

1 Aritmètica financera

1.1 Augments i disminucions percentuals

Heu de recordar que per calcular la part d'un total, tenim la següent expressió:

$$Part = (fraccio) \cdot (total) \quad (1)$$

Veurem més endavant com a la fracció l'anomenem **índex de variació**.

Anem a visualitzar-ho amb dos exemples senzills:

1. Tenim un dipòsit de 1500l i hem emprat $\frac{2}{5}$ del dipòsit per regar. Quants litres hem emprat?

$$\text{total} = 1500l$$

$$\text{fracció} = \frac{2}{5}$$

$$Part = \left(\frac{2}{5}\right) \cdot 1500 = 600 \text{ litres}$$

Si el denominador de la fracció és major que el numerador, la fracció és inferior a 1 i per tant:

$$\frac{2}{5} < 1 \Rightarrow \text{la part serà més petita que el total.}$$

Pel contrari:

2. Col·locam en un dipòsit financer a un any 10.000 € a un 12% anual. En quant es transforma el capital inicial?

Aquí la formula:

$$Part = (fraccio) \cdot (total) = \left(1 + \frac{12}{100}\right) \cdot (10.000)$$

on:

$$\text{total} = 10.000 \text{ €}$$

$$\text{fracció} = \left(1 + \frac{12}{100}\right) = \left(\frac{100}{100} + \frac{12}{100}\right) = \frac{112}{100} = \frac{28}{25}$$

$$Part = \left(\frac{28}{25}\right) \cdot 10.000 = 11.200$$

La part val 11.200 € i comprovam que és més gran que el total (10.000 €).

Per tant, si la fracció:

$$\frac{28}{25} > 1 \Rightarrow \text{el numerador és més gran que el denominador i per tant } \mathbf{la \ part \ serà \ més \ gran \ que \ el \ total.}$$

Un altre exemple:

3. Si hem gastat 2.800 € que representa el 65% pressupost, quina és la quantitat que representa el total del pressupost?

$$65\% \text{ representa la fracció: } \Rightarrow 0.65 = \frac{65}{100} = \frac{5 \cdot 13}{5 \cdot 20} = \frac{13}{20}$$

$$\text{fracció} = \frac{13}{20}$$

$$\text{la part} = 2.800 \text{ €}$$

Per tant segons la nostra expressió (1):

$$2.800 = \frac{13}{20} \cdot (total) \quad \Rightarrow \quad total = \frac{2.800}{\frac{13}{20}} = 4.308$$

Els augments i disminucions percentuals tenen la mateixa forma que la expressió (1):

$$C_f = (Index \ de \ variacio) \cdot C_0$$

Per tant un augment o disminució percentual és la quantitat inicial C_0 multiplicada per l'**índex de variació**. Aquest índex de variació és el que du l'augment/disminució percentual que anomenarem **r** ò rèdit i és un tant percent (%):

$$IV = 1 + \frac{r}{100}$$

Important: r serà positiu si és un augment i negatiu si és una disminució.

per tant l'expressió (1) ens queda com:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \cdot C_0 \quad (2)$$

Si tenim una seqüència de n augments/disminucions percentuals:

$$A = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$$

La formula (2) ens queda:

$$C_f = \left(1 + \frac{r_1}{100}\right) \left(1 + \frac{r_2}{100}\right) \cdots \left(1 + \frac{r_n}{100}\right) \cdot C_0$$

on l'índex de variació és:

$$IV = \left(1 + \frac{r_1}{100}\right) \left(1 + \frac{r_2}{100}\right) \cdots \left(1 + \frac{r_n}{100}\right)$$

Per practicar això feis l'exercici 1 de la pàg. 54 del llibre.

Un **nombre índex** és una variació temporal d'una magnitud.

Exemple: El valor bursàtil d'Apple ha pujat aquesta setmana un 2,5%

1.2 Interessos bancaris

Interessos anuals pagats en n anys:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n \cdot C_0$$

Interessos semestral pagats en n semestres:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{200}\right)^n \cdot C_0$$

Interessos trimestrals pagats en n trimestres:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n \cdot C_0$$

Interessos mensuals pagats en n mesos:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n \cdot C_0$$

Interessos diaris pagats en n dies:

$$C_f = \left(1 + \frac{r}{36500}\right)^n \cdot C_0$$

El TAE és l'índex de creixement en tant per cent d'un capital referenciat a 1 any.
Per calcular-ho he d'emprar la fórmula dels interessos pagaders mensualment:

$$TAE(\%) = \left(\left(1 + \frac{r}{1200}\right)^n - 1 \right) \cdot 100$$

1.3 Càlcul anualitats i mensualitats d'un préstec bancari

Càlcul de pagaments anuals d'un préstec:

$$a = \left(\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right) \cdot C_0 \quad \text{on } i = \frac{r}{100}$$

a: és l'anualitat a pagar

C_0 : préstec

r: rèdit en %

n: numero d'anualitats

Càlcul de pagaments mensuals d'un préstec:

$$m = \left(\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right) \cdot C_0 \quad \text{on } i = \frac{r}{1200}$$

m: és la mensualitat a pagar

C_0 : préstec

r: rèdit en %

n: numero de mensualitats