100$ *(Soluc: $x=\sqrt{1+\sqrt[100]{10}}$)*

n) $\log\sqrt{3x+5}+\log\sqrt{x}=1$ *(Soluc: x=5)*

o) $\log(x^2-7x+110)=2$ *(Soluc: $x_1=2$; $x_2=5$)*

p) 2 ln x+3 ln (x+1)=3 ln 2 *(Soluc: x=1)*

q) $\log (x^2+3x+36)=1+\log (x+3)$ *(Soluc: $x_1=1$; $x_2=6$)*

r) ln x+ln 2x +ln 4x=3 *(Soluc: x=e/2)*

s) 4 log x−2 log (x−1)=2 log 4 *(Soluc: x=2)*

t) ln (x−1)+ln (x+6)=ln (3x+2) *(Soluc: x=2)*

u) 2 log x+log (x−1)=2 *(Soluc: x=5)*

v) 2 log (x+9)−log x=2 *(Soluc: x≅1,81)*

w) log (2x+6)−1=2 log(x−1) *(Soluc: $x_1=2$; $x_2=1/5$)*

x) log (x+11)−2 log x=1 *(Soluc: x=11/10)*

y) log (6x−1)−log (x+4)=logx *(Soluc: x=1)*

z) $\log x^2+\log x^3=5$ *(Soluc: x=10)*

☞ *Se recomienda ver también los ejercicios resueltos 1 pág. 79 y 4 pág. 89*

Problemas de aplicación:

26. a) Demostrar que la función que permite calcular en cuánto se convierte un capital $\mathbf{C_0}$ acumulado al cabo de **t** años con un interés **i** es:

$$C(t)=C_0\cdot\left(1+\frac{i}{100}\right)^t \quad \text{, en €}$$

donde: $\mathbf{C_0}$ es el capital inicial, en €

i es el interés anual, en %

b) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 6 años si colocamos a plazo fijo 20 000 € al 2%? *(Soluc: 22 523 €)*

c) ¿Cuántos años debemos mantener 100 000 € en una entidad bancaria a una tasa del 2,5% si queremos duplicar el capital? ¿Es relevante el dato del capital inicial? *(Soluc: 28 años; NO)*

d) Una persona que tiene depositada en una caja de ahorros 30 000 € a una tasa del 3% quiere llegar a tener 40 000 € ¿Cuánto tiempo deberá mantener intacto el capital? *(Soluc: 9 años y 9 meses)*

27. a) Demostrar que la función que expresa el volumen de madera que tiene un bosque al cabo de **t** años es:

$$M(t)=M_0\cdot(1+I)^t \quad \text{, en } m^3$$

donde: $\mathbf{M_0}$ es el volumen inicial de madera, en m^3

I es el crecimiento anual, en %

b) Se calcula que un bosque tiene 12 000 m3 de madera y que aumenta el 5% cada año ¿Cuánta madera tendrá al cabo de 10 años si sigue creciendo en estas condiciones? *(Soluc: ≅19 546,7 m3)*

c) ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse el bosque? *(Soluc: 14,21 años)*

28. Algunos tipos de bacterias tienen un crecimiento de sus poblaciones muy rápido. La *escherichia coli* puede duplicar su población cada hora. **a)** Supongamos que hacemos un cultivo en el que inicialmente hay 5000 bacterias de este tipo. Construir una tabla para razonar que la función que nos da el número de bacterias al cabo de **t** horas es:

$$f(t)=5000\cdot 2^t$$

b) ¿Cuántas habrá al cabo de 16 horas? **c)** Dibujar una gráfica que represente el crecimiento en las 8 primeras horas. **d)** Si tenemos un cultivo de 100 bacterias y queremos conseguir un millón, ¿cuánto tiempo ha de transcurrir? *(Soluc: **b)** 327 680 000 bacterias; **d)** ≅13 horas y cuarto)*

Cambio de base:

$$\boxed{\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x}$$

(fórmula del cambio de base)

29. Utilizando la fórmula del cambio de base se pide:

a) Demostrar que $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

b) Hallar la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal.

c) Expresar $\log_2 x$ en función de $\log x$ *(Soluc: $\log_2 x = 3{,}3219 \log x$)*

30. **a)** Nuestra calculadora sólo dispone de logaritmos decimales. Usando la fórmula del cambio de base, hallar $\log_4 5$

b) Razonar que $\log_4 5$ es irracional.

31. Volver a hacer el ejercicio 2, pero utilizando esta vez la calculadora y la fórmula del cambio de base.